

3
小学教师继续教育丛书

美学与小学数学教学

邱念慈 吉荣峰 主编



河海大学出版社

· 小学教师继续教育丛书 ·

美学与小学数学教学

主编 邱念慈 吉荣峰



样本书



508892

河海大学出版社

定价：11.00元

责任编辑 周 勤

特约编辑 熊水斌

封面设计 张世立

美学与小学数学教学

邱念慈 吉荣峰 主编

出版发行：河海大学出版社

(南京市西康路1号 邮政编码：210098)

经 销：江苏省新华书店

印 刷：南京上新河印刷厂

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 8.75 字数 220 千字

1999年2月第1版 1999年2月第1次印刷

印数 1—5 000 册

ISBN 7-5630-1348-2/G·205

定价：11.00 元

《小学教师继续教育丛书》编委会

主 任 夏俊生

副主任 黄文弘 林兆其 邓育文

委 员 (按姓氏笔画为序)

刘思清 刘效丽 张兆现 李 仁

黄晋略 裘申良 解荣华 魏元喜

魏 纶

井本井

北京师范大学出版社

序

振兴民族的希望在教育,振兴教育的希望在教师,这已成为全民的共识。小学教育是基础性的公民素质教育,高质量的小学教育必须依靠高质量的小学教师队伍予以支持和保证,这也是无可辩驳的事实。教育要实现现代化,最重要、最急迫的任务是提高广大在职教师的思想修养和专业水平。

我们正处在科学技术发展速度日益加快,知识陈旧率周期进一步缩短的信息化时代。尽管在职教师已取得法定的资格,但仍须在知识和能力方面不断有所前进,不断有所更新,否则,既跟不上科学技术发展的步伐,也完不成时代赋予教师的神圣使命。

在现代社会中,教师在职进修,已从自由选择教育变成了义务教育。教师有义务接受国家举办的在职进修教育。我国的教师在职进修,正由补课性质的学历达标和专业合格证书教育,转向知识更新,教学研究和提高业务能力的继续教育。这一任务对象更多,要求更高,研究课题更为复杂。师资培训的课程、教材是最为基础也是最关键的一项工作。为此,我们小教培训工作委员会约请全国有关省、市的同行,经反复切磋研究,编撰了这一套《小学教师继续教育丛书》,以适应当前小学教师培训的迫切需要。我们期望这套丛书的问世能推动小学教师继续教育更加扎实、更加深入地发展,使在职小学教师的水平能更为迅速、更为有效地得到提高。同时,这套丛书在使用过程中也将得到修正和改进。

全国高师数学教育研究会
小教培训工作委员会
1998年5月

前言

近几年来,越来越多的小学教师对美学表示出了浓厚的兴趣:探索美的本质、美的特征、美在学科教学中的体现,并尝试用美学来指导自己的教育教学实践。这是教育改革不断深化的表现,也是小学教师学历层次和综合素质不断提高的结果,一句话,是教育发展的必然。

顺应这样一种趋势,我们编写了《美学与小学数学教学》这本小学教师继续教育教材,用以指导小学数学教师如何将美学与数学,特别是小学数学紧密联系起来,对小学数学中蕴涵的美学因素进行较为系统的认识和理解,进而强化小学数学审美教育,优化小学数学教学,提高小学数学教学质量。

全书共分八章,分别讲了美和数学美的本质,数学美的特征和功能;及其在小学数学中的反映,讲了实施小学数学审美教育的意义,强化小学数学审美教育的途径、措施等。为了讲清道理,本书在列举大量小学数学的有关知识和应用的同时,也引用了一些高等数学的理论和例论。所有高等数学的内容都属宏观介绍性质,只涉及皮毛而不深入其深奥的逻辑内涵。专科水平的读者都可看懂。即便是没有学习过高等数学的读者,只要仔细阅读,也可粗知大略,个别难懂处可略而不读,不会影响对全书主要内容的理解。

本书由邱念慈、吉荣峰主编。第一、二、三、四章由邱念慈编写,第五、六、七、八章由邱念慈和吴春柳共同编写,全书由邱念慈统稿。

本书在编写过程中参阅了国内外的大量书籍和文献,汲取了许多专家、学者的宝贵成果,在此谨表示深切的谢意。

由于“美学与小学数学教学”是一个全新的课题,本书的编写

带有很大的尝试性质，故错误和不妥之处一定不少，恳请专家、同行和广大读者多多提出宝贵意见。

兴的夏尔下出示赤学美技职学小的冬静来鼓，来平几丑
用为尝共，殿科的中学静学五美，五静的美，而本的美索静：愿
秀的出第静不革的育静虽友。跟实学静育静的五白号 编者
，百付一，果静的高静静不而素合静味为层识学职静 1999年1月
。然必的跟实育静虽

本友《学静学静学小己学美》丁已静国静，鼓静静一静友立顺
静己学美静同或职静学静学小早静以用，静静育静静静静静学小
因学美的静静中学静学小叔，来静承静静静学静学小虽跟静，学
静，育静美审学静学小出静而抵，静静静用人的静静系成静静静素
。量更学静学静学小高静，学静学静学小出
五静的美学静，而本的美学静味美丁将限长，章八位共并全
育静美审学静学小静美丁指，静又的中学静学小五其又：静静味
，静静静静丁伏。等静静，静静的育静美审学静学小出静，又意的
一丁用静出，相同静用立静静以或关官静学静学小量大举静五并本
并静个或或静静容内的学静静高静静。静静静静静静学静静高静
静静静的平水静静。静内静静的静静其人静不而手更其也只，而
静出，静静静静静只，静静的学静静高静区学官静静静静。静静静
静容内要主静全静静静会不，静不而静静静静静静个，静大静静
。静静

静静念静由章四，三，二，一静。静王静荣吉，静念静由静本
静念静由静全，静静同共静静吴静静静静由章八，十，六，五静，静
。静静

丁静静，静文静静静量大静的伏内同丁静静中静静静静静静本

。意静的静静示静静静静，果静静静的静静。静静静静
静静的静本，静静的静全个一量“学静学静学小己学美”干由

目 录

第一章 美与数学美	(1)
第一节 什么是美	(1)
第二节 数学美	(13)
第二章 数学美的特征	(28)
第一节 数学美的基本特征	(28)
第二节 数学美的个性标志	(46)
第三章 数学美的功能	(73)
第一节 数学美与数学发现	(73)
第二节 数学美与数学学习	(84)
第四章 蕴涵在小学数学中的数学美	(99)
第一节 小学数学教材体系中的数学美	(99)
第二节 小学数学概念中的数学美	(104)
第三节 小学数学计算中的数学美	(114)
第四节 小学数学应用题中的数学美	(139)
第五节 几何初步知识中的数学美	(155)
第五章 小学数学审美教育	(170)
第一节 审美与审美教育	(170)
第二节 小学数学教学与审美教育	(188)
第六章 强化小学数学审美教育的意义	(196)

第一节 强化小学数学审美教育是贯彻教育方针的需要	(196)
第二节 强化小学数学审美教育是实施素质教育的需要	(206)
第三节 强化小学数学审美教育是提高教学质量的需要	(220)
第七章 实施小学数学审美教育的途径	(225)
第一节 在课堂教学中渗透审美教育	(225)
第二节 在课外活动中渗透审美教育	(237)
第三节 在环境设计中渗透审美教育	(242)
第八章 深化小学数学审美教育的关键	(246)
第一节 教育行政部门的重视	(246)
第二节 教师主导作用的发挥	(250)
第三节 学生接受能力的培养	(261)

第一章 美与数学美

美学是一门既古老而又年青的学科。人们对于美的探索 and 追求,早在远古就已经开始。西方古希腊的美学思想,有记载的始于公元前 6 世纪末的毕达哥拉斯学派,兴盛于公元前 5 世纪至 4 世纪。中国早在 2 000 多年前,孔子、孟子、老子等思想家就十分关注美的问题,并发表了许多有益的见解。但直至公元 18 世纪中叶,德国哲学家鲍姆嘉腾出版了以《美学》为名的理论专著,美学的名称才逐渐被学术界认可,美学也才成为一门区别于哲学、艺术理论等的独立学科。

数学家真正地把数学与美学联系在一起,并用数学美来概括数学这门学科的内在特征,以及对数学美本身进行有意识的和自觉的研究,还是近百年来事情。由于近代科学技术的迅猛发展,边缘科学不断涌现,各门学科之间的相互影响和相互渗透,使得人们对于科学与艺术,数学与美学之间的关系有了新的认识,人们开始意识到探索和研究这些关系,对于科学与数学的发展具有重要意义,并进而认识到,当今提出科学美与数学美的问题,既是科学历史发展的必然,也是时代进步的标志。

正是在这样的形势下,本书试图对美学与小学数学教学的关系以及小学数学审美教育的实施作一点粗浅的探讨,以求教于各位专家和同行,并给阅读本书的小学数学教师以启发。

第一节 什么是美

美是美学的基本范畴和中心问题。从自然界到人类社会,从物质到精神,从科学到艺术,美的现象到处存在,但到底“什么是美”,这个美学的根本问题,却历来是美学家们争论的焦点。

一、美的根源与本质特征

1. 关于美的本质的探讨

关于美的本质，古今中外存在着多种不同的观点。有的认为美在伦理，“里仁为美”、“君子成人之美”；有的认为美在功利，“美与善同意”、“夫美也者，上下内外，大小远近，皆无害焉，故曰美”；有的认为美在形式的和谐，美是“对立因素的和谐统一，把杂多导致统一，把不协调导致协调”；有的认为美在理念，“美就是理念的感性显现”；有的认为美在自然，“美是生活”，“任何东西，凡是显示出生活或使我们想起生活的，那就是美的”；有的认为美在关系，“美总是由关系构成的”，美随着关系而产生、增长、变化、衰退和消失；还有的认为美在心灵，“美纯是心灵的表现”，“天下无心外之物”；如此等等。概括起来，不外乎三类说法：

(1)美是客观的。美是某种客观存在的物质属性，如均衡、对称、和谐等；或者美是某种客观存在的精神属性，如理念、理性以及它们的感性显现等。

(2)美是主观的。美是人的主观感受，如生理、心理的快感，审美态度，直觉、感情的表现等。

(3)美是主客观的统一。美既离不开客观的物质形式和条件，也离不开人的主观感情和态度，如心物同构，内外相应，主客关系等。

为什么关于美的本质的阐述会出现如此众说纷纭的局面？从美学的历史和生活中美的现实来看，原因至少来自两个方面：

第一，因为美是具有多层次、多方面联系的概念，仅从任何一个层次或一个方面研究美的本质和含义总是不全面的。著名美学家黑格尔说：“美可以有許多方面，这个人抓住的是这一方面，那个人抓住的是那一方面；纵然都是从一个观点去看，究竟哪一方面是本质的，也还是一个引起争论的问题”。更何况对美的看法各个人不可能都从同一观点去认识。

第二，美又是主客观相互作用的产物。由于审美观照的多维性，对于客观存在的同一美，每个人所获得的审美信息不同，产生的感受也是有差异的。“仁者见仁，智者见智”，因而美又有相对性的一面。这也容易产生关于“什么是美”这一问题认识上的分歧。更何况美不仅受主客观现实条件和相互关系的制约，而且受主客体发展变化的作用，因而美又是历史地发展的概念。

2. 马克思主义的美学观点

马克思主义的创始人没有写过专门的美学专著，也没有给美下过定义，但他们在论述政治、哲学、历史，特别是政治经济学问题时涉及了大量的美学问题，提出了许多深刻的美学见解，形成了一个完整的、系统的美学思想体系。

马克思在其著作《1844年经济学—哲学手稿》中指出：“动物的生产是片面的，而人的生产则是全面的；动物只是在直接的肉体需要的支配下生产，而人则甚至摆脱肉体的需要进行生产，并且只有在他摆脱了这种需要时才真正地进行生产；动物只生产自己本身，而人则再生产整个自然界；动物的产品直接同它的肉体相联系，而人则自由地与自己的产品相对立。动物只是按照它所属的那个物种的尺度和需要来进行塑造，而人则懂得按照任何物种的尺度来进行生产，并随时随地都能用内在固有的尺度来衡量对象；所以，人也按照美的规律来塑造。”在这篇著作中，马克思又说：“自由自觉的活动恰恰就是人类的特征。”“有意识的生活活动直接把人与动物的生命活动区别开来”。

马克思的这些重要论述，清楚地告诉了我们，美是社会实践的产物，是劳动创造了美。一方面，人按照现实世界本身的规律，改造现实世界，使对象成为人的创造物，另一方面，人在改造客观世界的实践过程中，通过“自由自觉的活动”，实现人自身的目的，丰富地展示人的本质力量，使人的本质力量对象化，逐步成为生动具体的形象，从而“在他所创造的世界中直观自身”，由此产生了美。

原始狩猎民族猎获动物,一方面取其皮肉供生活需要;另一方面将其爪、齿、骨、角、羽毛等留下来供欣赏,作为战利品,以显示自己的机灵、勇敢和智慧。久而久之,这一类东西就成为佩在身边的饰物,具有了英雄美的象征意义——象征自己高于动物的本质力量,人们欣赏这些饰物的美,就是欣赏自己通过对象所显示出来的征服自然的精神和力量。后来,这一类具有美的特质的东西就发展成为独立的作品,成为人们显示和追求的对象。鲜花的美丽,最初并不在于它们的线条和色彩。只有在原始农耕社会,人们才用草制作图案和装饰,作为美的象征。在原始狩猎部落中,尽管他们生活的自然环境中不乏色彩艳丽的鲜花和其他生机葳蕤的植物,但人们却意识不到它们的美,也想不到采来作为美的对象观赏。生活在古代南非的布什门人和澳门土著人属于狩猎民族,他们不承认花的美,只用鸟羽兽角装饰自己。这主要是因为,在非农耕社会,植物还没有成为人们征服的对象,人的本质力量还没有通过这些对象显示出来。

3. 美的本质

美是人的本质力量的显现,而人的本质力量既表现在认识自然(包括认识人类自身)的过程中,也表现在改造自然(同时发展和完善人的本身)的社会实践活动中。在认识和改造自然的活动中,人不仅有感受现象的能力,而且有运用理性思维抽象事物本质的能力。因此,作为人的本质力量的显现的美,在其表现形态上必然具有多样性,而在其本质上具有多层次性。作为一个复杂的概念,美就其外延来说,至少包含两个各具显著特征的不同层次,一个是事物以其外在的感性形式所呈现的美;另一个是事物以其内在结构的和谐、秩序而具有的美。前者由于是外在的、易感受到的,因而生动、具体,有广泛的可理解性。美的自然景色,美的音乐,美的雕塑、绘画、建筑物以其形象、声音、色彩作用于人的感官,唤起那些观照美的事物的主体内心中的和谐共鸣,产生美的享受,受到美的陶冶。后者是一种比较抽象的理性的美,它虽然要通过感官接受外

来事物的信息而反映到意识中去，但并不那么直接和迅速；它是外界信息所引起的一系列反应经过同构变换并被理性加工之后所形成的美的映象，我们可称之为美的意识或美的观念。这种美的意识或美的观念的形成与观照美的主体在观察和研究客观世界所得到的感性认识有关，但更主要是通过经验和知识的积累而达到，同时与观照主体的想象力、理解力、逻辑思维能力等因素有很大关系。这种美不是任何一个人都能认识到或感受到的，但是决不能因为只有少数人才能感受到而否认其客观存在性。

美，同时又是具有多方面联系的范畴。美学中同美联系最密切的是真和善，要深入揭示美的本质，需要结合真、善、美三位一体进行研究。

这里所说的真，是指真实，指符合客观规律。马克思说：“动物只是按照它属的那个物种的尺度和需要来进行塑造，而人则懂得按照任何物种的尺度来进行生产，并随时随地都能用内在固有的尺度来衡量对象，所以人也按照美的规律来塑造。”这里马克思指出了人具有动物所没有的两种尺度：“任何物种的尺度”和“内在固有的尺度”，前者避免了动物各自的物种尺度的片面性；后者强调了人能有意识地认识和运用各种各样客观地、真实地存在的必然规律，取得了实践的自由。这种“自由”和“自觉”，充分体现了人类实践的重要特性：合规律性。“按照美的规律来塑造”，就是在认识和遵循自然界的种种客观规律的基础上来展示人的本质力量。美的本质离不开人的本质力量，因此，美离不开真，离不开符合规律性的真。正因为如此，尽管真和美有各自的独立性，但毫无疑问任何美的事物都应当具有真实性，或者包含真理的成分。只有把握了真理，即掌握了客观世界的规律性，才能按照美的观念，美的理想去发现美、创造美。反之，一切虚假的东西，不论主观上怎样企图“美化”，总是会破绽百出，在实践中最终暴露出丑的本质。

这里所说的善，包含功利和伦理这两个方面。它们既有联系又有区别，都涉及到美的根源和本质。功利的善，就是有价值，有

用处,对人类的生存、温饱和发展有意义。伦理的善,就是符合一定社会的道德和规范,有利于社会的进步或者对历史的发展起促进作用。在中国传统文化里,“美”和“善”往往密切相关,甚至合二而一。墨子的“先质而后文”,就是说对美的追求必须建筑在实用的基础上。孔子教育自己的学生说“君子惠而不费,劳而不怨,欲而不贪,泰而不骄,威而不猛”为“五美”。而马克思主义的美学观点则指出,人“随时随地都能用内在固有的尺度来衡量对象”,并“依照自己的目的作用于”这些对象,使之符合自己的需求。这种“合目的性”,强调的就是善。事实上,美是事物结构上的特征,而善是事物功能上的特征。美离不开善,离不开符合“主观目的性”的善。

综上所述,我们说“合规律性”的真与“合目的性”的善,同美有着不可分割的联系,前者是前提,后者是归宿,或者说,美总是以真为基础,以善为目标。美是真和善的统一,是合规律性和合目的的性的统一。在多数情况下,这种在实践基础上的真和善的统一要真正成为美,还必须生动可感的形象。正如著名美学家狄德罗所说:“真、善、美是紧密结合在一起的。在真或善之上加上某种罕见的、令人注目的情景,真就变成美了,善也就变成美了。”至此,我们可以给美下这样的定义:

美是人的本质力量的感性显现,是和真、善三位一体的宜人的感性显现。其在物质领域的外在显现就是通常所说的现实美;其在意识领域的内在显现就是通常所说的理性美。

4. 美的共性特征

美是无限多样的事物的共同内涵,是客观事物形象中可以激起人的美感的属性。它具有以下三个特征:

(1)客观性。美是真和善的统一。真是指符合物质世界的客观规律。善则无论是就其功利,还是就其伦理而言,都存在着客观的评价标准,即是否有利于社会的进步和人类的生存。因此无论是自然界的美,还是人类社会的美;无论是艺术的美,还是科学的

美,都是客观存在的,都属于物质存在的范畴。例如:牡丹花之所以为美,就是由于它存在着美的属性,能给人以美感。如果它不具备美的属性,也就不会给人以美感。如果百花园中缺少牡丹这个品种,你就不可能获得对于牡丹的美感。所以美是客观的。这种客观性,有它自身的组成法则。牡丹的美,是由绚丽的色彩、娇艳的风韵和清雅的芳香等美的特质构成的。如果没有这些特质,它就会失去美,当然也不成其为牡丹,因而也不能使人产生美感。可见,美在于客观事物美的属性,美的价值是客观存在着的。必须强调,在探究美的根源时,人起着不可估量的作用,人在改造客观世界的过程中,不断地创造美,并使这种美逐渐地外化为客观的物质存在。虽然这种美最终地稳定为客体,但它的产生却和人有着密切的关系。因此,尽管美的形态多种多样,表现形式千差万别,但归根结底美都是客观地存在于自然物和人的本质力量、人类的实践及生活的直接或间接的关系之中。

(2)社会性。美的社会性,在内容和形式上都表现为和人类社会实践、社会生活种种广泛的历史联系,它感性地显现着社会性的“善”。鲁迅先生说:“在一切人类所以为美的东西,就在于他有用——为了生存而和自然以及别的社会人生的斗争上有着意义的东西。……享受着美的时候,虽然几乎并不想到功用,但可由科学底分析而被发现”。美丽的自然风光,使人赏心悦目,于不知不觉之中发挥了愉悦身心、促进健康的作用;雷锋精神不但显现了社会道德的美,而且其发扬光大,必然也会有助于社会精神文明的建设;高雅的艺术作品在给人以美感和享受的同时,必将起到陶冶心性的作用;科学的美,则是更加直接地指导着人类认识世界和改造世界的社会实践。这里的善不只是表现在经济实用上,而主要的是表现在精神上,特别是表现在有助于社会的进步和历史的发展上。由于美对整个人类来说,总是有用、有利、有益而无害,因此美好的事物总是被人们所共同喜爱。正因为如此,西湖风光、桂林山水被古往今来的人们所推崇;雷锋的事迹被许多国家的人

士所仿效；中国的国画和西方的交响乐在世界的每个角落出现；科学领域的每一个重要的发明或发现都会受到世界的称誉和赞赏。

(3)形象性。形象性是美的十分重要的,必不可少的特征,我们说美是和真、善三位一体的感性显现,是真和善在社会实践基础上的统一。但真和善的统一不一定就是美,只有统一于令人注目的情景和具体生动的形象的,才是美。枯燥、空洞、概念化的东西无法给人以美感,只有具体、直观而生动的东西,才可以作用于感觉器官或大脑的想象,给人以美的印象。自然风光的美,社会性事物或人物的美,以及艺术品的美,无疑都是活生生的,可以用感官接受的东西。即便是深层次的理性美,也以其在理智、逻辑等方面的“内在的美”,通过感官作用于人的大脑,经加工而生成美的映象。著名物理学家英费尔德曾经说过:“当你领悟一个出色的公式时,你会得到同听巴哈的乐曲一样的感觉,这两种感觉之间没有任何区别,除去如下一点:要从数学得到满足比起爱好音乐者的欣赏来,必须受到更多的训练”。

二、美的形态

美的本质的多层次性,决定了美的形态的多样性,为了深化对美的研究,我们通常根据美的客观来源,将现实美分为自然美和社会美两大类;又根据美的社会形态,将理性美分为艺术美和科学美两大类。

1. 自然美和社会美

自然美是客观世界中自然事物本身的美,自然界的日月星辰,名山大川,花鸟鱼虫,不论有无生命,不论运动静止,都能给人以美的感受,这些存在于现实生活中的自然事物的美,都属于自然美的范畴。自然美又分为:侧重于明显的社会功利内容的自然对象的美和侧重于固有形式的自然对象的美。前者经过了人们直接的,有目的的改造和加工,如田地的美,果园的美等等;后者未