

24

个特色教学设计 名师比拼高效课堂



高中数学特别教案

高中数学新课程中的特色教学设计和案例分析
Special high-school math lesson plans

李大永 白永潇 张思明 ■ 编著

阅读名师教案 创建一堂好课
讲透高中数学 实现高效课堂



海峡出版发行集团 | 福建教育出版社

高中数学特别教案

高中数学新课程中的特色教学设计和案例分析

Special high-school math lesson plans

李大永 白永潇 张思明 编著



海峡出版发行集团 | 福建教育出版社

THE STRAITS PUBLISHERS & DISTRIBUTORS GROUP

图书在版编目(CIP)数据

高中数学特别教案:高中数学新课程中的特色教学设计和案例分析 / 李大永,白永潇,张思明编著. —福州:福建教育出版社,2011.12
ISBN 978-7-5334-5675-7

I. ①高… II. ①李…②白…③张… III. ①中学数学课—课堂教学—课程设计—高中②中学数学课—教案(教育)—高中
IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 243756 号

高中数学特别教案

——高中数学新课程中的特色教学设计和案例分析

李大永 白永潇 张思明 编著

出版发行	海峡出版发行集团 福建教育出版社 (福州梦山路 27 号 邮编:350001 电话:0591-83733693 83706771 传真:83726980 网址:www.fep.com.cn)
出版人	黄旭
发行热线	0591-87115073
印刷	秦皇岛市昌黎文苑印刷有限公司
开本	680 毫米×960 毫米 1/16
印张	18.25
字数	225 千
插页	2
版次	2012 年 2 月第 1 版 2012 年 2 月第 1 次印刷
书号	ISBN 978-7-5334-5675-7
定价	29.80 元

如发现本书印装质量问题,影响阅读,
请向本社出版科(电话:0591-83726019)调换

前 言

2007 年，教育部启动“中小学学科教师新课程国家级培训”，高中数学是其中一个培训项目。从 2007 年至今，已经进行了四次全国的远程研修活动。在远程研修的准备过程中，首都师范大学课程中心王尚志教授为此组织了讨论班，吸引了一大批北京和外省市的优秀数学教师，定期对教学一线中遇到的热点教学问题进行交流研讨，例如：对“如何进行函数单调性的教学”就先后讨论了两次。在讨论班上，不同层次学校（中职学校、普通学校、区示范学校、市示范学校）的教师们对自己的教学设计进行了报告，并展开了热烈的讨论。在大家的不断思考、交流和思维碰撞中，使参与者不论是对函数单调性在高中数学中的地位和作用方面，还是其与义务阶段数学内容的联系方面，以及在针对不同学生而实施的教学策略和方法等方面，都有很大的收获。

长期以来，我们一直有这样一个想法，希望把讨论班上的启迪、收获整理出来，使更多的教师从中获得教学的启示，或是促进教师们对教学中的问题进行更深入地思考。最终，在北京朗朗书房出版顾问有限公司的支持下，我们确定以优秀教学案例展示、点评、分析的形式呈现给大家。

本书不仅收集整理了讨论班上讨论的部分优秀教学案例，还收集了市、区骨干教师在教学实践中的一些优秀教学案例，我们希望通过本书能和更多教师进行交流，在互相的学习、借鉴、交流中收获更多的教学感悟。

本书针对概念教学课、公式和定理教学课、复习课、试卷讲评课、章起始课、数学应用和数学建模课六种特色课型，提供了丰富的教学案例。每个案例基本上是按“教与学的基本认识”、“教学过程”、“教学反思”和“点评”四个部分（因教师个人习惯名称可能略有不同）进行介绍的。在“教与学的基本认识”部分，教学设计者阐述了自己对所教学内容的数学分析、学情分析和教学分析；在“教学过程”部分主要介绍了教学的实施过程，一部分案例还对教学实施的目的进行了解释和说明；在“教学反思”部分，主要介绍教学设计者在实施教学后的所想所悟，是对教学实践的经验提炼和升华；在“点评”部分，是专家对该教学案例的主要特色进行点评。在每一组特色课的案例后，我们还将结合所提供的案例谈一些对该特色课型教学的看法，力求对该特色课型的教学特点和规律做一些概括，但受水平所限，只是作者的一些个人见解，仅当是给读者抛砖引玉。

在一线教学的老师们都有这样的认识，没有绝对意义上的好课。同一个教学设计不同的教师施教，效果会有很大差异；而同一个教学设计，同一个教师在面对不同的学生施教时效果仍会存在很大的差异；实际上，即使同一个教学设计，同一个教师对同一个教学班施教，由于时间安排的不同（上午课或下午课），效果也会有所不同。这就充分说明了教学活动的复杂性和多变性。也正因为教学的这一特点，决定了教学是一门艺术。因此，教师既要能够把握各种课型的基本教学规律和特点，深刻、准确地去理解、把握所教学内容的数学地位、作用和要求，同时还要根据学生、课堂环境等其他因素作出适当、机智的调整和应变。因此，本书所提供的案例并不是完美无缺的，对特色课型的规律和特点的概括也不是什么金科玉律，我想它的最大意义是给老师们提供一种教学的参考，或是一种启迪，或是引起您更深入的思考，我们恳切希望广大读者在读后能提出您的意见，甚至就其中的某些问题进行讨论，

相信通过交流与讨论，我们会对新课程下的数学教学有更加清晰明确的理解和认识。

在此，我要感谢向本书提供教学案例的老师，他们是首都师范大学附属中学的章红老师、王静园老师、王建华老师、李大永老师，北京大学附属中学的赵春老师、常青老师、辛华老师，北京市第八中学的陈孟伟老师、黄炜老师、彭红老师、刘燕老师，北京市育英中学的关键老师，北京市第十一学校的任志瑜老师，北京市第十五中学的王莉华老师、隋丽丽老师，北京市三里屯一中的骈红老师，北京市陈经纶中学的宋其云老师，山东师范大学附属中学的焉晓辉老师，陕西省西北工业大学附属中学的刘东老师……在编写过程中，通过沟通交流，他们对教学设计做了多次修改，感谢他们精益求精的努力工作。

最后，我还要介绍一下参与本书编写和点评的两位青年教师。

李大永老师，1996年毕业于首都师范大学数学系，同年到首都师范大学附属中学任教。他长期在一线教学，参与多个课题研究，所负责课题“中学数学应用的教学设计与实践”于2002年9月获得海淀区首届优秀教育科研成果一等奖，《关注数学常规教学方式的转变与发展——谈新课程下教师教学方式的改变》于2005年10月获得第六次全国中学数学优秀论文二等奖，《关于促进学生在数学课堂中思维的深度参与的思考》获北京市2006年度基础教育科学研究优秀论文二等奖，此外，还曾获得海淀区教学基本功比赛教学综合一等奖。在《数学通报》、《北京考试报》、《中学生数学》、《中国多媒体教学学报》上有多篇文章发表，还参与编写《课题学习的教学设计和实践案例》、《高中数学新课程与学生学习》、《普通高中数学新课程分析与实施策略》等书目。自2005年以来一直受聘为海淀区兼职教研员，2004年以来连续被评为海淀区学科带头人，2010年被评为北京市骨干教师。他参加过北师大版高中数学教材中数学建模的编写工作，自2007年起参加了教育部高

中数学新课程远程研修项目的一系列活动，并被聘为新课程培训专家，在 2009 年和 2010 年两个年度的国培计划中承担了《初高中过渡》的专题报告。他在教学中能积极学习，深入钻研，勇于实践，在常规课堂教学、中学数学建模、初高中过渡等方面的研究很有建树。在本书中，主要负责了第二、三、四、五章的第二节和多个教学案例的写作。

白永潇老师，硕士，2003 年毕业于北京师范大学，研究方向为数学教育。现任教于北京教育学院数理学院数学系，从事中小学教师培训工 作，主要研究领域为数学课题学习和数学教育评价。合著《数学课题学习的实践与探索》，参编《课题学习的教学设计和实践案例》和《初中数学课堂教学设计》；发表论文《纸张中的数学》（《中学生理科月刊（初中版）》）、《反思从问题开始——信息技术与数学教学整合的几点思考》（《信息技术教育》）等。在本书中，主要负责第一、六章的第二节的写作。

由于我们的水平、视野、时间所限，书中会有不少不妥或错误，敬请各位批评指正！

北京大学附属中学 张思明

2011 年 3 月于中关村

目 录

前言	(1)
第一章 概念课的教学设计与案例分析	(1)
教学设计 with 案例	(1)
案例一 函数的奇偶性	(1)
案例二 函数的单调性(一)	(8)
案例三 函数的单调性(二)	(17)
案例四 椭圆及其标准方程	(34)
案例五 角的概念的推广	(42)
案例六 条件概率	(48)
第二章 公式、定理课的教学设计与案例分析	(57)
第一节 教学设计 with 案例	(57)
案例一 线面平行的判定定理教学片断	(57)
案例二 直线与平面垂直的判定	(65)
案例三 两角和与差的余弦	(73)
案例四 对数运算性质(一)	(81)
案例五 对数运算性质(二)	(89)
第二节 对公式、定理教学的几点看法	(101)
第三章 复习课的教学设计与案例分析	(108)
第一节 教学设计 with 案例	(108)

案例一 函数的章后复习	(108)
案例二 “解析几何初步”的复习小结	(115)
案例三 函数性质的应用	(127)
案例四 二次函数及其应用	(136)
第二节 对复习课教学的几点看法	(148)
第四章 试卷讲评的教学设计与案例分析	(157)
第一节 教学设计与案例	(157)
案例一 高考前最后一次正规模拟试卷的讲评	(157)
案例二 2010 海淀区高三第一学期期中试卷讲评	(166)
第二节 对试卷讲评课的几点看法	(175)
第五章 章起始课的教学设计与案例分析	(183)
第一节 教学设计与案例	(183)
案例一 角的概念的推广	(183)
案例二 “立体几何初步”起始课(一)	(193)
案例三 “立体几何初步”起始课(二)	(207)
第二节 对起始课教学的几点看法	(220)
第三节 对数学概念教学的几点看法	(227)
第六章 数学应用与数学建模课的教学设计和案例分析	(234)
第一节 教学设计与案例	(234)
案例一 《函数模型的应用》教学设计案例	(234)
案例二 《函数的应用》教学设计案例(一)	(248)
案例三 《函数的应用》教学设计案例(二)	(260)
案例四 《用二分法求方程的近似解》教学设计案例	(268)
第二节 对数学应用与数学建模教学的几点看法	(275)

第一章 概念课的教学设计与案例分析

教学设计与案例

案例一 函数的奇偶性

北京大学附属中学 赵春

1. 对本课教与学的基本认识

1.1 教学内容的分析

函数是代数体系中一个很重要的概念，有了函数，数学进入了变量教学。函数的奇偶性是函数教学的一个重要组成，它对加强学生对函数的整体理解及全面分析考虑函数的性质和图象特点有着重要的意义。

课程标准明确指出“学会运用函数图象理解和研究函数的性质”，其中对函数奇偶性的要求是“结合具体函数，了解奇偶性的含义”。我对这句话的理解是图象作为函数的一种表现形式，和解析式作为函数表现形式的地位是平等的，所以形对于函数而言同样具有重要的意义。很多时候，形能为数提供重要的辅助，简化数的运算，强化直观的感受。换句话说，无图无真相。

1.2 学情分析

对于函数，学生已经具有的基础知识主要有：初中学过的几种基本函数（一次、二次、反比例）和函数的单调性。在此之后还将继续学习的函数内容有：本册的三种具体函数（指数函数、对数函数、幂函数）、反函数、必修4中的三角函数、函数的变换和函数的周期性。和奇偶性类似的还有在选修2-1解析几何中依据方程来分析图形的对称性。奇偶性的再次出现是在三角函数部分。

北京大学附属中学的学生整体思维比较活跃，但也正因为活跃，对一些细节的东西不够重视，所以在练习和作业题中，对细节的考查占一定比重。

1.3 教学目标

（1）使学生了解奇函数、偶函数的概念，学会从图象和定义两方面来判断函数的奇偶性；

（2）使学生能够建立数与形之间的联系，由图象的特点归纳出奇偶性的定义，再由定义得到函数图象所具有的特点，初步实现数形之间的转化；

（3）问题教学，引导学生自主思考。

1.4 教学重难点及用具

教学重点：函数奇偶性的概念，图象所具有的特点；

教学难点：函数奇偶性的判断；

教学用具：常规教具，计算机及几何画板，投影仪。

2. 关于教学过程的设计

为了达到以上教学目标，在具体教学中，我把教学过程分为四段：(1)“复习引入，概念形成”；(2)“图形特点，概念辨析”；(3)“应用举例，巩固概念”；(4)“深入思考，适当延展”。下面我将对每一阶段教学中的设计目的和教学步骤作出说明。

2.1 复习引入，概念形成

学生在初中已经学过轴对称图形和中心对称图形，并在二次函数中提出过抛物线的对称轴方程。

先自己找几张图片看看，比如故宫和帕特农神庙，花朵和对生叶等。指出在自然界和人类文明中有大量对称的例子。复习轴对称图形和中心对称图形的定义，提问在函数学习中有没有见过对称的函数图象呢？

问题 1：学习二次函数的时候曾经介绍过其图象是轴对称图形，也有抛物线的对称轴方程公式。针对 $y=x^2$ 这个函数的图象，我们能利用公式求出其对称轴方程是（ y 轴， $x=0$ ）。能否从解析式出发，以代数形式验证 $y=x^2$ 的图象关于 y 轴对称的结论？

问题 2：我们还学过一次函数和反比例函数，它们的图象是对称图形吗？是中心对称图形还是轴对称图形？你能说出反比例函数的一个对称中心吗？

这个问题可以包含很多内容。第一：一次函数的图象是直线，直线本身是轴对称图形，也是中心对称图形，且不止一个对称轴和一个对称中心。如果担心学生在直线的对称性上有障碍，可以在这个问题中直接把一次函数的图象略过。第二：单就反比例函数的图象而言，它本身也既是轴对称图形又是中心对称图形，对称轴有两根，对称中心是坐标原点。学生有可能在对称轴的穷举上思虑太多。

如果在此处只想以此引出关于原点中心对称的图形，则可以给一些诱导性较强的语言暗示，或把问题缩小至“反比例函数的图象是中心对称图形吗？如果是，说出它的对称中心”。

利用几何画板画出 $y=x^2$ 和 $y=\frac{1}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象。在 $y=x^2$ 的图象上任取一点，作出其关于 y 轴的对称点，衡量这两个点的坐标，当点在抛物线 $y=x^2$ 上移动时，观察其对称点与二次函数图象的关系，引导学生从代数的角度来分析图象背后所掩藏的代数性质。

问题 3：因为 $y=x^2$ 的图象关于 y 轴对称，也就是说若 $A(x_0, y_0)$ 在抛物线上，则点 A 关于 y 轴的对称点 $(-x_0, y_0)$ 同样也会在抛物线上。这个特点是抛物线 $y=x^2$ 上的所有点都具有的。

如果图形上有这样的点，哪怕只有一个，其关于 y 轴的对称点不在图形上，那图形还能称之为关于 y 轴对称的图形吗？（从前面所复习的轴对称图形的几何定义得出“不能”的结论。）

从代数的观点来看， $y=x^2$ 图象上的点关于 y 轴的对称性反映的是当自变量的取值（互为相反数）时，其所对应的函数值（相等）这样一个规律。

前面我们从定义域、单调性角度研究过函数的性质，那函数还有别的性质吗？如果把图象具有关于 y 轴对称特点的这些函数归为一类，能直接由解析式判断出函数是否属于这一类吗？如何判断？

由此引出偶函数的定义。

问题 4：你觉得这个定义中需要关注的关键词有哪些？（定义域、任意、表达式 $f(-x) = f(x)$ ）

问题 5：能否自己举一些偶函数的例子？

辨析： $y=x^2$ ， $(-1 < x < 2)$ 是不是偶函数？

问题 6：类比偶函数的定义，对于函数图象具有原点中心对称特点的这一类函数，能否归纳出这一类函数解析式的共同点？

从定义来看,因为“ $f(-x) \pm f(x) = 0$ ”是针对定义域中的任意 x 而言的,所以和单调性是局部性质不同,奇偶性应该是函数所具有的全局性质。值得注意的是二者的定义中都有“任意”二字,单调性中的“任意”是在某个单调区间中的“任意”,奇偶性中的“任意”是在整个定义域内的“任意”,范围有区别,但都不能脱离定义域。

2.2 图形特点,概念辨析

问题 7: 我们已经得到了图象关于 y 轴(原点)对称的函数一定是偶函数(奇函数);反之,能否推导出偶函数(奇函数)的图象一定关于 y 轴(原点)对称?

对于程度较高的班,让学生说明由偶函数(奇函数)定义可以得到图象上的点一定是关于 y 轴(原点)成对出现,由此得到函数图象的对称。对于程度一般的班,只要学生能够默认这一点,也就足够。

所以要判断一个函数的奇偶性,我们可以选择采用数和形中任一种方式进行。

2.3 应用举例,巩固概念

例 1: 试判断下列函数的奇偶性:

$$\textcircled{1} y = x^3 + x$$

$$\textcircled{2} y = 4$$

$$\textcircled{3} y = \sqrt{x} + \sqrt{-x}$$

$$\textcircled{4} y = \frac{x^2 - x}{x - 1}$$

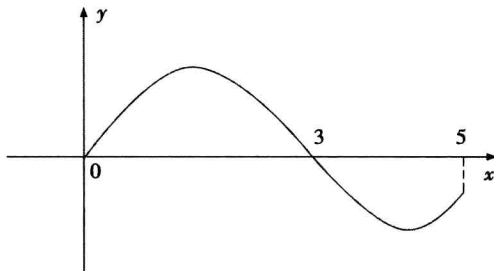
$$\textcircled{5} y = [x]$$

$$\textcircled{6} f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & x \geq 0 \\ x - x^2, & x < 0 \end{cases}$$

例题的选择考虑到了几个不同的方面:①注重从解析式角度来判断函数的奇偶性;②是常值函数,解析式中不含 x ;③函数的图象是原点,函数既是奇函数也是偶函数;④强调函数的定义域;⑤高斯函数学生从解析式入手分析比较困难,可以通过图象来说明是非奇非偶函数;⑥是分段函数,适合从图象直观地判断出奇偶性。

例 2: 若函数 $y=f(x)$ 是奇函数, 且定义域为 R , 则 $f(0) =$ _____. 若 $f(x)=0$ 共有 5 个解, 则所有解的和为 _____.

例 3: 已知定义在 $[-5, 5]$ 上的偶函数 $y=f(x)$ 的部分图象是一段波浪线, 则不等式 $f(x) < 0$ 的解集是 _____.



因为在概念的引入时, 偏重于介绍偶函数, 所以例 2 考查的是对奇函数定义的应用, 以及在 0 处有定义的奇函数图象的一个特点。例 3 强调从函数图象角度来理解函数的奇偶性, 程度更高的班级可以把题目改成“已知定义在 $[-5, 5]$ 上的偶函数 $y=f(x)$ 的部分图象, 则不等式 $xf(x) < 0$ 的解集是 _____”。

2.4 深入思考, 适当延展

问题 8: 通过前面的例子我们考虑: 如果将函数从奇偶性角度划分, 可以分为几类?

问题 9: 一次函数具有奇偶性吗?

问题 10: 由以往知识, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象是轴对称图形, 对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}$, 但这个结论并没有从代数角度严格论证过。你能类比“函数 $y=f(x)$ 的图象关于 y 轴对称 $\rightarrow$ 对定义域中任意 x , 有 $f(-x)=f(x)$, 这类函数叫做偶函数 $\rightarrow$ 若 $y=f(x)$ 是偶函数, 则其图象关于 y 轴对称”的过程, 用代数形式证明 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象关于 $x=-\frac{b}{2a}$ 对称吗?

问题 11: 单从图形而言, 一个图形会不会既是轴对称图形又是中心对称图形? 若是轴对称图形, 是不是只有一根对称轴? 若是中心对称图形, 是否只有一个对称中心?

问题 8 对应前面的例 1, 问题 9 结合学过的具体函数分析奇偶性, 问题 10 对于一般的轴对称情况让学生思考, 问题 11 对应问题 2。

以上这些问题视学生课上情况和不同程度在课上解决或留作思考题。

作业: 课本练习 A 第一题的偶数题 2、4、6、8, 第 3、4、5 题写书上。

附加 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x>0 \\ x-1, & x<0 \end{cases}$ 的奇偶性判断。

思考题:

(1) 画出 $f(x) = x^3 + x$ 的大致图象。

(2) 已知 $f(x)$ 是定义在 $[-5, 5]$ 上的奇函数, 当 $x \in [-5, 0)$ 时, $f(x) = x^3 + 1$, 求 $f(x)$ 的解析式。

3. 教学反思

学生在课上的反应是在问题 1 部分充分延展, 不仅说出了沿 y 轴对折后左右两部分重叠, 还从代数上指出了点坐标的关系, 所以问题 2 就没有在那个位置抛出, 而是放在了问题 5 之后。

这节课的容量比较大, 而且我把重点放在了概念的引入和辨析上, 留作练习的时间不是很充分。类似于奇偶性在作图上的应用在课上没有配套练习, 而是放在了课下来进行。最后两个问题也没有在课上解决, 留作了思考题。

4. 点评

本节课，教学设计的特点之一，对教学内容的数学分析和对学情的分析简单而准确，并在此基础上，确定了本节课的目标，即建立数与形之间的联系，初步实现数形之间的转化。

教学设计特点之二，“问题教学”，通过一系列问题的设计，引导学生自主思考，对函数奇偶性的认识逐步深入。

教学设计特点之三，体现了面对不同程度的两个班，所做的教学处理，并在课堂上能够根据学生的当场表现灵活地调整问题，可以看出赵老师对学生差异的把握和对课堂教学的掌控是非常到位的。

案例二 函数的单调性（一）

北京市第十一学校 任志瑜

1. 对本课教与学的基本认识

1.1 教学内容的分析

从学科角度来讲，函数的单调性是求函数最值、学习不等式、极限、导数等其他数学知识的重要基础，是解决数学问题的常用工具，也是培养学生逻辑推理能力和渗透数形结合思想的重要素材。

从单调性知识本身来讲，学生对于函数单调性的学习共分为三个阶段：第一阶段是在初中学习了一次函数、二次函数、反比例函数图象的基础上对增减性有一个初步的感性认识；第二阶段是在高一进一步学习函数单调性的严格定义，从形到数理解函数单调性的概念；第三阶段则是在高三利用导数为工具研究函数的单调性。高一单调性的学习，既是初中学习的延续和深化，又为高三的学习奠定基础。