



“十二五”应用型本科系列规划教材

高等数学 上册

Advanced mathematics

杨国增 李青阳 邵君舟 主 编
王明建 主 审



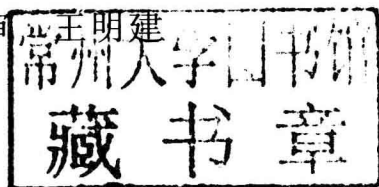
机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

“十二五”应用型本科系列规划教材

高等数学

上册

主 编 杨国增 李青阳 邵君舟
参 编 黄 坤 张瑞霞 王明建
主 审 王明建



机械工业出版社

本套教材是以“工科类本科数学基础课程教学基本要求”为标准,以提高学生的数学素质与创新能力为目的,为高等学校各专业编写的高等数学类课程教材。

本套教材分为上、下两册。本书是上册,内容有函数极限与连续、导数与微分、微分中值定理及其应用、不定积分、定积分、定积分的应用和常微分方程。特别针对教学时长较少,学生数学基础较薄弱的实际情况进行了优化设计。

本书适合普通高等院校作为高等数学课程教材使用,也可作为工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学 上册/杨国增,李青阳,邵君舟主编. —北京:机械工业出版社, 2013. 7

ISBN 978-7-111-42227-3

I. ①高… II. ①杨…②李…③邵… III. ①高等数学—高等学校—教材
IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 104831 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 韩效杰 责任编辑: 韩效杰 汤 嘉

版式设计: 常天培 责任校对: 张 媛

封面设计: 路恩中 责任印制: 乔 宇

北京机工印刷厂印刷 (三河市南杨庄国丰装订厂装订)

2013 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 240mm · 23.5 印张 · 405 千字

标准书号: ISBN 978-7-111-42227-3

定价: 45.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心: (010) 88361066 教材网: <http://www.cmpedu.com>

销 售 一 部: (010) 68326294 机工官网: <http://www.cmpbook.com>

销 售 二 部: (010) 88379649 机工官博: <http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线: (010) 88379203 封面无防伪标均为盗版

前 言

伽利略说过：“宇宙这本书是用数学语言写成的。除非你首先懂得了它的语言，否则这本书是无法读懂的。”而高等数学则是数学中最为精彩的一部分，它是以函数为研究对象，极限为理论基础，导数、级数为研究工具，微积分为核心内容的变量数学。它与最早的初等数学即常量数学有着根本的区别。高等数学是高等院校中的一门重要基础课。理、工、经、管、农、林、医等专业甚至部分文科专业的学生都要学习高等数学。高等数学也是众多专业研究生入学考试的必考科目。

鉴于高等数学课程如此重要，各高校都对高等数学的教学改革投入了大量的人力物力。高等数学课程的教材也根据教学改革的需要，因人、因时、因势而变。本书也反映了我校各位同仁在高等数学教学改革方面的一些理解和感悟。

本书依据教育部数学基础课程教学指导委员会关于“工科类本科数学基础课程教学基本要求”，适当考虑了硕士研究生入学考试的大纲，分上、下两册，共十二章，其主要特点包括：

1. 内容全面、结构严谨、推理严密、详略得当。
2. 本书对所涉及的重要问题都有一个全面的阐述，加星号的内容供选学。
3. 在一些知识板块的后面，通过思考题等形式的提示帮助读者对核心问题进行深入思考。
4. 每一章节后附有一定量的习题，题型更接近于各类选拔题，其中不少就是近年来的考研题或专升本真题供读者练习和提高，也方便教师教学使用。
5. 本书涉及的数学家都作了简要介绍，在加深对教材内容理解的同时，帮助读者对数学学科的发展有时空上的直观认识。

本书有部分章节和习题加了“*”号，供选学。

本书可作为工科类本科专业的高等数学教材，也可作为硕士研究生入学考试高等数学第一阶段的复习用书，亦可供科技人员参考。

同时，本书是我校数学与统计学院高等数学精品课程建设的成果，我们也希望借助这套书与兄弟院校的同行们作广泛的教学交流。

本书的编写工作得到院、系、教务处各级领导的大力支持。在编写过程中，很多同事、朋友对如何编好这套书提出了很多宝贵的建议。在编写本书的时候，编者参考了国内外与高等数学相关的许多优秀著作，深受这些专家、院士的启发。我们对以上诸位在此一并致以诚挚的谢意。由于编者水平所限，书中不当之处在所难免，敬请广



大读者朋友、同行、专家学者批评指正。本书希望通过编者与读者、同行的共同努力，经日后修订，渐趋成熟。

全书由主编杨国增统稿，王明建教授审稿。具体编写情况如下：黄坤编写第1章；李青阳编写第2章、第3章；杨国增编写第4章；张瑞霞编写第5章；邵君舟编写第6章、第7章、数学家简介及附录。

编 者

目 录

前言

第 1 章 函数极限与连续	1
1.1 函数	1
1.1.1 函数的定义	1
1.1.2 函数的性质	3
1.1.3 复合函数和反函数	5
1.1.4 初等函数	6
1.1.5 双曲函数	9
习题 1.1	11
1.2 数列的极限	13
1.2.1 数列的定义	13
1.2.2 数列的极限	14
1.2.3 收敛数列的性质	16
1.2.4* 数列的子列	18
习题 1.2	19
1.3 函数的极限	20
1.3.1 函数极限的定义	20
1.3.2 函数极限的性质	23
1.3.3* 函数极限与数列极限的关系	24
习题 1.3	25
1.4 极限运算法则	26
1.4.1 极限的四则运算法则	26
1.4.2 有理分式函数的极限	27
1.4.3 复合函数的极限运算法则	29
习题 1.4	30
1.5 极限存在定理 两个重要极限	31
1.5.1 夹逼收敛定理	31
1.5.2 单调有界定理	34
习题 1.5	36
1.6 无穷大量与无穷小量	38
1.6.1 无穷大量	38
1.6.2 无穷小量	38
1.6.3 无穷小量阶的比较	39

习题 1.6	42
1.7 函数的连续性与间断点	43
1.7.1 函数连续性的定义	43
1.7.2 函数的间断点	45
习题 1.7	47
1.8 连续函数的运算及其性质	48
1.8.1 连续函数的四则运算	48
1.8.2 反函数与复合函数的连续性	49
1.8.3 初等函数的连续性	50
1.8.4 闭区间上连续函数的性质	51
习题 1.8	53
1.9 曲线的渐近线	54
习题 1.9	56
自测题 1	57
第 2 章 导数与微分	59
2.1 导数的概念	59
2.1.1 导数的定义	60
2.1.2 几种常见函数的导数	61
2.1.3 单侧导数	63
2.1.4 导数的几何意义	64
2.1.5 函数可导性与连续性的关系	66
习题 2.1	66
2.2 函数的求导法则	68
2.2.1 函数和、差、积、商的求导法则	68
2.2.2 反函数的求导法则	70
2.2.3 复合函数的求导法则	71
2.2.4 基本求导法则与导数公式	73
习题 2.2	74
2.3 高阶导数	75
2.3.1 高阶导数的定义	75
2.3.2 高阶导数的运算法则	77
2.3.3 常用高阶导数公式	77



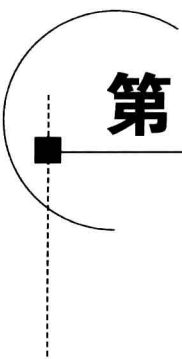
习题 2.3	79	习题 3.4	124
2.4 隐函数、对数函数及由参数方程 所确定的函数的导数	79	3.5 函数的最值及其应用	125
2.4.1 隐函数的导数	79	习题 3.5	127
2.4.2 对数函数的导数	81	3.6 导数的应用	128
2.4.3 由参数方程所确定的函数的 导数	82	3.6.1 弧微分	128
2.4.4 极坐标下函数的导数	84	3.6.2 曲率及其计算公式	129
习题 2.4	85	3.6.3* 曲率圆	131
2.5 函数的微分及其应用	86	3.6.4* 导数在经济学中的应用	133
2.5.1 微分的定义	86	习题 3.6	136
2.5.2 微分的几何意义	88	自测题 3	137
2.5.3 基本初等函数的微分公式与 微分运算法则	89	第 4 章 不定积分	140
2.5.4 微分在近似计算中的应用	91	4.1 不定积分的概念与性质	140
习题 2.5	92	4.1.1 原函数与不定积分的概念	140
自测题 2	93	4.1.2 不定积分的性质	142
第 3 章 微分中值定理及其应用	96	4.1.3 不定积分的几何意义	143
3.1 微分中值定理	96	4.1.4 基本积分公式	144
3.1.1 罗尔中值定理	96	习题 4.1	146
3.1.2 拉格朗日中值定理	98	4.2 不定积分的计算(一)	146
3.1.3 柯西中值定理	101	4.2.1 直接积分法	147
习题 3.1	103	习题 4.2	149
3.2 洛必达法则	104	4.3 不定积分计算(二)	149
3.2.1 $\frac{0}{0}$ 型未定式	104	4.3.1 第一类换元法	149
3.2.2 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式	106	4.3.2 第二类换元积分法	157
3.2.3 其他类型的未定式	108	习题 4.3	163
习题 3.2	110	4.4 不定积分的计算(三)	164
3.3 函数的单调性与极值	111	4.4.1 分部积分法	164
3.3.1 函数的单调性	111	习题 4.4	170
3.3.2 函数的极值	114	4.5 有理函数与可化为有理函数的不 定积分	170
习题 3.3	117	4.5.1 有理函数的积分	171
3.4 函数的凹凸性与拐点	118	4.5.2 三角函数有理式的不定积分	174
3.4.1 函数凹凸性的定义	118	4.5.3 简单无理式的积分	177
3.4.2 函数凹凸性的判定	119	习题 4.5	179
3.4.3 曲线的拐点	120	自测题 4	179
3.4.4 函数图形的描绘	122	第 5 章 定积分	184
		5.1 定积分的概念	184
		5.1.1 引例	184
		5.1.2 定积分的定义	186



5.1.3 定积分的几何意义	188	6.3 定积分在物理学上的应用	259
5.1.4 定积分存在定理	188	6.3.1 质量与质心	259
习题 5.1	190	6.3.2 液体静压力与引力	260
5.2 定积分的基本性质	191	6.3.3 变力沿直线做功	261
习题 5.2	195	习题 6.3	263
5.3 微积分基本定理·定积分计算(一) ...	196	6.4* 定积分在经济学上的应用	265
5.3.1 变速直线运动中位置函数与 速度函数之间的联系	197	习题 6.4	267
5.3.2 积分上限的函数及其导数	197	自测题 6	267
5.3.3 微积分基本定理	201	第 7 章 常微分方程	271
习题 5.3	203	7.1 常微分方程的基本概念	271
5.4 定积分的计算(二)	205	习题 7.1	274
5.4.1 定积分的换元法	205	7.2 一阶微分方程	275
5.4.2 定积分的分部积分法	210	7.2.1 可分离变量的一阶微分方程 ...	275
5.4.3* 定积分的近似计算	213	7.2.2 齐次微分方程	276
习题 5.4	215	7.2.3 一阶线性微分方程	279
5.5 反常积分	218	7.2.4* 伯努利方程	282
5.5.1 定积分的局限性	218	习题 7.2	283
5.5.2 两类反常积分的定义	218	7.3 可降阶的高阶微分方程	284
5.5.3 两类反常积分的性质与计算 ...	224	7.3.1 $y^{(n)} = f(x)$ 的形式	284
习题 5.5	225	7.3.2 $y'' = f(x, y')$ 的形式	285
5.6* 反常积分的审敛法与 Γ 函数	226	7.3.3 $y'' = f(y, y')$ 的形式	286
5.6.1 比较审敛法	226	习题 7.3	287
5.6.2 狄利克雷判别法与阿贝尔判 别法	228	7.4 二阶齐次线性微分方程	287
5.6.3 无界函数反常积分审敛法	229	7.4.1 二阶齐次线性微分方程解的结 构	288
5.6.4 Γ 函数	231	7.4.2 二阶常系数齐次线性微分方程 通解的解法	289
习题 5.6	233	习题 7.4	292
自测题 5	233	7.5 二阶非齐次线性微分方程	293
第 6 章 定积分的应用	240	7.5.1 二阶非齐次线性微分方程解的 结构	293
6.1 定积分的微元法	240	7.5.2 二阶常系数非齐次线性微分方 程通解的解法	295
习题 6.1	241	习题 7.5	302
6.2 定积分在几何上的应用	241	7.6 常微分方程的应用	303
6.2.1 平面图形的面积	241	7.6.1 几何学应用	303
6.2.2 立体体积	248	7.6.2 物理学应用	304
6.2.3 曲线的弧长	253	7.6.3 其他学科应用	306
6.2.4* 旋转曲面的面积	256		
习题 6.2	257		



自测题 7	307	附录 C 积分表	314
附录	309	附录 D 常用数学公式表	324
附录 A 常用外文字母字体表	309	部分习题答案与提示	339
附录 B 几种常用的曲线	311	参考文献	367



第 1 章

函数极限与连续

在生活和学习中，我们常遇到两种基本量：常量和变量。所谓常量，即相对保持不变的量，这在初等数学中已经学习过。而所谓变量，即在一定范围内变化的量。变量与变量之间的依赖关系就是函数关系。高等数学主要的研究对象是函数，研究函数的基本方法之一就是极限，它将贯穿高等数学始终。本章介绍函数、极限及其性质，这些内容是高等数学的基础。

1.1 函数

1.1.1 函数的定义

定义 1.1 设 D 是一非空集合，如果有对应法则 f ，使得对于每个 $x \in D$ ，都有唯一的数 y 与之对应，则称 y 是 x 的**函数**，记作 $y = f(x)$ 。

其中 x 称为自变量， y 称为因变量或函数值，数集 D 称为**定义域**。函数值 $f(x)$ 的全体构成的数集称为函数 $y = f(x)$ 的**值域**，记作 R_f 。即

$$R_f = \{y \mid y = f(x), x \in D\}.$$

函数主要有三种表示方法：列表法、图像法、解析法。

一般说来，我们都在函数的定义域内研究函数。两个函数相等不仅要有相同的解析式，还要有相同的定义域和值域。

下面将介绍几种常见的函数。

例 1.1 绝对值函数

$$y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$



的定义域 $D = (-\infty, +\infty)$, 值域 $R_f = [0, +\infty)$. (见图 1-1)

例 1.2 分段函数

$$y = \begin{cases} x^2, & x \geq 0, \\ x - 1, & x < 0 \end{cases}$$

的定义域 $D = (-\infty, +\infty)$, 值域 $R_f = (-\infty, -1) \cup [0, +\infty)$, (见图 1-2).

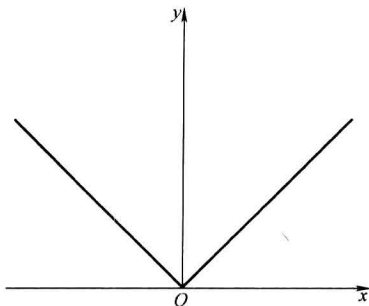


图 1-1

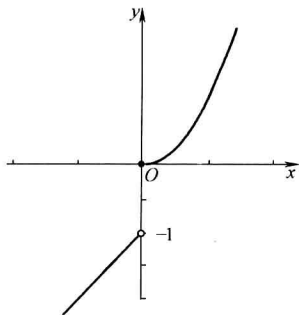


图 1-2

例 1.3 设 x 是任意实数, 用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 则 $y = [x]$ 称为取整函数.

例如: $[3.5] = 3$, $[\frac{1}{2}] = 0$, $[\sqrt{2}] = 1$, $[-\frac{3}{2}] = -2$. (见图 1-3)

例 1.4 符号函数

$$y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

的定义域 $D = (-\infty, +\infty)$, 值域 $R_f = \{-1, 0, 1\}$. (见图 1-4)

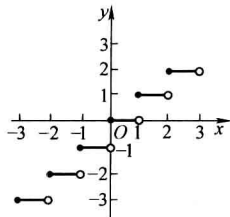


图 1-3

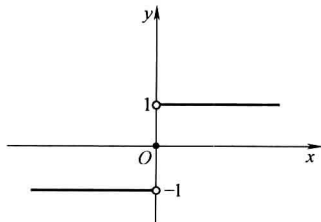


图 1-4

对于任何实数 x , 有下列关系成立:

$$x = \operatorname{sgn} x \cdot |x|.$$

例 1.5 最大值函数

最大值函数 $y = \max\{f(x), g(x)\}$ (见图 1-5)

最小值函数 $y = \min \{f(x), g(x)\}$ (见图 1-6)

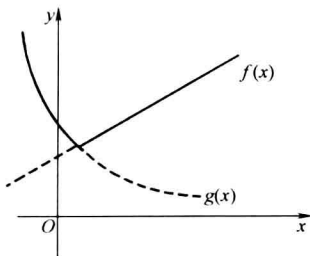


图 1-5

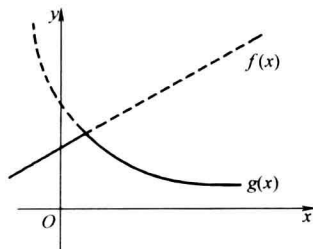


图 1-6

例 1.6 狄利克雷 (Dirichlet) 函数

$$D(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & x \in \mathbb{Q}^c. \end{cases}$$

这里 $\mathbb{Q}$ 表示有理数, $\mathbb{Q}^c$ 表示无理数. (见图 1-7)

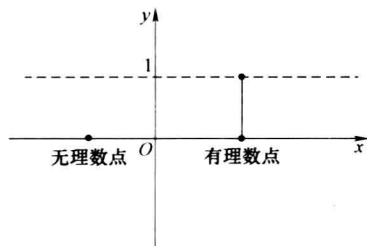


图 1-7

1.1.2 函数的性质

1. 有界性 设函数 $y = f(x)$ 在区间 $I \subset D$ 内有定义, 对于每个 $x \in I$, 如果存在数 $M_1 (M_2)$, 使得 $f(x) \leq M_1 (f(x) \geq M_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内有上(下)界. 若函数 $f(x)$ 在区间 I 内既有上界, 又有下界, 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内有界. 即对于每个 $x \in I$, 存在正数 M , 使得 $|f(x)| \leq M$. 反之, 若这样的正数 M 不存在, 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 内无界. (见图 1-8、图 1-9)

例如: 对于每个 $x \in (-\infty, +\infty)$, 都有 $|\sin x| \leq 1$, $|\cos x| \leq 1$, 所以正弦函数 $y = \sin x$, 余弦函数 $y = \cos x$ 在其定义域内有界. 其中上界均为 1, 下界均为 -1.

注 有界与区间有关系. 例如: 函数 $y = \tan x$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 内



无界, 而在区间 $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ 内有界.

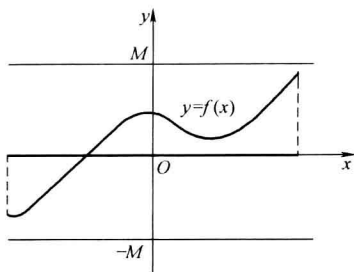


图 1-8

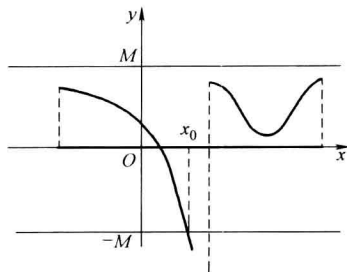


图 1-9

2. 单调性 设函数在区间 I 内有定义, 若对于任意数 $x_1, x_2 \in I$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 总有

$$f(x_1) \leq f(x_2) \quad (f(x_1) \geq f(x_2))$$

则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内为单调递增(减)函数. 特别地, 若 $f(x_1) < f(x_2)$ ($f(x_1) > f(x_2)$) 时, 称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内为严格单调递增(减)函数. (见图 1-10、图 1-11)

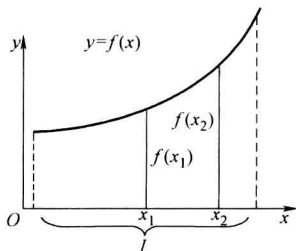


图 1-10

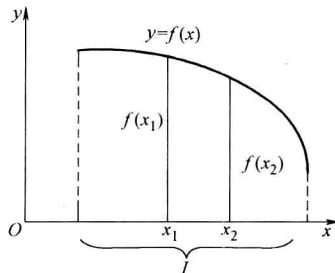


图 1-11

例如: 函数 $y=x^2$ 在区间 $[0, +\infty)$ 内为单调递增函数, 在区间 $(-\infty, 0)$ 内为单调递减函数. 而在整个区间 $(-\infty, +\infty)$ 内不是单调函数.

3. 奇偶性 设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称, 若对于每个 $x \in D$, 都有

$$f(-x) = -f(x), \quad (f(-x) = f(x)),$$

则称函数 $f(x)$ 为区间 D 内的奇(偶)函数.

奇函数的图像关于原点对称, 偶函数的图像关于 y 轴对称. (见图 1-12、图 1-13).

例如: 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内, 函数 $y=\sin x$ 是奇函数. 因为

$f(-x) = \sin(-x) = -\sin x = -f(x)$. 函数 $y = \cos x$ 是偶函数. 因为 $f(-x) = \cos(-x) = \cos x = f(x)$. 而函数 $y = \sin x + \cos x$ 既不是奇函数, 也不是偶函数.

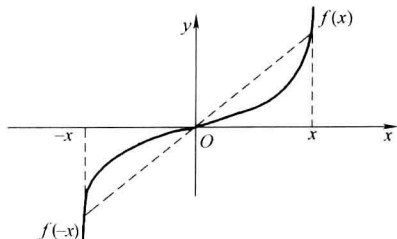


图 1-12

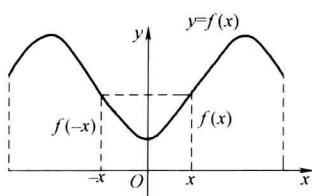


图 1-13

4. 周期性 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D , 若存在正数 T , 使得对于任意 $x \in D$, $x \pm T \in D$, 总有 $f(x \pm T) = f(x)$, 则称函数 $f(x)$ 为周期函数, T 称为 $f(x)$ 的一个周期, 所有周期中最小的正周期, 称为最小正周期, 简称周期. (见图 1-14)

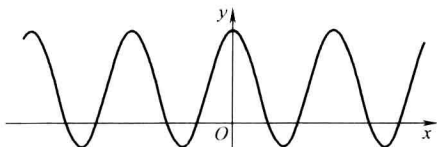


图 1-14

例如: 函数 $y = \sin x$, $y = \cos x$ 的周期为 2π , 函数 $y = \tan x$, $y = \cot x$ 的周期为 π .

1.1.3 复合函数和反函数

定义 1.2 设函数 $y=f(u)$, 其定义域为 D , 函数 $u=g(x)$ 的值域为 W , 若 $W \subset D$, 则称函数 $y=f(g(x))$ 为函数 $y=f(u)$ 和 $u=g(x)$ 的复合函数. 简记为 $f \circ g$, u 称为中间变量.

例如: $y = \sin^3 x$ 是由函数 $y = u^3$ 和 $u = \sin x$ 复合而成.

定义 1.3 若函数 $f: D \rightarrow f(D)$ 是一个单射 (即任何一个 $y \in f(D)$ 的原像 $x \in D$ 只有一个), 且变量 x 也是 y 的函数, 其逆映射 $x = f^{-1}(y)$ 称为函数 $y=f(x)$ 的反函数.

例如: 函数 $y = 2^x$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 值域为 $(0, +\infty)$. 其反函数为 $y = \log_2 x$, 定义域为 $(0, +\infty)$, 值域为 $(-\infty, +\infty)$.

从函数的图像上来看, 函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称. (见图 1-15)

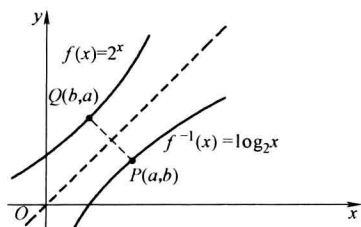
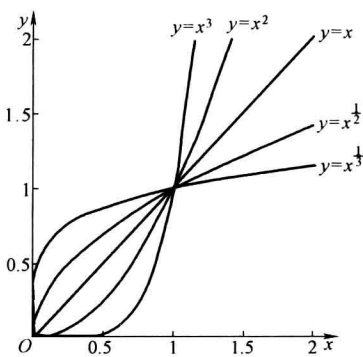
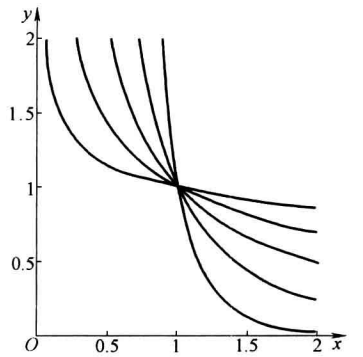


图 1-15

1.1.4 初等函数

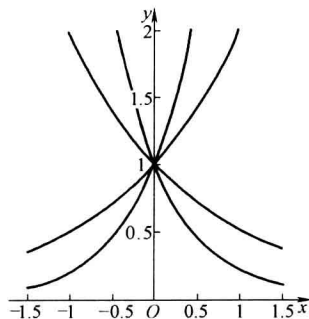
我们简单回顾一下在初等数学中已经学习过的常见函数，如表 1-1 所示。

表 1-1 常见函数

1. 幂函数 $y = x^a (a > 0)$	幂函数 $y = x^a (a < 0)$
	
曲线过点(0, 0)和(1, 1)，当 $x > 1$ 时，a 越大曲线上升越快。 当 a 为偶数，函数为偶函数，在区间 $(-\infty, 0)$ 内为单调递减函数，在区间 $(0, +\infty)$ 内为单调递增函数； 当 a 为奇数，函数为奇函数，函数单调递增	曲线过点(1, 1)，当 $x > 1$ 时，a 越大曲线下降越快。 当 a 为负偶数，函数为偶函数，在区间 $(-\infty, 0)$ 内为单调递增函数，在区间 $(0, +\infty)$ 内为单调递减函数； 当 a 为负奇数，函数为奇函数，函数单调递减



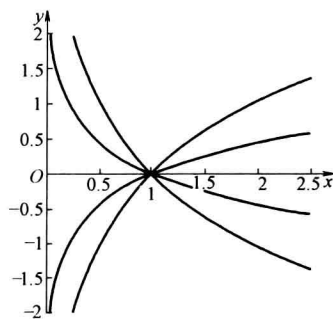
(续)

2. 指数函数 $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 

曲线通过点 $(0, 1)$, 定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 值域为 $(0, +\infty)$.

当 $0 < a < 1$ 时, 函数为单调递减函数, 当 $a > 1$ 时, 函数为单调递增函数,

函数为非奇非偶函数, 渐近线为 $y = 0$

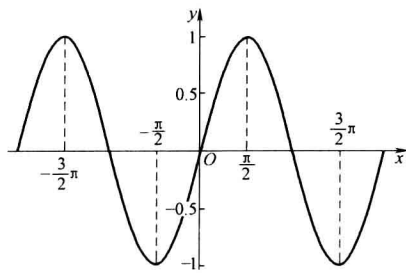
3. 对数函数 $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 

曲线通过点 $(1, 0)$, 定义域为 $(0, +\infty)$, 值域为 $(-\infty, +\infty)$.

当 $0 < a < 1$ 时, 函数为单调递减函数, 当 $a > 1$ 时, 函数为单调递增函数.

函数为非奇非偶函数, 渐近线为 $x = 0$

4. 三角函数

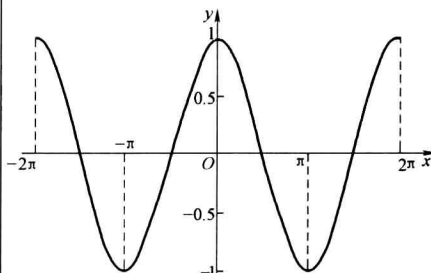
正弦函数 $y = \sin x$ 

函数定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 值域为 $[-1, 1]$.

函数为奇函数, 周期: $T = 2\pi$.

在区间 $(2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2})$ 内为单调递增函数.

在区间 $(2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2})$ 内为单调递减函数

余弦函数 $y = \cos x$ 

函数定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 值域为 $[-1, 1]$.

函数为偶函数, 周期: $T = 2\pi$.

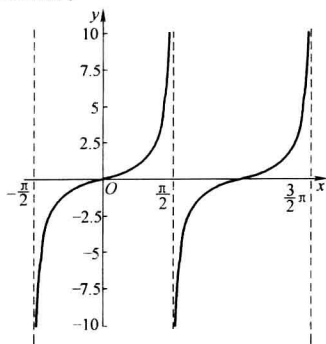
在区间 $(2k\pi, 2k\pi + \pi)$ 内为单调递减函数.

在区间 $(2k\pi + \pi, 2k\pi + 2\pi)$ 内为单调递增函数



(续)

正切函数 $y = \tan x$



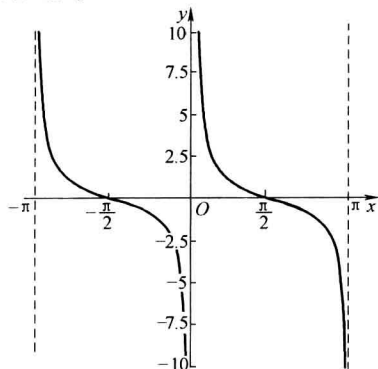
函数定义域为 $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$, 值域为 $(-\infty, +\infty)$.

函数为奇函数, 周期: $T = \pi$.

在区间 $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2})$ 内为单调递增函数.

渐近线: $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$

余切函数 $y = \cot x$



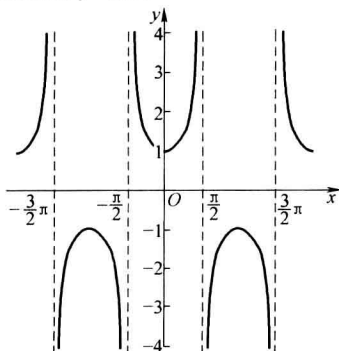
函数定义域为 $x \neq k\pi$, 值域为 $(-\infty, +\infty)$.

函数为偶函数, 周期: $T = \pi$.

在区间 $(k\pi, k\pi + \pi)$ 内为单调递减函数.

渐近线: $x = k\pi$

正割函数 $y = \sec x$



函数定义域为 $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$, 值域为 $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$.

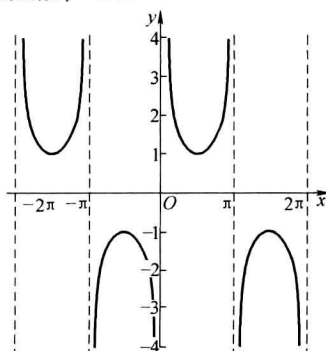
函数为偶函数, 周期: $T = 2\pi$.

渐近线: $x = (k + \frac{1}{2})\pi$.

在区间 $(2k\pi, 2k\pi + \frac{\pi}{2}) \cup (2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \pi)$ 内为单调递增函数.

在区间 $(2k\pi + \pi, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}) \cup (2k\pi + \frac{3\pi}{2}, 2k\pi + 2\pi)$ 内为单调递减函数.

余割函数 $y = \csc x$



函数定义域为 $x \neq k\pi$, 值域为 $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$.

函数为奇函数, 周期: $T = 2\pi$.

在区间 $(2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi) \cup (2k\pi, 2k\pi + \frac{\pi}{2})$ 内为单调递减函数.

在区间 $(2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \pi) \cup (2k\pi + \pi, 2k\pi + \frac{3\pi}{2})$ 内为单调递增函数.

渐近线: $x = k\pi$