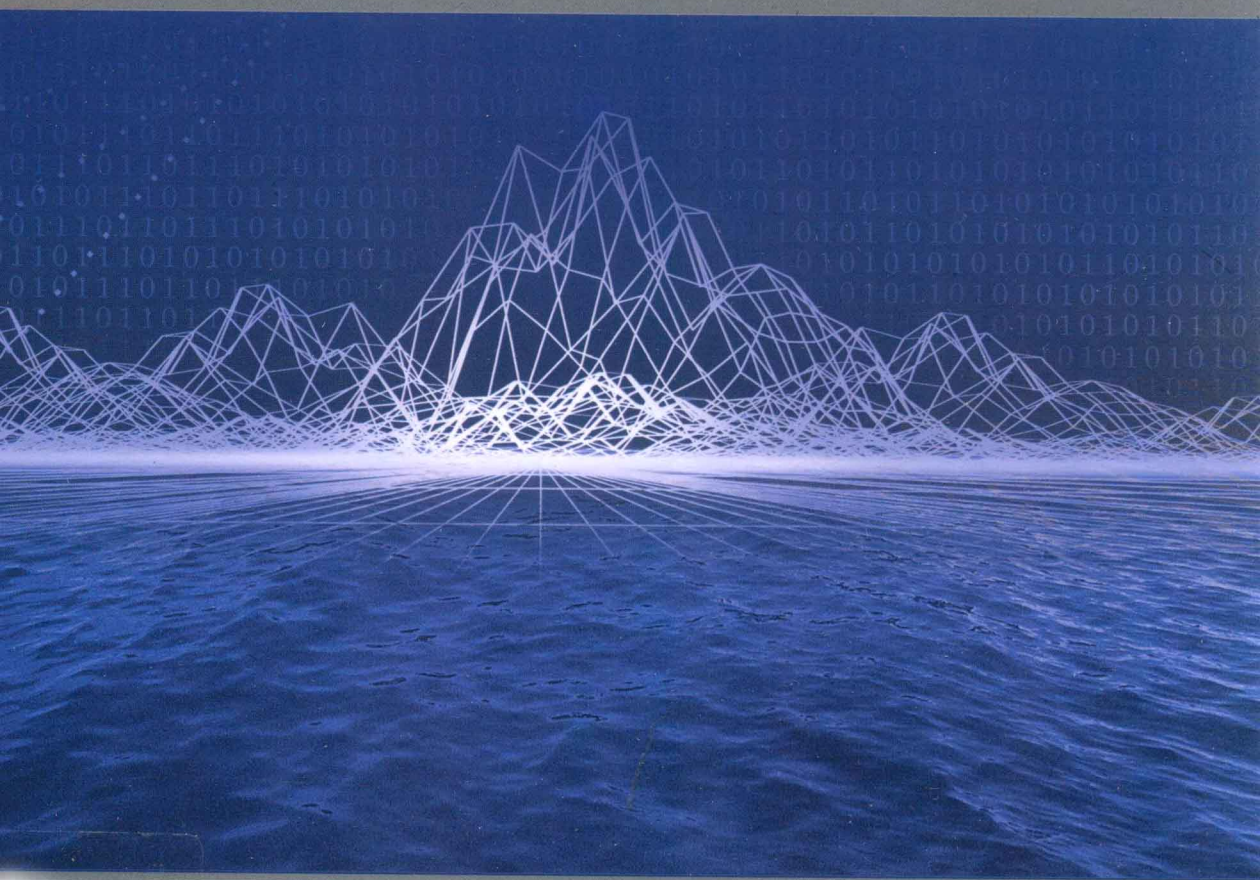


The Application and Research
of Mathematical Model
in Ecology

22

数学模型在生态学 的应用及研究

杨东方 陈 豫 编著



海洋出版社

数学模型在生态学的应用及研究(22)

The Application and Research of Mathematical Model in Ecology(22)

杨东方 陈 豫 编著

海洋出版社

2013 年 · 北京

内 容 提 要

通过阐述数学模型在生态学的应用和研究,量化的展示生态系统中环境因子和生物因子的变化过程,揭示生态系统的规律和机制以及其稳定性、连续性的变化,使生态数学模型在生态系统中发挥巨大作用。在科学技术迅猛发展的今天,通过该书的学习,可以帮助读者了解生态数学模型的应用、发展和研究的过程;分析不同领域、不同学科的各种各样生态数学模型;探索采取何种数学模型应用于何种生态领域的研究;掌握建立数学模型的方法和技巧。此外,该书还有助于加深对生态系统的量理解,培养量化研究生态系统的思维。

本书主要内容为:介绍各种各样的数学模型在生态学不同领域的应用,如在地理、地貌、水文和水动力以及环境变化、生物变化和生态变化等领域的应用。详细阐述了数学模型建立的背景、数学模型的组成和结构以及数学模型应用的意义。

本书适合气象学、地质学、海洋学、环境学、生物学、生物地球化学、生态学、陆地生态学、海洋生态学和海湾生态学等有关领域的科学工作者和相关学科的专家参阅,也适合高等院校师生作为教学和科研的参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学模型在生态学的应用及研究. 22/杨东方,陈豫编著. —北京:海洋出版社,2013. 2
ISBN 978-7-5027-8486-7

I. ①数… II. ①杨… ②陈… III. ①数学模型-应用-生态学-研究 IV. ①Q14

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 007412 号

责任编辑:方 菁

责任印制:赵麟苏

海洋出版社 出版发行

<http://www.oceanpress.com.cn>

北京市海淀区大慧寺路 8 号 邮编:100081

北京华正印刷有限公司印刷 新华书店北京发行所经销

2013 年 2 月第 1 版 2013 年 2 月第 1 次印刷

开本:787 mm × 1092 mm 1/16 印张:19.25

字数:580 千字 定价:60.00 元

发行部:62132549 邮购部:68038093 总编室:62114335

海洋版图书印、装错误可随时退换

《数学模型在生态学的应用及研究(22)》编委会

主 编 杨东方 陈 豫

副主编 郑锡建 苗振清 胡益峰 吴志祥 张宏波

编 委 (按姓氏笔画为序)

王伶俐 王年斌 邓 婕 冯志纲 石 强

孙静亚 曲宪成 杨丹枫 杨端阳 徐焕志

高 锋 常彦祥 曹 为 章飞军 黄 宏

数学是结果量化的工具
数学是思维方法的应用
数学是研究创新的钥匙
数学是科学发展的基础

杨东方

要想了解动态的生态系统的基本过程和动力学机制,尽可从建立数学模型为出发点,以数学为工具,以生物为基础,以物理、化学、地质为辅助,对生态现象、生态环境、生态过程进行探讨。

生态数学模型体现了在定性描述与定量处理之间的关系,使研究展现了许多妙不可言的启示,使研究进入更深的层次,开创了新的领域。

杨东方

摘自《生态数学模型及其在海洋生态学应用》

海洋科学 2000,24(6):21-24.

前 言

细大尽力,莫敢怠荒,远迹辟隐,专务肃庄,端直敦忠,事业有常。

——《史记·秦始皇本纪》

数学模型研究可以分为两大方面:定性和定量的,要定性地研究,提出的问题是:“发生了什么?或者发生了没有?”要定量地研究,提出的问题是:“发生了多少?或者它如何发生的?”前者是对问题的动态周期、特征和趋势进行了定性的描述,而后者是对问题的机制、原理、起因进行了定量化的解释。然而,生物学中有许多实验问题与建立模型并不是直接有关的。于是,通过分析、比较、计算和应用各种数学方法,建立反映实际的且具有意义的仿真模型。

生态数学模型的特点为:(1)综合考虑各种生态因子的影响。(2) 量化描述生态过程,阐明生态机制和规律。(3) 能够动态地模拟和预测自然发展状况。

生态数学模型的功能为:(1) 建造模型的尝试常有助于精确判定所缺乏的知识和数据,对于生物和环境有进一步定量了解。(2)模型的建立过程能产生新的想法和实验方法,并缩减实验的数量,对选择假设有所取舍,完善实验设计。(3)与传统的方法相比,模型常能更好地使用越来越精确的数据,从生态的不同方面把所取得的材料集中在一起,得出统一的概念。

模型研究要特别注意:(1) 模型的适用范围:时间尺度、空间距离、海域大小、参数范围。例如,不能用每月的个别发生的生态现象来检测1年跨度的调查数据所做的模型。又如用不常发生的赤潮的赤潮模型来解释经常发生的一般生态现象。因此,模型的适用范围一定要清楚。(2) 模型的形式是非常重要的,它揭示内在的性质、本质的规律来解释生态现象的机制、生态环境的内在联系。因此,重要的是要研究模型的形式,而不是参数,参数是说明尺度、大小、范围而已。(3) 模型的可靠性,由于模型的参数一般是从实测数据得到的,它的可靠性非常重要,这是通过统计学来检测。只有可靠性得到保证,才能用模型说明实际的生态问题。(4) 解决生态问题时,所提出的观点,不仅从数学模型支持这一观点,还要从生态现象、生态环境等各方面的事实来支持这一观点。

本书以生态数学模型的应用和发展为研究主题,介绍数学模型在生态学不同领域的应用,如在地理、地貌、气象、水文和水动力以及环境变化、生物变化和生态变化等领域的应用。详细阐述了数学模型建立的背景、数学模型的组成和结构以及其数学模型应用的意义。认真掌握生态数学模型的特点和功能以及注意事项。生态数学模型展示了生态系统的演化过程和预测了自然资源可持续利用。通过本书的学习和研究,促进自然资源、环境的开发与保护,推进生态经济的健康发展,加强生态保护和环境恢复。

本书是在浙江海洋学院出版基金、浙江海洋学院承担的“舟山渔场渔业生态环境研究与污染控制技术开发项目”“海洋渔业科学与技术”(浙江省“重中之重”建设学科)和“近海水域预防环境污染养殖模型”项目、国家海洋局北海环境监测中心主任科研基金——长江口、胶州湾、浮州湾及其附近海域的生态变化过程(05EMC16)的共同资助下完成。

此书得以完成应该感谢北海环境监测中心崔文林主任和上海海洋大学的李家乐院长;还要感谢刘瑞玉院士、冯士筭院士、胡敦欣院士、唐启升院士、汪品先院士、丁德文院士和张经院士。诸位专家和领导给予的大力支持,提供良好的研究环境,成为我们科研事业发展的动力引擎。在此书付梓之际,我们诚挚感谢给予许多热心指点和有益传授的其他老师和同仁。

本书内容新颖丰富,层次分明,由浅入深,结构清晰,布局合理,语言简练,实用性和指导性强。由于作者水平有限,书中难免有疏漏之处,望广大读者批评指正。

沧海桑田,日月穿梭。抬眼望,千里尽收,祖国在心间。

杨东方 陈 豫

2012年5月8日

目次

大洋环流的诊断模式	(1)
次表层暖水结构的解析模式	(4)
海岸线的分维计算	(7)
浮游动物的摄食模型	(10)
海洋重磁的平差处理公式	(15)
海洋灾害的评估预报模型	(17)
风生环流的模型	(20)
海浪的特征线嵌入格式	(28)
海浪波高的最大熵分布函数	(31)
中尺度涡的矢量公式	(34)
云类空间结构的聚类算法	(37)
莱州湾多样性指数的计算	(40)
渠道中的线性化流动模型	(42)
辐聚和辐散的大气运动公式	(45)
海浪有效波高的概率统计分布	(48)
海岸线变化速率的计算	(52)
海底地形影像的仿真与反演模型	(56)
脂肪酶的酯化反应模型	(61)
自絮凝细胞颗粒的生成模型	(63)
蛹虫草菌胞外多糖发酵模型	(66)
链霉素发酵的多元统计公式	(69)
尿激酶原和葡萄糖的速率计算	(74)
法氏囊病的病毒增殖计算	(77)
葡萄糖对细胞生长的计算	(81)
肿瘤坏死因子的吸附公式	(84)
乙醇氧化酶的计算	(87)
谷氨酸胺的化学降解公式	(90)
螺旋藻的生长模型	(92)

重组 CHO 细胞密度的计算	(96)
细菌素培养基的评价公式	(99)
厌氧氨氧化菌的生长模型	(102)
落叶松体细胞胚的发生计算	(106)
固定化细胞的反应方程	(108)
米曲霉菌体固定化的神经网络计算	(112)
脲水合酶的反应和失活模型	(116)
硝化反应器的流动模型	(118)
谷胱甘肽的发酵动态模型	(121)
毕赤酵母发酵的甲醇抑制模型	(123)
细胞的摄氧速率计算	(125)
金色链霉菌的元素衡算模型	(128)
菌体对镍离子的平衡富集计算	(134)
谷胱甘肽分批发酵动力学	(137)
鸟苷发酵过程的代谢流公式	(140)
人血清白蛋白的发酵表达期模型	(143)
细胞分裂的动态模型	(149)
硝化反应器的临界曝气强度计算	(155)
细胞内 pH_i 与细胞指标的关系公式	(158)
膜生物硝化反应器的效能公式	(160)
发酵过程的异常诊断公式	(163)
单链抗体的亲和力公式	(167)
酵母菌的耐酒精公式	(169)
木聚糖酶的最适 pH 位点计算	(172)
内切木聚糖酶的预测模型	(174)
酵母细胞培养的振荡模型	(178)
气升式反应器的功耗计算	(181)
固定化纤维素酶的动力学模型	(185)
微囊化细胞的活性与代谢模型	(189)
水土保持林的效益评价模型	(192)
倒木贮量的动态模型	(195)
农药残留的预测模型	(199)

陆地植被净第一性生产力模型	(203)
绿地景观的异质性模型	(206)
牧场管理的评价模型	(210)
河流两侧坡面的采伐模型	(214)
木本植物的水力结构模型	(219)
生态系统服务的评价模型	(222)
树冠结构和风场的模型	(225)
南方红豆杉的种群分布格局模型	(228)
青钩栲的自适应种群增长模型	(232)
沙地植物的多样性指数模型	(236)
小麦发育及生育的机理模型	(239)
沙地人工植被的恢复生态模型	(245)
棉蚜与天敌的灰色系统模型	(248)
林窗树木的生长和更新模型	(251)
森林生态的经济价值模型	(255)
落叶松种内种间的空间竞争模型	(259)
人工混交林的树木个体竞争模型	(263)
植物养分的利用效率模型	(266)
景观格局的指标模型	(268)
森林的环境指标模型	(272)
石油类对地下水环境的影响模型	(276)
林窗样地面积的效应模型	(280)
防护林树种的水分供需模型	(283)
杉木竞争的密度模型	(287)
小鳞鱖日粮的转换模型	(291)
春小麦冠层的截留水量模型	(294)

大洋环流的诊断模式

1 背景

大洋环流的研究在物理海洋学中是一个非常重要的方面。对于大洋环流的数值模拟,前人已做了不少工作^[1-6]。就诊断模式而言,仍以 Fujio 等^[3-5]的工作最为系统。但因他们的模式分辨率比较低。魏泽勋等^[7]基于美国普林斯顿大学地球物理流体力学实验室开发的 MOM 建立了一个全球大洋环流的诊断模式(Robust diagnostic model),分别进行月平均和年平均的模拟。

2 公式

2.1 控制方程

MOM 模式是根据 Bryan^[8]提出的在可变深度大洋中对热力流体力学特殊量进行预报性计算的具有广泛应用前途的数值方法而建立起来的一种三维原始方程的海洋模式,并得到不断的改进和完善。

模式的方程是由在 Boussinesq、流体静力和刚盖等近似条件下的 Navier-Stoke 方程组成的,并且包含了一组耦合温度和盐度的非线性方程。

该模式采用球面坐标系。分别令 Φ 为纬度(赤道为 0° ,往北变大), λ 为经度(选任意经度为 0° ,往东变大), z 为深度(海表为 0,向上为正)。则控制方程组为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u + w \frac{\partial u}{\partial z} + f\mathbf{k} \times u = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \rho + A_H \nabla^2 u + A_V \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \text{小项} \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \cdot u + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (u \cdot \nabla)\theta + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = K_H \nabla^2 \theta + K_V \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \gamma(\theta^* - \theta) \quad (4)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + (u \cdot \nabla)S + w \frac{\partial S}{\partial z} = K_H \nabla^2 S + K_V \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} + \gamma(S^* - S) \quad (5)$$

$$f = 2\Omega \sin \varphi \quad (6)$$

式中, u 是水平流速; w 为垂直流速分量; ∇ 是水平梯度算子; p, ρ, g 分别为压力、密度和重力加速度; f 为 Coriolis 参数; θ, S 和 θ^*, S^* 分别为计算和观测的温度和盐度; A_H, A_V 分别为水平涡动黏性系数和垂直涡动黏性系数; K_H 和 K_V 分别为水平和垂直涡动扩散系数, γ 为松弛系数, 当 $\gamma \neq 0$ 时, 该模式被称作 Robust 诊断模式, 若 $\gamma = 0$, 则可看做预报模式。式(1)中的小项(minor terms)是由于地球曲率而引起的惯性扩散项。

2.2 边界条件

在海底:

$$\begin{aligned} \rho_0 A_v \frac{\partial u}{\partial z} &= 0 \\ \rho_0 K_v \frac{\partial}{\partial z}(\theta, s) &= 0, \text{当 } z = -H(\lambda, \varphi) \end{aligned} \quad (7)$$

在海面:

$$\begin{aligned} \rho_0 A_v \frac{\partial}{\partial z}(u) &= \tau \\ \rho_0 K_v \frac{\partial}{\partial z}(\theta, s) &= (F^\theta, F^s), \text{当 } z = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

对于垂直流速, 有:

$$\begin{aligned} w &= 0, \text{当 } z = 0 \\ w &= -\frac{u}{\alpha \cos \varphi} \frac{\partial H}{\partial \lambda} - \frac{v}{\alpha} \frac{\partial H}{\partial \varphi}, \text{当 } z = -H(\lambda, \varphi) \end{aligned} \quad (9) \quad (10)$$

式中, u 和 v 分别为水平方向的纬向和经向流速; λ 和 φ 分别为经度和纬度; a 为地球平均半径 (6370×10^5 cm); τ 为海面风应力; F^θ, F^s 为海表热和盐通量; H 为每点的水深。

2.3 内外模态分离

模式中, 水平流速 $u = (u, v)$ 可写为:

$$u = \bar{u} + \hat{u} \quad (11)$$

$$v = \bar{v} + \hat{v} \quad (12)$$

式中, $\bar{u}$ 和 $\bar{v}$ 为外模态速度(与深度无关); $\hat{u}$ 和 $\hat{v}$ 为内模态速度(与深度有关)。根据刚盖假定, 可引入流函数 Ψ , 满足:

$$\bar{u} = -\frac{1}{Ha} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \quad (13)$$

$$\bar{v} = \frac{1}{Ha \cdot \cos \varphi} \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} \quad (14)$$

对式(1)求垂直平均, 并代入边界条件, 再求水平旋度, 可得流函数的支配方程:

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{H} \cdot \nabla \psi_i \right) - J \left(\frac{f}{H}, \Psi \right) = \text{curl} F \quad (15)$$

式中, F 为由风应力、浮力、黏性和惯性等引起的强迫项; J 为 Jacobi 算子。在陆地边界, 其

边界条件为流函数梯度的法向和切向分量为零：

$$\hat{n} \cdot \nabla \Psi = 0 \quad (16)$$

$$\hat{i} \cdot \nabla \Psi = 0 \quad (17)$$

3 意义

海洋环流的变化,对人类生产活动的影响很大。认识海洋中大尺度的环流规律对航海、军事和海上捕鱼等人类活动有着极其重要的意义。同时,它又从热带向两极输送着大量的热量,在某些纬度,其值超过大气的输送量,是全球气候系统中的一个巨大的调节器。

参考文献

- [1] Bryan K, Cox M D. The circulation of the world ocean: A numerical study. Part I. A homogeneous model J Phys Oceanogr, 1972(2): 319 - 335.
- [2] Holland W R, Hirschman A D. A numerical calculation of the circulation in the North Atlantic Ocean. J Phys Oceanogr, 1972(2): 336 - 354.
- [3] Fujio S, Imasato N. Diagnostic calculation for circulation and water mass movement in the deep Pacific. J Geophys Res, 1991, 96: 759 - 774.
- [4] Fujio S, Kadowaki T, Imasato N. World ocean circulation diagnostically derived from hydrographic and wind stress fields 1. The velocity field. J Geophys Res, 1992, 97: 11 163 - 11 176.
- [5] Fujio S, Kadowaki T, Imasato N. World ocean circulation diagnostically derived from hydrographic and wind stress fields 2. The water movement. J Geophys Res, 1992, 97: 14 439 - 14 452.
- [6] Semtner A J Jr, Chervin R M. Ocean general circulation from a global eddy-resolving model. J Geophys Res, 1992, 97: 5 493 - 5 550.
- [7] 魏泽勋, 乔方利, 方国洪, 等. 全球大洋环流诊断模式研究——流场及流函数. 海洋科学进展, 2004, 22(1): 1 - 15.
- [8] Bryan K. A numerical method for the study of the circulation of the world ocean. Journal of Computational Physics, 1969(4): 347 - 437.

次表层暖水结构的解析模式

1 背景

夏季北冰洋出现大范围的开阔海水区^[1],而且随着北极的气候变暖,开阔水域有进一步增加的趋势。上层海水的温度结构是海-气相互作用的能量基础,深入研究上层海水温度结构的成因有助于研究海水热量的吸收、贮存和释放过程,对于研究夏季北冰洋对全球气候的贡献是非常重要的。王翠等^[2]针对这一科学问题,建立了一个描述无冰水域次表层暖水结构的解析模式,并且获得了解析解。

2 公式

开阔水域表面的热力学过程是非常复杂的,一般需要计算海面的全部热通量,即计算短波辐射、长波辐射、感热通量、潜热通量和湍流热扩散。这些通量的计算需要很多近似关系,而且需要同步的气象观测数据,因此难以建立解析模式进行研究。针对北冰洋普遍发生的气温低于水温的现象,我们采用与文献[3]相似的模式进行研究。

根据开阔海水的这些特征,我们建立以下解析模式。设到达海面的太阳辐射为 F_r ,海水表面反射系数为 a_w ,进入水层的太阳辐射为 $(1 - a_w)F_r$,海水的衰减系数为 λ ,则太阳对不同深度海水的加热量为:

$$F_z = (1 - a_w)F_r \exp(-\lambda z) \quad (1)$$

该物理模型为一维模型,用于研究垂向的热力过程,不考虑流动的作用而忽略平流项,可以确定如下定解问题:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(B_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{(1 - a_w)F_r}{\rho c_p} \exp(-\lambda z) \quad (2)$$

边界条件和初始条件为:

$$\begin{aligned} T &= T_0 + A \sin \omega t \quad (\text{当 } z = 0) \\ T &= T_D \quad (\text{当 } z = D) \\ T &= T_D \quad (\text{当 } t = 0) \end{aligned} \quad (3)$$

式中, B_z 为海水湍流热扩散系数; ρ 为海水密度; c_p 为海水定压热容量; T 为海水温度; D 为求解的水层厚度; T_0 为海表面平均温度; T_D 为水层下界的冷水核温度; A 为海水表面温度的

变化幅度; ω 为表面气象条件变化特征频率。

这里,我们选取的初始条件和下边界条件都与文献[3]相同,只是在上表面选取随时间变化的边界条件,用来反映海洋温度结构对天气尺度过程的响应方式。最终解的形式为:

$$T = \frac{T_D z + (T_0 + A \sin \omega t)(D - z)}{D} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[C_n (\gamma_n \cos \omega t + \omega \sin \omega t) + \left(\frac{2(T_D - T_0)}{n\pi} - C_n \gamma_n \right) e^{-\gamma_n t} + H_n (1 - e^{-\gamma_n t}) \right] \sin \frac{n\pi z}{D} \quad (4)$$

其中,

$$H_n = \frac{2(1 - a_w) F_r [1 - \cos(n\pi) \exp(-\lambda D)]}{\rho c_p n\pi B_z [\lambda^2 + (n\pi/D)^2]} \quad (5)$$

$$\gamma_n = B_z (n\pi/D)^2 \quad (6)$$

$$C_n = -\frac{2A\omega}{n\pi(\gamma^2 + \omega^2)} \quad (7)$$

这个解包含两大部分:第一部分是温度随深度线性变化的部分,即式(4)右端第一项,体现了温度随 z 在上下边界条件之间线性地过渡。第二部分是式(4)右端的级数部分,表现了温度复杂的垂向结构。

级数项又由3项组成:第一项随时间作周期性变化,与上边界的变化一致,不同的深度存在位相的差异,表现了表面温度变化对深层海水结构的影响。如果取 ω 等于零,则代表上表面温度不随时间变化。第二项为随时间衰减项,是湍流扩散产生的结果,随着时间的增加,该项的作用越来越小。第三项是随时间加强项,是太阳加热在海水中的温度变化,当时间趋于无穷时,加热作用将与湍流热扩散作用相互抵消。

因此,式(4)给出的解实际上包含了上表面温度变化在海洋中引起的响应和太阳辐射加热在海洋中引起的变化。与文献[3]的结果相比,解中多出了上表面温度随时间变化的部分,有关的参数也发生了变化。

3 意义

随着北极气候变暖,海冰将进一步减少,次表层暖水现象还会明显增加,海洋对气候变化将有更加强烈的响应和反馈,对全球气候变化产生意义深远的影响。次表层暖水形成机制的一维解析模式证明了在开阔水域形成次表层暖水结构的可能性,并描述了海面气象条件变化对次表层暖水结构的影响,增进了我们对夏季北冰洋上层海水结构的认识。利用一个解析模式,研究了夏季北冰洋次表层暖水的形成机制,在了解北冰洋次表层暖水现象方面取得了有益的进展。

参考文献

- [1] Zhao J P, Zhu D Y, Shi J X. Seasonal variations in sea ice and its main driving factors in the Chukchi Sea. *Advances in Marine Science*, 2003, 21(2): 123 - 131.
- [2] 王翠, 赵进平. 夏季北冰洋无冰海域次表层暖水结构的形成机理. *海洋科学进展*, 2004, 22(2): 130 - 137.
- [3] 赵进平, 史久新, 矫玉田. 夏季北冰洋海冰边缘区海水温盐结构及其形成机理的理论研究. *海洋与湖沼*, 2003, 34(4): 375 - 388.