数学智力故事

蒋美荣　鲍刚

同济大学出版社

数学智力故事

蒋美荣 鲍 刚 编著

同济大学出版社

内 容 提 要

本书收罗了古今中外数学史上著名的奇闻轶事和具有里程碑意义的重大进展，目的在于培养读者兴趣、启迪思维、丰富想象、触发激情，引导广大青少年步入生机盎然、和谐雅致的数学百花园。

责任编辑 张智中
封面设计 王肖生

数学智力故事
蒋美荣 鲍 刚 编著
同济大学出版社出版
（上海四平路 1239 号）
新华书店上海发行所发行
常熟文化印刷厂印刷
开本 787×1092 1/32 印张 8.375 字数 201 千字
1991 年 4 月第 1 版 1991 年 4 月第 1 次印刷
印数：1—8.000 定价：3.00 元
ISBN 7-5608-0616-3/O·67

前言

众所周知，数学是关于客观世界数量关系和空间形式的科学。从理论的重要性来说，数学是“科学的基础，认识的工具，思维的体操”；就应用的广泛性而言，“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，无处不用数学。”（华罗庚：《大哉数学之为用》）再从发展的大趋势来看，各门学科的数学化是当代的重要特征。这诚如马克思所言：“一种科学只有当它达到了能够运用数学时，才算真正发展了。”（拉法格：《回忆马克思恩格斯》）

以上表明了数学的基础性、工具性和指导性，可见它是一门极其重要、必须掌握的科学。然而，仅有这些，丝毫也不意味着这门学科就受到了足够的尊重，就赢得了应有的热爱。事实甚至恰恰相反，有不少人，特别是青少年学生，因认为数学深奥难懂，枯燥无味，以至望而生畏，学而生厌，甚至最终放弃了数学学习。这种对于数学的认识、情感和做法，当然欠妥，甚至是错误的。

究其原因，固然与数学本身高度的抽象性、严谨的逻辑性和思维的奇特性有关，但从学生方面来看，除了耐心、毅力等意志因素以外，还与缺乏兴趣、不善思考等因素分不开。一些学生之所以产生诸如“就像站在花园外面，说花园里枯燥乏味一样”之类的关于数学的看法，与一般数学读物较少智巧妙趣和引人入胜的吸引力不无关系。在某种意义上，这后一方面甚至应当算作主要原因。

基于以上考虑，我们撰写了这本《数学智力故事》。旨在阐发数学的奇巧妙趣，弘扬数学的大觉大智，从而培养兴趣、启迪思维、丰富想象、触发激情，达到引导广大青少年步入生机盎然、和谐雅致、妙趣横生的数学百花园及培养能力、增益智慧和开发非智力因素的目的。

当然，写作的尝试只是出自我们的意愿。能否如愿以偿，我们拭目以待!

作　者

目录

第一篇 智慧之光

没有智慧的头脑，就像没有蜡烛的灯笼。

——列夫·托尔斯泰

思维是世界上最美的花朵。

——马克思

智力上的跃进，唯有创造力极强的人生气勃勃地独立思考，并在有关事实的正确知识指导下走上正轨，才能实现。

——普朗克

一. 奇数和偶数

解放前，在城镇的大路旁边，有时见到各种碰运气、赌输赢的小摊。其中的一种，叫做转糖摊。

转糖摊是一个不动的圆盘，盘上画了偶数个扇形格子，对格子按顺序进行编号。如图 1-1。

在圆盘的中心，伸出一根可以转动的轴，轴的上端向外垂直伸出一根悬臂，悬臂端吊一根绳子，绳头上系一小铅锤，以指示格子数。

图 1-1

摊主在偶数格子里各放一块小糖，在奇数格子里则分别放上一些引人注目的值钱的东西。玩时，谁付一角钱，就可拨动悬臂转动一次，等停转后，铅锤指到哪格，便根据那格的编号数，从下一格起，按格往下数这个数，数到哪一格，放在那格里的东西就归谁。

粗心大意的人常想：盘子上奇数和偶数格子各占一半。数到偶数格得一块小糖，虽然亏了；但若数到奇数格子得一支钢笔什么的，可就赚了。花一角钱不算多，可以碰碰运气。

可奇怪的是，在玩时，老是玩的人吃亏，却不见摊主赔本。

这是怎么一回事呢？是玩的人运气不好吗？

原来，这是摊主们运用数学原理巧设的一种骗钱的把

戏。玩的人未细加思量，就吃了亏，上了当！

为什么呢？

道理很简单，因为：

奇数＋奇数＝偶数；

偶数＋偶数＝偶数。

这就是说，按照规定的数法，不管铅锤指在奇数还是偶数，最后数的总是偶数格，是怎么也数不到奇数格子上去的！

你看：如此糊弄人的把戏，这样简单的道理，事先怎么就想不到呢？可见“胸中无数”是不行的！

还有一个故事，说的是四位数学家之间玩的猜数游戏。

一次，匈牙利的一位计算家同他的三位同事甲、乙、丙在娱乐时，做了一个“连环套”计数游戏。

让甲任选一个偶数和一个奇数，并把其中的一个告诉乙；剩下的一个告诉丙。乙把他得到的那个数乘2；丙把他得到的那个数乘3；然后把乙得出的积与丙得出的积相加。他们把结果告诉了计算家。计算家一听结果，立即猜出了甲给谁的是偶数，给谁的是奇数。

道理何在呢？

由于乙把所给的数乘2，所以不管所给的数是偶数还是奇数，其积一定是偶数。

我们知道，一个自然数不是奇数就是偶数，这样，由于

奇数＋奇数＝偶数；　　奇数×奇数＝奇数；

奇数＋偶数＝奇数；　　奇数×偶数＝偶数；

偶数＋偶数＝偶数。　　偶数×偶数＝偶数。

因而乙所得的积与丙所得的积的和的奇偶性，就体现着乙、丙所得的数的奇偶性。

如果这个和数是奇数，则丙所得的数的3倍必为奇数，从

而知丙所得的数必定是奇数。也就是说，这时甲给乙的必是偶数，给丙的必是奇数。

如果这个和数是偶数，则丙所得的数的3倍必为偶数，这时丙所得的数是偶数，从而知乙所得的数是奇数。也就是说，这时甲给乙的是奇数，给丙的是偶数。

你看，数的奇偶性是多么奇妙，它可以使人“未卜先知”呢！

比较起来，下一个故事的智慧性还要强一些。问题的解法，起初并不容易想到。

这个故事说的是：在法国某地的一次消夏晚会上，有四对夫妇一起饮酒。他们共饮了32瓶啤酒。

太太们的记录是：露易丝饮1瓶，蕾蒂丝饮2瓶，约瑟芬饮3瓶，玛丽饮4瓶。先生们呢？已知马尔勒和自己的妻子饮的同量；而让阿冉饮的是自己妻子的2倍，苏西克斯是妻子的3倍，诺森伯兰是妻子的4倍。

请大家猜一猜：谁和谁是一家？又四对夫妻饮酒量的大小顺序如何？

解这个问题，我们可以采用列方程分析的方法。

设马尔勒、让·阿冉、苏西克斯、诺森伯兰四人妻子的饮酒量分别是x、y、z、u瓶，则：

由太太们的饮酒记录，知

$$x+y+z+u=1+2+3+4=10 \tag{1}$$

那么，男人们饮酒的瓶数是

$$x+2y+3z+4u=32-10=22 \tag{2}$$

从(1)得

$$u=10-x-y-z \tag{3}$$

(3)代入(2)，经整理可得

$$3x+2y+z=18 \tag{4}$$

(4) 式右端为一偶数，左端中 $2y$ 必为偶数，故 $3x$、z 必具同样的奇偶性，或者说 x、z 具有同样的奇偶性。

又由于 x、y、z、u 可以分别取 1、2、3、4 中的任一数，y、$z\leqslant 4$，所以 $x\neq 1(z\neq 3)$、$x\neq 2(z\neq 4)$、$x\neq 4(z\neq 2)$。

因此 $x=3$，$z=1$；$y=4$，$u=2$。

也就是说，马尔勒的妻子饮 3 瓶，她是约瑟芬。马尔勒饮 3 瓶，这对夫妻共饮 6 瓶。

让·阿冉的妻子饮 4 瓶，她是玛丽。让·阿冉饮 8 瓶，夫妻共饮 12 瓶。

苏西克斯的妻子饮 1 瓶，她是露易丝。苏西克斯饮 3 瓶，夫妻共饮 4 瓶。

诺森伯兰的妻子饮 2 瓶，她是蕾蒂丝。诺森伯兰饮 6 瓶，夫妻共饮 8 瓶。

此时，问题的答案已跃然纸上。

你看，数的奇偶性是多么有用，而应用起来又多么富有智趣！

二·“魔术树上的金苹果”

——数学家柳卡的趣味算题

匈牙利近代著名作家卡尔曼·米克沙特所著的长篇小说《奇婚记》中，有一个很有兴味的情节：

小说中的女主角比罗什卡的父亲米克洛什·霍尔瓦特是一个博览群书的人。他看到一本书上说到传说中的骑士向某一城堡的女儿求婚时，必须用剑从一棵魔术树上砍下三只金苹果，大为欣赏。于是，当比罗什卡的大姐罗扎莉雅要出嫁时，霍尔瓦特公开宣布，他鄙视官衔、出身和财产一类的东西，他要把女儿嫁给一个能回答他三个问题的聪明人。这三个问题就是霍尔瓦特心目中的“魔术树上的三只金苹果”。

那么这三个问题究竟是些什么问题呢？小说中只叙述了第一个问题，它的大意是这样的：

每天有两辆邮车一起从波若尼城出发驶往勃拉萧佛城；与此同时，也有两辆邮车一起从勃拉萧佛城沿同一条公路驶往波若尼城。假定两城间的行程需要十天，而且每辆邮车都以相同的速度在整个行程匀速行驶，那么坐在某一辆由波若尼城驶往勃拉萧佛城的邮车的人，从出发时算起到抵达勃拉萧佛城之前，会碰到多少辆从勃拉萧佛城开往波若尼城的邮车？

这是一道很有趣味的问题，并且有一定的思考难度。探究其源，它来自数学家柳卡提出的一道数学题。

那是在19世纪的一次国际学术会议期间，一天，当与会的许多著名数学家的晨宴快要结束的时候，法国数学家柳卡兴致勃勃地向同行们提出了一个被他称为“最困难”的问题：

一轮船公司较长时期以来，每天中午都有一艘轮船从塞纳河口的勒阿佛尔港(巴黎的外港)开往纽约。在每天的同一时刻，也有该公司的一艘船从纽约开往勒阿佛尔。轮船在横渡大西洋途中所花的时间恰好是7天7夜，并且在全部航程中均匀速地航行在同一条航线上。问今天中午从勒阿佛尔开出去的轮船，在抵达纽约的航程中，将会遇到几艘同一公司的轮船从对面开来？

这个问题如不仔细思考，很容易这样顺口作答：航船两岸既然一天一夜起航一只船，走7天7夜，一只航船自然遇着7艘船从对面开来。在那次国际会议上，就有几位学者是这样回答的。其实这种答案是十分错误的。因为从勒阿佛尔开出的轮船不仅会遇上它的7天航程期间从纽约方向驶来的轮船，而且还会遇到在它启航之前就已从纽约方向驶来的轮船。经过这样的考虑，也许你会作出“遇到14艘轮船”的回答，其实还不然。正确的答案应该是“15艘”。

这是为什么呢？

我们设想：轮船刚从勒阿佛尔海港启航时，就会遇到7天7夜前同一时刻从纽约开来刚好进港的轮船；接着航船在航行时，又势必分别会遇到从纽约港6天前、5天前……1天前开来的6只船；除此之外，航程中它自然地还会遇到它开船时刚好也从对岸港开出的1只船及以后6天6夜开来的6只船。而当轮船抵达纽约港时，又恰好遇上1艘已是7天7夜后从纽约港刚刚拔锚启航的一只船。这样算起来，它从勒阿佛尔启航到抵达纽约港，岂不恰好遇上15只同一公司的轮

船！

如果用"时间-路程"图线作一番"纸上试验"，那么答案就更清楚了：

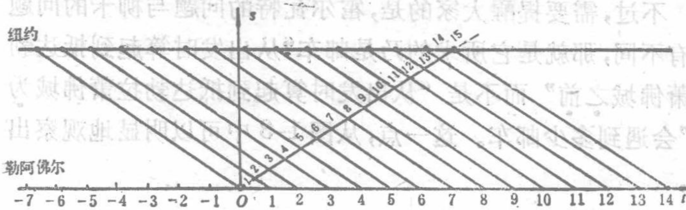

图 1-2

在图 1-2 中，Ot 轴代表时间，其中 O 点代表轮船出发那一天，右边的正数代表出发后的天数，左边的负数的绝对值则代表出发前的第几天。O 点为勒阿佛尔的位置，另在 Os 轴上任选一点作为纽约的位置。这样，从左上方画向右下方的那簇平行线就是我们那艘轮船出发前后若干天内从纽约开往勒阿佛尔的各艘轮船的路程图线；从 O 点向右上方画出的那条斜线就是"我们乘坐的那艘轮船"的路程图线。

从图中可以清楚地看到，从勒阿佛尔开出的轮船，从拔锚启航到抵达纽约，的确恰好遇上了 15 艘同一公司的轮船从对面开来。因为这艘船的路程图线，跟那簇开行线恰好相交了 15 次。

著名数学家欧 (Euler, 1707—1782) 曾说过："数学这门科学，需要观察，也需要试验。"以上我们运用时间-路程图线进行"纸上试验"的方法，很方便、很清楚地解答了本来是颇费周折的问题，显示了试验方法的威力。

至于本文开头所提出的霍尔瓦特的邮车问题，既可以通过分析、推理予以解决，但在我们掌握了通过"时间-路程"图