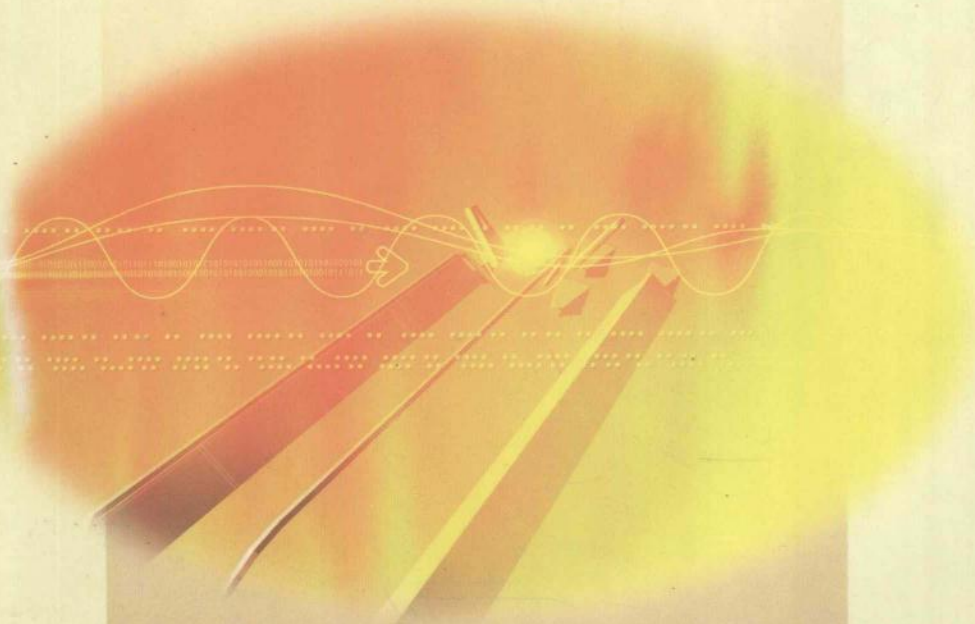


全国高等农业院校教材
全国高等农业院校教学指导委员会审定

高等数学

马少军 主编



中国农业出版社

全国高等农业院校教材
全国高等农业院校教学指导委员会审定

高等数学

马少军 主编

中国农业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学 / 马少军主编. —北京: 中国农业出版社,
2003.7

全国高等农业院校教材

ISBN 7-109-08367-5

I. 高... II. 马... III. 高等数学-高等学校-教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 042625 号

中国农业出版社出版

(北京市朝阳区农展馆北路 2 号)

(邮政编码 100026)

出版人: 傅玉祥

责任编辑 朱 雷

中国农业出版社印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

2003 年 7 月第 1 版 2003 年 7 月北京第 1 次印刷

开本: 787mm×960mm 1/16 印张: 27.25

字数: 480 千字

定价: 35.20 元

(凡本版图书出现印刷、装订错误, 请向出版社发行部调换)

编 写 人 员

主 编	马少军				
主 审	崔文善				
副主编	孙丹娜	姜德民	孙宝山	刘桂阳	袁冬梅
	张好治	黄凯美			
参 编	李仁杰	徐义田	王忠锐	刘 伟	李冬梅
	孙守霞	田贵贤	崔淑玉	郭 迎	李希亮
	栾召平	张化一	王德晴	张清华	

前 言

21 世纪是知识经济的时代,高等学校正面临着知识经济的巨大挑战,新世纪对人才的数学素质提出了更高的要求,因而,高等学校的数学课程便担负了更加艰巨、深远的使命.本书作者深感形势逼人,责任重大.于是,经过多年的改革探索和试验,运用集体智慧,通力合作编写了这本《高等数学》.

高等数学课是农业院校的一门重要的基础课,它不仅是其他学科的基础和工具,而且在大学生的数学素质和综合素质的教育中发挥着其他学科无法替代的作用.本书作者以改革创新为宗旨,全面总结了近 20 年来的数学和教材编写中的经验和教训,冷静地反思了自 20 世纪 50 年代以来沿袭过来的旧的教学模式,力求纠正从数学到数学的学究式倾向,克服脱离实际、脱离应用、脱离学生的弊端,破除在理论上繁琐而内容空洞无物、应用虚无飘渺的怪圈,适应新形势下改革课堂教学与压缩理论课授课学时的紧迫要求,在选材、结构设计、陈述方法和习题配备等方面进行了一系列改革,充实了内容,扩展了应用,内容由浅入深,循序渐进,语言简练准确,通俗易懂.

本书的执笔与统稿分工如下:

第一章—孙丹娜(第 1—3 节)、刘桂阳(第 4—5 节)、张好治(第 6—7 节);第二章—姜德民(第 1—3 节)、孙宝山(第 4—5 节)、黄凯美(第 6—7 节);第三章—袁冬梅(第 1—3 节)、李仁杰(第 4—5 节)、徐义田(第 6—7 节)、王忠锐(第 8—9 节);第四章—马少军(第 1—3 节)、李冬梅(第 4—5 节);第五章—孙守霞(第 1—2 节)、刘伟(第 3—4 节);第六章—田贵贤(第 1—3 节)、崔淑玉(第 4—6 节);第七章—郭迎(第 1—3 节)、李希亮(第 4—6 节);第八章—张化一(第 1—3 节)、栾召平(第 4—6 节);第九章—王德晴(第 1—2 节)、张清华(第 3—4 节);第十章—崔文善(第 1—2 节)、孙丹娜(第 3—4 节);第十一章—马少军(第 1—2 节)、姜德民(第 3—4 节)、孙宝山(第 5 节).

所有的编者参与了资料搜集、习题解答、书稿汇总、交叉审阅等工作. 全书由马少军统筹定稿.

由于作者水平所限, 书中难免有不妥之处, 真诚欢迎同行专家与广大师生和读者批评指正.

编 者

2003年5月

目 录

前言

第一章 函数与极限	1
§ 1.1 函数的概念	1
一、函数的定义	1
二、函数的表示法和函数记号	2
三、函数的定义域	4
四、函数的几种特性	5
习题 1-1	7
§ 1.2 反函数、复合函数、初等函数	8
一、反函数	8
二、复合函数	10
三、基本初等函数	10
四、初等函数	11
习题 1-2	11
§ 1.3 极限的概念	12
一、数列的极限	12
二、函数的极限	15
习题 1-3	19
§ 1.4 极限的运算法则	19
一、无穷小与无穷大	19
二、极限运算法则	21
习题 1-4	27
§ 1.5 两个重要极限	27
习题 1-5	31
§ 1.6 无穷小的比较	32
习题 1-6	33
§ 1.7 函数的连续性	34
一、函数连续性的概念	34
二、函数的间断点	36
三、连续函数的运算	37

四、初等函数的连续性	39
五、闭区间上连续函数的性质	40
习题 1-7	41
第二章 导数与微分	43
§2.1 导数的概念	43
一、变化率问题举例	43
二、导数的定义	44
三、导数的几何意义	47
四、函数的可导性与连续性之间的关系	48
习题 2-1	48
§2.2 基本初等函数的导数	50
一、根据导数的定义可直接求出几个基本初等函数的导数	50
二、反函数的导数	52
三、导数基本公式	53
习题 2-2	53
§2.3 函数的和、差、积、商的求导法则	54
一、函数和、差的求导法则	54
二、常数与函数乘积的求导法则	55
三、函数积的求导法则	56
四、函数商的求导法则	57
习题 2-3	58
§2.4 复合函数的求导法则	59
习题 2-4	62
§2.5 隐函数及由参数方程确定的函数的导数	63
一、隐函数的导数	63
二、由参数方程确定的函数的导数	65
习题 2-5	66
§2.6 函数的微分	67
一、微分的定义	67
二、微分的几何意义	70
三、微分公式与微分运算法则	70
四、微分的应用	72
习题 2-6	74
§2.7 高阶导数与高阶微分	75

一、高阶导数	75
二、高阶微分	76
习题 2-7	77
第三章 中值定理与导数的应用	79
§ 3.1 中值定理	79
一、罗尔定理	79
二、拉格朗日中值定理	80
三、柯西中值定理	82
习题 3-1	83
§ 3.2 罗必塔法则	84
习题 3-2	88
§ 3.3 泰勒公式	92
习题 3-3	91
§ 3.4 函数单调性的判定法	92
习题 3-4	94
§ 3.5 函数的极值及其求法	94
习题 3-5	97
§ 3.6 最大值、最小值问题	97
习题 3-6	99
§ 3.7 曲线的凹凸与拐点	99
习题 3-7	102
§ 3.8 函数图形的描绘	102
习题 3-8	106
§ 3.9* 用切线法求方程的近似解	106
习题 3-9	108
第四章 不定积分	109
§ 4.1 不定积分的概念与性质	109
一、原函数与不定积分的概念	109
二、基本积分表	111
三、不定积分的性质	112
习题 4-1	114
§ 4.2 换元积分法	114
一、第一类换元积分法	115
二、第二类换元积分法	120

习题 4-2	124
§ 4.3 分部积分法	126
习题 4-3	130
§ 4.4 几种特殊类型函数的积分	130
一、有理函数的积分	130
二、三角函数的有理式的积分	133
三、简单无理函数的积分	134
习题 4-4	136
§ 4.5 积分表的使用	137
习题 4-5	139
第五章 定积分	140
§ 5.1 定积分的概念和基本性质	140
一、问题的提出	140
二、定积分的定义	142
三、定积分的几何意义	143
四、定积分的性质	144
习题 5-1	146
§ 5.2 微积分基本定理	147
习题 5-2	149
§ 5.3 定积分的换元积分法与分部积分法	150
一、定积分的换元积分法	150
二、定积分的分部积分法	151
习题 5-3	153
§ 5.4 广义积分	153
一、无穷区间上的广义积分	154
二、被积函数有无穷间断点的广义积分	155
习题 5-4	157
第六章 定积分的应用	159
§ 6.1 定积分的元素法	159
§ 6.2 平面图形的面积	161
一、直角坐标情形	161
二、极坐标情形	163
习题 6-2	165
§ 6.3 体积	166

一、旋转体的体积	166
二、平行截面面积为已知的立体的体积	168
习题 6-3	170
§ 6.4 平面曲线的弧长	171
一、直角坐标情形	171
二、参数方程情形	172
习题 6-4	173
§ 6.5 功 水压力	174
一、变力沿直线所做的功	174
二、水压力	177
习题 6-5	178
§ 6.6 平均值	179
一、函数的平均值	179
二、均方根	181
习题 6-6	182
第七章 空间解析几何与向量代数	184
§ 7.1 向量及其运算	184
一、向量的概念	184
二、向量的加减法	185
三、向量与数量的乘法	185
习题 7-1	186
§ 7.2 空间直角坐标系与向量的坐标表示	187
一、空间直角坐标系	187
二、向量的坐标表示法	189
三、向量的模与方向余弦	192
习题 7-2	194
§ 7.3* 数量积与向量积	194
一、数量积	194
二、向量积	196
习题 7-3	197
§ 7.4* 平面及其方程	198
一、平面的点法式方程	198
二、平面的一般方程	199
三、有关平面的一些其他问题	200

习题 7-4	201
§ 7.5* 空间直线的方程	202
一、空间直线的点向式方程	202
二、空间直线的参数方程	202
三、空间直线的一般方程	203
习题 7-5	204
§ 7.6 空间曲面	204
一、曲面方程与球面方程	204
二、柱面	205
三、旋转曲面	206
四、空间曲线	207
五、曲线在坐标面上的投影	208
六、常见的几种二次曲面	209
习题 7-6	212
第八章 多元函数微分学	214
§ 8.1 多元函数的概念	214
一、多元函数关系应用举例	214
二、二元函数的定义	214
三、二元函数的几何意义	216
四、二元函数的极限	217
五、二元函数的连续性	219
习题 8-1	220
§ 8.2 偏导数与全微分	221
一、偏导数	221
二、全微分	224
习题 8-2	228
§ 8.3 多元复合函数微分法与隐函数微分法	229
一、多元复合函数微分法	229
二、隐函数微分法	234
习题 8-3	236
§ 8.4 高阶偏导数	237
习题 8-4	239
§ 8.5 多元函数的极值与最值	239
一、极值的定义	239

二、极值存在的必要条件	240
三、极值存在的充分条件	241
四、最大值和最小值	242
五、* 条件极值	243
习题 8-5	246
§ 8.6* 偏导数的几何应用	247
一、空间曲线的切线与法平面	247
二、曲面的切平面与法线	249
习题 8-6	251
选做题	251
第九章 多元函数积分学	254
§ 9.1 二重积分的概念	254
一、二重积分问题举例	254
二、二重积分的定义	255
三、二重积分的性质	256
习题 9-1	257
§ 9.2 二重积分的计算	258
一、直角坐标系下二重积分的计算	258
二、* 二重积分的一般变量替换公式	262
三、极坐标系下二重积分的计算	264
习题 9-2	268
§ 9.3 广义二重积分	270
习题 9-3	273
§ 9.4* 二重积分的应用	274
一、曲面面积	274
二、重心	276
习题 9-4	278
选做题	278
§ 9.5 三重积分的概念及其计算	279
习题 9-5	283
§ 9.6 利用柱面坐标和球面坐标计算三重积分	284
一、利用柱面坐标计算三重积分	284
二、利用球面坐标计算三重积分	286
习题 9-6	290

§ 9.7* 含参变量的积分	291
习题 9-7	297
第十章 微分方程	298
§ 10.1 微分方程的概念	298
一、实践中的微分方程举例	298
二、微分方程的基本概念	299
三、微分方程解的几何意义	300
习题 10-1	301
§ 10.2 一阶微分方程	301
一、可分离变量的微分方程	302
二、齐次方程	303
三、一阶线性微分方程	304
四*、应用举例	307
习题 10-2	309
§ 10.3 可降阶的高阶微分方程	309
一、 $y^{(n)} = f(x)$ 型微分方程	310
二、 $y'' = f(x, y')$ 型微分方程	310
三、 $y'' = f(y, y')$ 型微分方程	311
习题 10-3	312
§ 10.4 二阶常系数线性微分方程	313
一、二阶常系数齐次线性微分方程	313
二、二阶常系数非齐次线性微分方程	317
习题 10-4	321
§ 10.5* 若干生长模型选例	322
一、单分子生长模型	322
二、Gomperts 函数	322
三、Richards 函数	323
四、相对增长率是时间的减函数	323
第十一章 级数	324
§ 11.1 级数的概念与性质	324
一、级数的概念	324
二、级数的基本性质	326
三、级数收敛的必要条件	326
习题 11-1	327

§ 11.2 正项级数	328
一、正项级数收敛的充分必要条件	328
二、正项级数收敛性的判别法	329
习题 11-2	331
§ 11.3 任意项级数	331
一、交错级数	331
二、绝对收敛与条件收敛	333
习题 11-3	334
§ 11.4 幂级数	334
一、幂级数的收敛半径	335
二、幂级数的性质	336
习题 11-4	338
§ 11.5 函数的幂级数展开式	338
一、泰勒(Taylor)级数	338
二、函数展开成幂级数	340
三、* 函数的幂级数展开式的应用	343
习题 11-5	346
§ 11.6 傅立叶级数	346
一、三角级数、三角函数系的正交性	346
二、函数展开成傅立叶级数	349
习题 11-6	355
§ 11.7 正弦级数和余弦级数	356
一、奇函数和偶函数的傅立叶级数	356
二、函数展开成正弦级数或余弦级数	359
习题 11-7	360
§ 11.8 周期为 $2l$ 的周期函数的傅立叶级数	361
习题 11-8	364
附录 积分表	366
习题参考答案	377
主要参考文献	417

第一章 函数与极限

初等数学研究的对象基本上是不变的量,而高等数学则是以变量为研究对象的一门数学.所谓函数关系就是变量之间的依赖关系.本章将在中学讲述的函数知识的基础上,讨论一元函数的有关概念和性质,使读者能较系统和较深入地掌握这些内容,为今后的学习打下良好的基础.

§ 1.1 函数的概念

一、函数的定义

在同一个自然现象或技术过程中,往往同时有几个变量在变化着,这几个变量并不是孤立地在变,而是相互联系并遵循着一定的变化规律.函数关系所表达的变量之间的相互依赖关系,正是从量的侧面来反映客观事物在变化过程中,变量之间所存在的相互制约、相互联系的关系.虽然不同的函数关系的表达形式和表示的实际意义有所不同,但它们共同的实质可用函数定义给予概括性的描述.这里给出的是实数集上实值函数的概念,定义中的 \mathbb{R} 表示全体实数的集合, D 表示 \mathbb{R} 的子集.

定义 如果有一个确定的对应规律 f ,使得对于 D 中的每一个实数 x ,都有一个惟一确定的实数 y 与之对应,则称 y 是 x 的函数,并且记作:

$$y = f(x)$$

或称 f 是 D 到 \mathbb{R} 的函数,也称 f 是定义于 D 上的(实值)函数.

其中集合 D 称为这个函数的定义域,称 x 为自变量,称 y 为因变量,当 x 取遍 D 中的一切值时,与之对应的数 y 的全体组成的集合 F 称为函数的值域,记为 $f(D)$,即

$$F = f(D) = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$$

常用的函数记号有: $y = f(x)$, $y = \varphi(x)$, $y = \psi(x)$, $y = g(x)$, $y = F(x)$ 等等.为了避免混淆,如果同时考虑几个不同的函数时,就要用不同的函数符号来表示.例如:圆面积 S 和周长 C 都是半径 r 的函数,则可分别记为 $S = f(r) = \pi r^2$ 和 $C = \varphi(r) = 2\pi r$.

这里还要说明的一点是,在定义中要求对于每一个 $x \in D$,按对应规律 f ,

有惟一确定的实数 y 与之对应,按这一规定来定义的函数,通常称为**单值函数**,如果去掉惟一性的限制,对于 $x \in D$,有多个实数 y 与之对应,则称此函数为**多值函数**.我们主要是讨论单值函数,今后如无特别声明,讨论的函数均为单值函数.

二、函数的表示法和函数记号

1. 函数的表示法 在函数的定义中,关于表示方法没有加以限制,常用的表示函数的方法有三种:**列表法**、**公式法**与**图解法**.列表法、图解法表示的函数关系比较直观.在高等数学中我们主要还是用公式法即解析表达式来表示函数.

一般情况下,我们见到的大部分函数都是在整个定义域内函数表达式是同一个,但有时需要在不同的范围中用不同的式子来表示一个函数,这样的函数叫做**分段函数**.

例 1

$$y = f(x) = \begin{cases} 2x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 3 - x & x > 1 \end{cases}$$

是定义在区间 $[0, +\infty)$ 上的一个函数,当自变量 x 取闭区间 $[0, 1]$ 上的数值时,对应的函数值 y 由公式 $y = 2x^2$ 确定;当 x 取区间 $(1, +\infty)$ 内的数值时, y 由公式 $y = 3 - x$ 确定. 它的图形如图 1-1 所示.

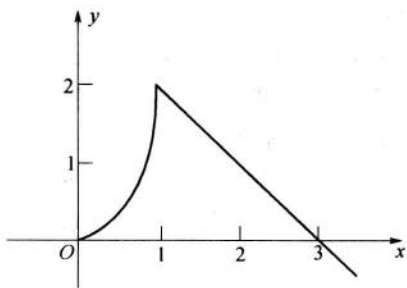


图 1-1

例 2

$$y = f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

是定义在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内的一个分段函数,图形如图 1-2.

例 3

$$y = f(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{2} & x < -1 \\ \sqrt{1-x^2} & -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$$

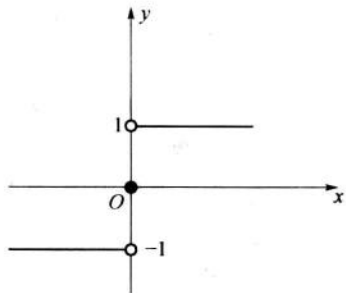


图 1-2