

文達

中學數學

3

徐明科
黃鳴嬋
蔡培文

教師手冊

003331 J7

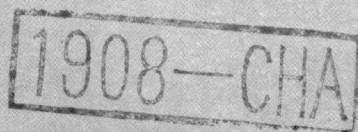
文達

中學數學 3

徐明科
黃鳴嬋
蔡培文



601932



文達出版(香港)有限公司
MANHATTAN PRESS (H.K.) LTD

教師手冊

編 者： 徐 明 科 黃 鳴 嬋 蔡 培 文

出 版： 文 達 出 版 (香 港) 有 限 公 司

香港九龍紅磡鶴園東街三號衛安中心 1006 室

電 話： 3-638240 3-638249

本書版權由文達出版(香港)有限公司所有。

本書任何部份未經許可不能以影印、錄音或其
它任何方式翻印或翻譯。

1988年第一版

ISBN 962-7144-40-1

目 錄

1	百分法的進一步應用	1
2	指數律	4
3	常用對數	6
4	續全等、相似及平行綫	8
5	續解釋幾何：直綫和直綫方程	14
6	求積法	19
7	代數不等式	23
8	一元二次方程	25
9	簡易概率	28
10	三角的應用	31
11	集中趨勢的量度	35
12	統計的應用及誤用	38

1

百分法的進一步應用

教學目的

1. 學習直接稅及百分數增減的概念。
2. 學習百分數在連續增減及各種成份增減上的應用。

1.1 稅收

(課時：1)

要點

1. 教師應向學生說明政府為什麼要徵稅，以及稅收大致上的分類。
2. 應使學生明白課稅是依不同的稅率來計算的。徵稅類型和稅率則由立法局經辯論後表決通過。教師可介紹當年的標準稅率。
3. 本節所學習的物業稅，利息稅、和利得稅都是**直接稅**。教師應向學生解釋上述稅收的徵收對象及彼此的區別（例如利得稅和利息稅的區別，物業稅與差餉的區別）。教師可借助評稅通知書上的伸算表，解釋如何計算稅款。

堂上練習答案

均按 87/88 年度稅率計算

1. 直接稅
2. 4 752 元
3. 8 250 元
4. 153 000 元
5. 92 400 元

1.2 薪俸稅

(課時：2)

要點

1. 在薪俸稅的計算中，如何計算實際享有之

額外免稅額是一難點。教師最好強調薪俸稅按遞增稅率計算，不過全部徵收稅額最高仍不超過扣除免稅額前入息乘標準稅率。

2. 計稅過程可用下頁的流程圖表示。教師若能利用事先繪好的流程圖講解，可以幫助學生理解計稅過程。

堂上練習答案

1. 2 790 元
2. 3 300 元

1.3 差餉

(課時：1)

要點

教師最好能結合“徵收差餉通知書”進行講解。學生也許會問：“差餉和物業稅的區別是什麼？”。主要區別在於差餉是間接稅，業主可將其加在租金上轉嫁給租客。而且徵收後的用途也不同。

堂上練習答案

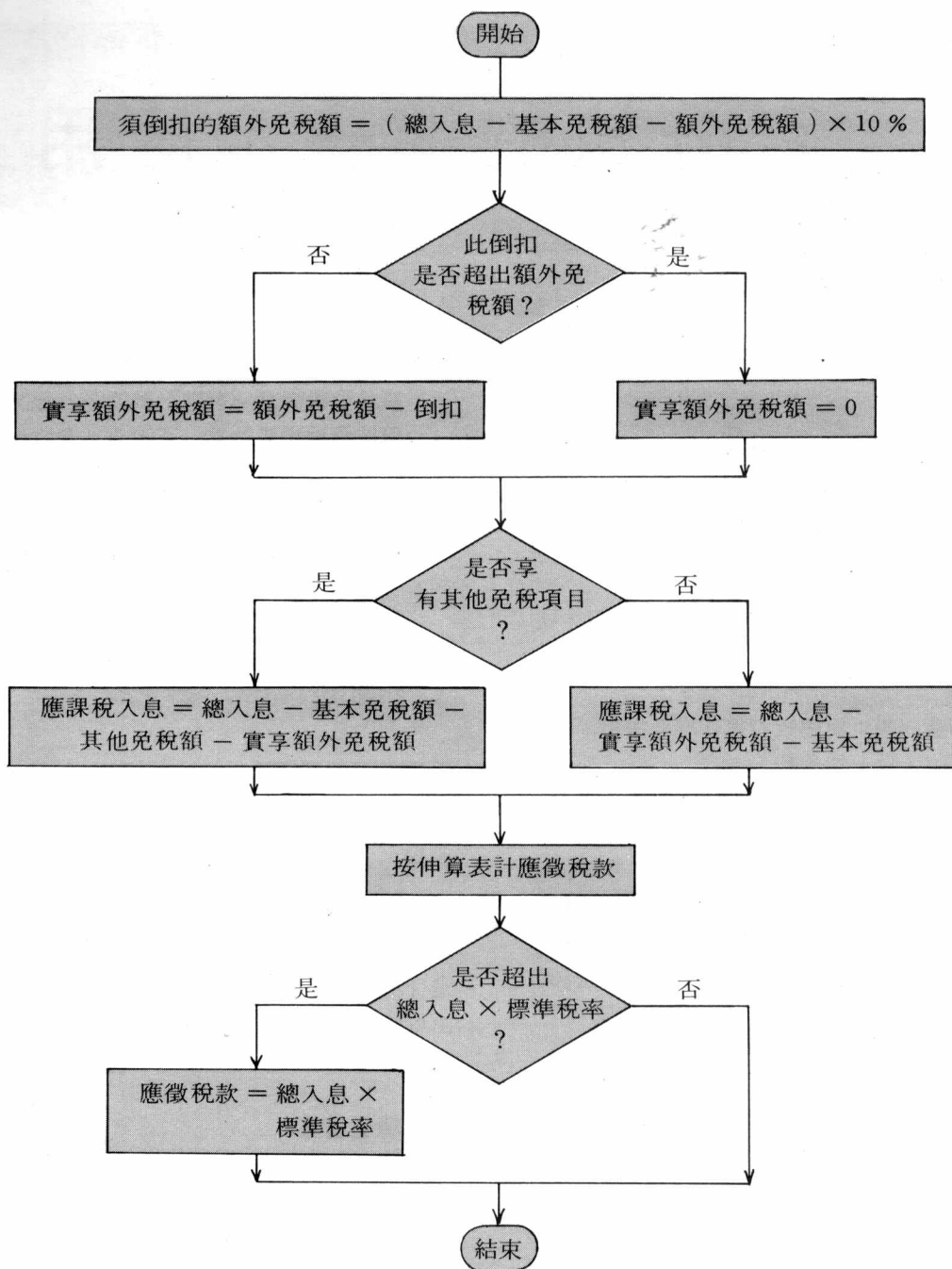
1. 1 080 元，270 元
2. 1 476 元，369 元
3. 1 800 元，450 元
4. 2 916 元，729 元

1.4 增減百分率

(課時：1)

要點

本節複習中二學過的增加的百分率和減少的百分率的內容，以便為進一步學習連續增減和各種成份的增減作準備。



堂上練習答案

- | | | | |
|----------------------------|------------------------------|-------------------|-------------------|
| 1. 3 元, 25 % | 2. 2 米, 25 % | 7. 250 kg, 325 kg | 8. 75 m, 375 m |
| 3. $33\frac{1}{3}$ %, 24 天 | 4. $107\frac{1}{7}$ %, 261 m | 9. 18 小時, 45 小時 | 10. 792 元, 1452 元 |
| 5. 60 m^3 24 % | 6. 60 元, 72 元 , | 11. 2.5 小時, 25 % | 12. 23 kg, 23 % |

13. $11\frac{1}{9}\%$, 3 200 元

14. $16\frac{2}{3}\%$, 80 m^2 15. 4 800 元, $16\frac{2}{3}\%$

16. 900 m, 792 m 17. 720, 468

18. 67.2 kg, 212.8 kg

19. 38 分, 38 分

20. 0.12 m/s , 119.88 m/s

1.5 連續增減及各種成份的增減

(課時：2)

要點

- 解連續增減問題時，最好先指出，每一次的增減都以上一次增減的結果作為母數。因此，某量在減少20%後再增加20%，其數量與增減之前並不相同。
- 解各種成份的增減問題時，經常先求出各種成份的增減量，再求整個項目的增減百分比。

堂上練習答案

- 5 618 160
- 減少了4%
- 21.4%
- 0%

1.6 絕對誤差和相對誤差

(課時：2)

要點

- 可由量度書桌長度及紙張厚度區別絕對誤差及相對誤差。並指出量度的“準確度”是以絕對誤差釐定，而“精確度”是以相對誤差釐定。
- 教師可引導學生討論取近似值的兩種方法（(a)準確到某一位，(a)取 $\times$ 位有效數字）所引起的絕對誤差和相對誤差。

堂上練習答案

- $4\,500 \leq x < 5\,500$, 500, 0.10, 10%
- $124.5 \leq x < 125.5$, 0.5, 0.004, 0.4%
- $12.45 \leq x < 12.55$, 0.05, 0.004, 0.4%
- $1.245 \leq x < 1.255$, 0.005, 0.004, 0.4%
- $0.124\,5 \leq x < 0.125\,5$, 0.000 5, 0.004, 0.4%
- $0.124\,95 \leq x < 0.125\,05$, 0.000 05, 0.000 4, 0.04%
- 0.5 kg, 0.007 812 5
- 0.005 cm, 0.002
- $115 \leq x < 125$ (元), 0.041 7
- $9.95 \leq t < 10.05$ (秒), 0.005

複習題1 難題解答

14. 絕對誤差為 0.5° ，相對誤差為
 $0.5^\circ \div 60^\circ = 0.83\%$

測驗

時間：30分鐘

- 某物業應課差餉租值為45 600 元，而差餉率為6%，求其每季應繳差餉。
- 某一股票周一暴跌20%，周二回升12%，兩天內共跌了百分之幾？
- 老大的工資比老二多25%，比老三多50%。老二的工資比老三多百分之幾？
- 量度一綫段的長度，若準確到厘米時，其值為20 厘米。求
 (a)該綫段的真值 x 的範圍，
 (b)該量度結果的絕對誤差，
 (c)該量度結果的相對誤差和百分誤差。
- 一酒精溶液的濃度為75%，若酒精的重量增加20%，而水的重量則增加40%，則溶液的濃度為多少？

測驗答案

- 684 元
- 10.4%
- 20%
- (a) $19.5\text{ cm} \leq x < 20.5\text{ cm}$
 (b) 0.5 cm (c) 0.025, 2.5%
- 72%

2

指數律

教學目的

1. 在中一學習過正整數冪的基礎上，進一步介紹零指數冪，負指數冪，分數指數冪的定義。
2. 學習有理數指數律。
3. 利用有理數指數律作計算。

2.1 正整數指數律

(課時：1)

要點

1. 複習中一已經學過的正整數指數律，並加以一般的證明。
2. 複習利用正整數指數律的計算題目，中一的題目以數字的冪為主，這裏應該學習文字的冪的題目。

2.2 零指數和負整數指數的冪

(課時：1)

要點

1. 介紹零指數和負整數指數冪的意義，可以用具體的例子引入，學生容易理解。
2. 在規定 $a^0 = 1$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 中，要強調 $a \neq 0$ 。
3. 指出正整數指數律，也適用零指數冪及負整數指數冪。
4. 學生需要練習足夠的指數律的計算題目。

5. 指出學生常犯的錯誤，例如：

$$(-1)^0 = -1, 3^{-2} = -3^2,$$

$$2a^{-2} = \frac{1}{2a^2}, 3^{-2} \times 3^3 = 3^{-6},$$

$$2^3 \cdot 3^{-2} = 6^{-6}$$

堂上練習答案

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1. $\frac{1}{125}$ | 2. 1 |
| 3. $\frac{1}{49}$ | 4. $\frac{1}{81}$ |
| 5. $\frac{27}{8}$ | 6. 1 |
| 7. 8 | 8. $\frac{1}{16}$ |
| 9. 1 | 10. 1 |
| 11. 2 | 12. 9 |
| 13. 3 | 14. 7 |
| 15. 1 | 16. $\frac{27}{2}$ |
| 17. $\frac{1}{27}$ | 18. $\frac{1}{65}$ |

2.3 根式

(課時：1)

要點

1. 本節是為下一節分數指數冪而設。
2. 介紹 n 次方根的意義，着重指出正數的偶次方根有兩個，它們互為相反數。所以對 $x^2 = 4$ ，學生必須記住 $x = \pm \sqrt{4} = \pm 2$ 。
3. 學生必須明白負數的偶次方根是沒有意義的。

2.4 分數指數的冪

(課時：2)

要點

1. 介紹分數指數冪的意義。可以先介紹 $a^{\frac{1}{n}}$ ，再進一步介紹 $a^{\frac{m}{n}}$ 及 $a^{-\frac{m}{n}}$ 。
2. 學生需知道前面所學習的整數的指數律也適用於分數指數律，(但不必證明)，至此，指數律就適用於有理數指數冪了。
3. 回憶上一節的內容，指出若 $a < 0$ ， n 為偶數時， $a^{\frac{m}{n}}$ 和 $a^{-\frac{m}{n}}$ 皆無意義。
4. 學生必須有足夠的練習去熟練有理數指數律的運算。
5. 指出學生常犯的錯誤，例如：
 $2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{4}}$ ， $4^{\frac{1}{3}} = \sqrt{4^3}$ ，
 $a^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{a^2}$ ， $(a+b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ 等。

2.5 科學記數法

(課時：1)

要點

1. 指出科學記數法的用途。
2. 介紹用科學記數法表示數。
這一節學生是很容易明白和接受的。

測驗

(課時：30 分鐘)

計算下列各式的數值：(1 - 5)

1. $27^{-4} \times 3^{12}$
2. $(0.0025)^{-\frac{3}{4}}$
3. $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} \times \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \div \left(\frac{1}{216}\right)^{-\frac{1}{3}}$
4. $\left(\frac{1}{16}\right)^0 - 64^{-\frac{1}{2}} + (-32)^{-\frac{4}{5}}$
5. $\frac{25^{\frac{n}{2}+1} + 5^n}{2 \times 5^n}$

化簡下列各式，並把結果化成不含負指數的式子：(6 - 10)

6. $(ab^{-1})^{-2} \cdot a^2 b^{-3}$
7. $\left(\frac{m^3}{n^2}\right)^{\frac{1}{2}} \div \left(\frac{n^3}{m^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$
8. $\sqrt[4]{a^3 \sqrt{a^{-2}}}$
9. $a^{\frac{1}{2}} \left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}\right)$
10. $(2x^{-\frac{1}{2}} + 3y^{-\frac{1}{2}})(2x^{-\frac{1}{2}} - 3y^{-\frac{1}{2}})$

求下列各式中的 x ：(11 - 12)

11. $5^{-x} = 125$
12. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} = 8^{x-3}$
13. 用科學記數法表示：
(a) 30 000 000 (b) $2 \times 10^{-8} - 3 \times 10^{-9}$

測驗答案

1. 1
2. 8
3. $\frac{9}{16}$
4. $\frac{15}{16}$
5. 13
6. $\frac{1}{b}$
7. $m^{\frac{1}{2}} n^{\frac{1}{2}}$
8. $a^{\frac{1}{12}}$
9. $a + 1$
10. $\frac{4}{x} - \frac{9}{y}$
11. $x = -3$
12. $x = \frac{9}{2}$
13. (a) 3×10^7 (b) 1.7×10^{-8}

3

常用對數

教學目的

1. 認識 10 的乘幕與常用對數的關係。
2. 認識對數律，並利用對數律進行運算。
3. 練習常用對數的應用。

3.1 $y = 10^x$ 的圖像

(課時： $\frac{1}{2}$)

要點

1. 介紹 $y = 10^x$ 的圖像。
2. 由 $y = 10^x$ 的圖像，學生認識到，已知 x 可求得 y ，反之由 y 的值亦可以求得 x 的值。

3.2 常用對數

(課時： $3\frac{1}{2}$)

要點

1. 介紹常用對數的定義。
2. 充分說明幕和對數的關係，書上的圖解可使學生進行比較。
3. 學生必須記住：10 的常用對數為 1, 1 的常用對數為零，這是經常要用到的結果。學生還必須明白，零和負數是沒有常用對數。
4. 介紹常用對數律，利用對數律進行運算時，必須有充足的例題示範，而學生必須有足夠的練習。
5. 指出學生常犯之錯誤，例如：
 $(\log x)(\log y) = \log xy$

$$\frac{\log x}{\log y} = \log \frac{x}{y} \text{ 或 } \frac{\log x}{\log y} = \frac{x}{y}$$

$$\log x \pm \log y = \log (x \pm y),$$

$$(\log x)^2 = 2 \log x$$

$$3 \log x = \log 3x \text{ 等。}$$

3.3 對數表

(課時： $1\frac{1}{2}$)

要點

1. 先介紹 1 至 10 之間的數之常用對數的查表法。
2. 介紹大於 10 或大於零而小於 1 的數的常用對數求法時，需要一步步引導，首先學生應回憶科學記數法，然後指出所求數的對數利用對數律可分成二部份，其中一部份是 $\log 10^n$ 或 $\log 10^{-n}$ 的形式，另一部份可由常用對數表查得。
3. 由此得出首數和尾數的意義。
4. 最後總結書中所提及的一個簡單方法，學生必須記熟。
5. 關於首數是負數的對數的寫法，學生必須明白其意思。

堂上練習答案

- | | |
|------------|-------------|
| 1. 0.301 7 | 2. 0.987 2 |
| 3. 0.950 5 | 4. 0.778 3 |
| 5. 0.890 4 | 6. 0.755 4 |
| 7. 0.865 0 | 8. 0.592 4 |
| 9. 0.091 3 | 10. 0.091 6 |

3.4 反對數表

(課時: $1\frac{1}{2}$)

要點

1. 首先介紹求首數為 0 的對數所對應的真數，查表法很容易讓學生接受。
2. 介紹任意首數的對數的求真數法時，學生可以回憶上一節首數和尾數的定義，從而明白首數用來定位，尾數用來定值的意義。
3. 最後總結成書中提及的一個簡單求法，讓學生記熟。
4. 特別交代對於負數對數一定要懂得化為負首數和正尾數的形式。

堂上練習答案

- | | |
|-----------|------------|
| 1. 1.585 | 2. 4.305 |
| 3. 2.518 | 4. 7.816 |
| 5. 1.007 | 6. 1.328 |
| 7. 4.250 | 8. 0.889 9 |
| 9. 1.585 | 10. 4.074 |
| 11. 2.213 | 12. 6.460 |

3.5 對數的應用

(課時: 2)

要點

1. 說明遇到比較繁複的乘、除、乘方開方運算時，利用對數運算，可以較簡捷地進行。
2. 用例題示範計算方法，提醒學生，經常在一個問題中需查對數表又需查反對數表，學生要分清楚，不要混淆不清。
3. 鼓勵學生在在一般情形下都先把數字轉為科學記數法，以避免出現負首數，(負首數計算是學生容易出錯的地方)。

如 $\frac{36.5 \times 0.000271}{0.000033}$ 轉化為：

$$\frac{3.65 \times 10 \times 2.71 \times 10^{-4}}{3.3 \times 10^{-5}}$$

4. 學生沒必要做太複雜的題目。

堂上練習答案

- | | |
|------------|---------------------|
| 1. 1.619 7 | 2. $\bar{2}.176\ 0$ |
|------------|---------------------|

- | | |
|--------------------------|----------------------|
| 3. $\bar{1}.402\ 5$ | 4. $\bar{3}.201\ 0$ |
| 5. $\bar{1}.096\ 8$ | 6. $0.910\ 2$ |
| 7. $4.629\ 1$ | 8. $4.962\ 9$ |
| 9. $0.496\ 1$ | 10. $\bar{5}.136\ 2$ |
| 11. $\bar{2}.744\ 2$ | 12. $\bar{7}.125\ 8$ |
| 13. $\bar{1}\bar{1}.272$ | 14. $\bar{1}.315\ 3$ |
| 15. $\bar{1}.360\ 5$ | 16. $\bar{2}.107\ 5$ |

測驗

(時間: 30 分鐘)

不查表，求下列各式之值：(1 - 6)

1. $\log 4 + \log 25$
2. $\log 8 - \log 4 + \log 5$
3. $\frac{\log 216}{\log 6}$
4. $100^{\log 3}$
5. $\frac{\log 8 \div \log 2}{\log 100}$
6. $\frac{3 \log 2 + \log 5}{\log 0.04 + 3}$

已知 $\log 2 = 0.301\ 0$, $\log 3 = 0.477\ 1$ ，求下列各式之值：(7 - 8)

- | | |
|--|------------------------|
| 7. $\log \sqrt{75}$ | 8. $\log \frac{8}{25}$ |
| 9. 已知 $\log 6.732 = 0.828\ 1$ 求下列各對數：
(a) $\log 0.006\ 732$ (b) $\log 673\ 200$ | |
| 10. 利用查表計算下列各式之值：(準確至四位有效數字)
(a) $3.78 \times (12.53)^3$
(b) $\frac{\sqrt{(4.321)^3}}{\sqrt[3]{73.2}}$ | |

測驗答案

- | | |
|--|-------------|
| 1. 2 | 2. 1 |
| 3. 3 | 4. 9 |
| 5. $\frac{3}{2}$ | 6. 1 |
| 7. 0.887 55 | 8. -1.699 0 |
| 9. (a) $\bar{3}.828 = -2.172$
(b) 5.828 1 | |
| 10. (a) 7 433 | (b) 2.147 |

4

續全等、相似及平行綫

教學目的

了解幾何方面演繹推理的概念及把它應用於計算題上。

4.1 定義、公理和定理的證明

(課時：1)

要點

1. 介紹幾何的證明過程，幫助學生理解邏輯推理的程序。
2. 可用一具體的實例（具體證明一個簡單的定理）來介紹證明一個命題的一般步驟，以及證明過程中的注意事項。
3. 定義、公理，只需作一般性的介紹。

4.2 全等三角形

(課時：4)

要點

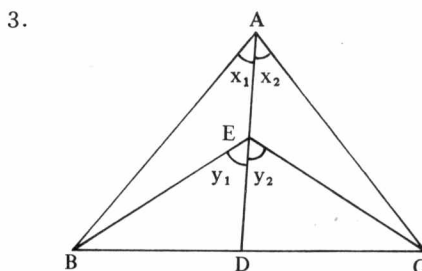
1. 複習以前所學過的全等三角形的判別法，並以公理結構的形式把它們聯繫起來。但是，因為我們的目的只是介紹一種不太嚴格的證題方法，並非正式介紹公理化結構，所以我們把 S. A. S. 法則作為公理，其餘的當作定理，但並沒有給出證明。
2. 應向學生明確指出，全等三角形常用來證明綫段相等和角度相等。為此，一定要引導學生看圖，以分清所要證明相等的二個量，究竟分別屬於哪二個三角形，這二個三角形，根據已知條件，它們是否滿足全等的條件等等，藉以養成分析的習慣。

3. 每一步驟都要寫出理由，推論過程要力求直接、清楚、明瞭。
4. 幾何圖形也要力求繪製準確。

堂上練習答案

敘述	理由
(1) $\because OA = OB$	同圓半徑相等
(2) $\angle ODA = \angle ODB$ $= 90^\circ$	垂直定義
(3) 又, $OD = OD$	公共邊
(4) $\therefore \triangle OAD \cong$ $\triangle OBD$	R. H. S.
(5) $\therefore AD = BD$	$\cong$ $\triangle$ 的對應邊相等

敘述	理由
(1) $\because OA = OB$ $OC = OD$	同圓半徑相等
(2) $\angle AOC = \angle DOB$	對頂角相等
(3) $\therefore \triangle AOC \cong \triangle DOB$	S. A. S.
(4) $\therefore \angle a = \angle b$ $AC = DB$	$\cong$ $\triangle$ 的對應角、對應邊相等



敘述	理由
(1) $\therefore \angle x_1 = \angle x_2$ $\angle y_1 = \angle y_2$	已知
(2) $\therefore \angle BEA = \angle CEA$	等角的補角相等
(3) $AE = AE$	公共邊
(4) $\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACE$	A. S. A.
(5) $\therefore AB = AC$	$\cong$ $\triangle$ 的對應邊相等
(6) $AD \perp BC$	等腰 $\triangle$ 的頂角的分角綫垂直於底邊

4.

敘述	理由
(1) $\therefore OA = OB$	同圓半徑相等
(2) $OA \perp PA$ $OB \perp PB$	已知
(3) $\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ$	垂直定義
(4) $OP = OP$	公共邊
(5) $\therefore \triangle OAP \cong \triangle OBP$	R. H. S.
(6) $\therefore \angle a_1 = \angle a_2$ $PA = PB$	$\cong$ $\triangle$ 的對應角和對應邊相等

4.3 續平行綫

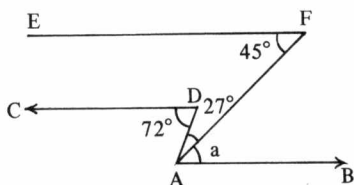
(課時：3)

要點

- 第一個課時複習平行綫的性質和平行公理。
- 以後二個課時，重點學習平行綫的判定，同時為下節平行四邊形和梯形作準備。
- 凡作輔助綫，必須在證明過程中予以交待。

堂上練習答案

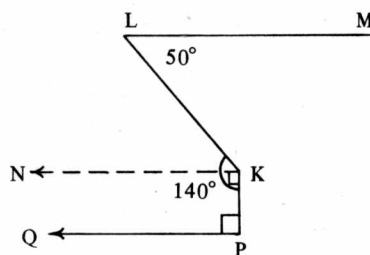
1.



証明：

- | | |
|---|---------------------------|
| (1) $\therefore CD \parallel AB$ | 已知 |
| (2) $\therefore \angle a + 27^\circ = 72^\circ$ | $CD \parallel AB$, 內錯角相等 |
| (3) $\therefore \angle a = 45^\circ$ | 計算 |
| (4) 但 $\angle F = 45^\circ$
$\therefore \angle a = \angle F$ | 已知 |
| (5) $\therefore EF \parallel AB$ | 等量代換
內錯角相等,
二直綫平行 |

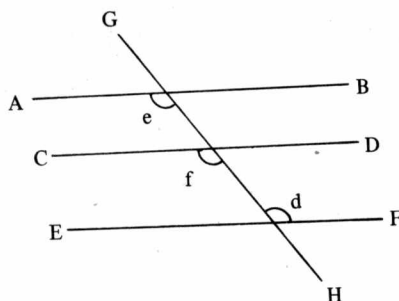
2.



証明：

- | | |
|--|---------------|
| (1) 過K點作 $KN \parallel PQ$ | 作圖 |
| (2) 則 $\angle NKP + \angle KPQ = 180^\circ$ | 二直綫平行, 同側內角互補 |
| (3) 但 $\angle KPQ = 90^\circ$,
$\angle LKP = 140^\circ$ | 已知 |
| (4) $\therefore \angle NKP = 90^\circ$
$\angle NKL = 140^\circ - 90^\circ = 50^\circ$ | 計算 |
| (5) $\therefore \angle NKL = \angle L = 50^\circ$ | 等量代換 |
| (6) 於是 $PQ \parallel LM$ | |

3.



證明：

$$(1) \because \angle e = \angle f$$

$$(2) \therefore AB \parallel CD$$

$$(3) \because \angle f = \angle d$$

$$(4) \therefore CD \parallel EF$$

$$(5) \therefore AB \parallel CD \parallel EF$$

已知

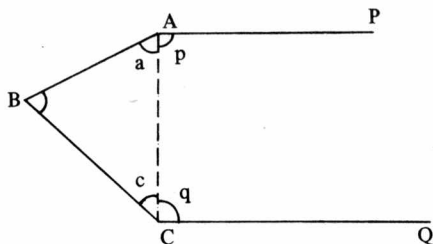
同位角相等，
二直綫平行

已知

內錯角相等，
二直綫平行

同平行於一直
綫的二直綫平
行

4.



證明：

$$(1) \text{ 如圖，連 } AC$$

$$(2) \angle B + \angle a + \angle c = 180^\circ$$

$$(3) \text{ 但 } \angle a + \angle p + \angle B + \angle C + \angle q = 360^\circ$$

$$(4) \therefore \angle p + \angle q = 180^\circ$$

$$(5) \therefore AP \parallel CQ$$

作圖

$\triangle$ 的內角和為
 180°

已知

計算

同側內角互補，
二直綫平行

(註：此題有多種証法，可讓學生討論。)

2. 最後二節課講梯形 (重點是等腰梯形)。

3. 因為 $\triangle$ 沒有對角綫，四邊形有對角綫，所以用討論對角綫長是否平分，是否相等來論證該四邊形是否是平行四邊形或菱形或矩形或正方形是本節的一大特點。務宜讓學生掌握。

4. 事實上，平行四邊形的對角綫的交點是它的對稱中心，反之，也可證明有這性質的四邊形必是平行四邊形。此點雖不必和學生講，但以此來構思習題和例題是很方便的。

堂上練習答案

(略證)

1. $\because$ 在直角 $\triangle ABE$ 和直角 $\triangle CDF$ 中，

$AB = CD$ ($\square$ 的對邊相等)

$AE = CD$ ($\square$ 的距離邊處處相等)

$AE = CF$ ($\square$ 的距離邊處處相等)

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF \text{ (R. H. S.)}$$

2. 在 $\triangle AMD$ 和 $\triangle BNC$ 中

$\because AD = BC$ ($\square$ 的對邊相等)

$AO = OC$ ($\square$ 的對角綫互相平分)

而 $AM = MO$ (已知)

$ON = NC$

$\therefore AM = NC$ (等量之半相等)

又 $\because AD \parallel BC$ ($\square$ 的對邊平行)

$\therefore \angle DAM = \angle BCN$ (平行綫的內錯角相等)

$\therefore \triangle AMD \cong \triangle BNC$ (S. A. S.)

$\therefore MD = BN$ ($\cong \triangle$ 的對應邊相等)

同理 $MB = ND$

$\therefore$ 四邊形 $MBND$ 是 $\square$ 。

(二組對邊分別相等的四邊形是 $\square$)

3. 由題意可知 $AM = BN$ 及 $AM \parallel BN$,

$\therefore$ 四邊形 $ABNM$ 是 $\square$

(一組對邊平行而且相等的四邊形是平行四邊形)

4. 由題意可知 $MD = BN$ 及 $MD \parallel BN$,

$\therefore$ 四邊形 $MBND$ 是 $\square$

(一組對邊平行而且相等的四邊形是 $\square$)

於是 $BM = DN$ 及 $BM \parallel DN$

($\square$ 的對邊平行而且相等)

4.4 平行四邊形和梯形

(課時：6)

要點

- 前二節講平行四邊形的性質兼及特殊平行四邊形：菱形、矩形、正方形的性質。後二節講平行四邊形 (包括菱形、矩形、正方形) 的判定和畫法。

5. (a) 是矩形
(b) 是菱形
(c) 是矩形
(d) 是正方形
6. (1) 如圖，過 D 點作 $DE \parallel AB$
則四邊形 ABED 是 $\square$
($\square$ 的定義)
(2) $\therefore AB = DE$ ($\square$ 的對邊相等)
(3) 但 $AB = CD$ (已知)
 $\therefore DE = DC$ (等量代換)
(4) $\therefore \angle DEC = \angle C$ (在 $\triangle$ 中等邊對等角)
(5) $\therefore AB \parallel DE$
 $\therefore \angle B = \angle DEC$ (平行線的
同位角相等)
(6) $\therefore \angle B = \angle C$ (等量代換)

4.5 相似三角形(續)

要點

(課時：4)

- 前二節課複習相似三角形的判定和性質。
後二節課以相似比的概念深入討論相似三角形的性質。
- 為了節約時間，例題和所要討論的課題，可事先詳細準備好以便在課堂上用高映機放出。這樣，既便於講解，又便於複習總結，一舉二得。

堂上練習答案

(略證)

- $\therefore CD \parallel AB$
 $\therefore \triangle OCD \sim \triangle OBA$ (A. A. A.)
又 $\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{OD}{OC}$ (相似 $\triangle$ 的對應邊成比例)
 $OA = OB$ (已知)
 $\therefore OD = OC$ (計算)
- $\therefore AC \parallel BD$
 $\therefore \triangle PAC \sim \triangle PBD$
同理 $\therefore CE \parallel DF$
 $\therefore \triangle PCE \sim \triangle PDF$

$$\therefore \frac{a}{a+b} = \frac{PC}{PD} = \frac{c}{c+d} \quad (\text{相似 } \triangle \text{ 的對應邊成比例})$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (\text{計算})$$

$$\text{但 } \frac{a}{b} = \frac{7}{8} \quad \therefore \frac{c}{d} = \frac{7}{8}$$

3. 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中

$\therefore \angle A$ 公共

且由已知條件知

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACE$$

(有一個角對應相等，且夾此角的二邊對應成比例的二個三角形相似)

$$4. \therefore \angle c = \angle c_1, \angle B = \angle B_1$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1 \quad (\text{A. A. A.})$$

$$5. \therefore h^2 = 42, \therefore h = \sqrt{42}$$

$$y^2 = 7(13) \therefore y = \sqrt{91}$$

$$x^2 = 6(13) \therefore x = \sqrt{78}$$

$$6. \therefore BD \parallel CE,$$

$$\therefore \triangle ABT \sim \triangle ACL$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AT}{AL} \text{ 即 } \frac{AT}{AL} = \frac{3}{3+4} = \frac{3}{7}$$

$$\therefore \frac{\triangle ABD \text{ 的面積}}{\triangle ACE \text{ 的面積}} = \left(\frac{AT}{AL}\right)^2$$

$$= \left(\frac{3}{7}\right)^2$$

$$= \frac{9}{49}$$

$$7. \therefore BA \parallel QS$$

$$\therefore \triangle APB \sim \triangle SPQ$$

$$\therefore \frac{\triangle APB \text{ 的面積}}{\triangle SPQ \text{ 的面積}} = \left(\frac{PA}{PS}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{4}$$

$$\text{同理 } \frac{\triangle CRD \text{ 的面積}}{\triangle QRS \text{ 的面積}} = \left(\frac{CP}{SQ}\right)^2$$

$$= \frac{1}{4}$$

8. $\therefore DE \parallel BC$

$\therefore \triangle AOE \sim \triangle ABC$

於是 $\frac{\triangle ADE \text{ 的面積}}{\triangle ABC \text{ 的面積}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2$
 $= \left(\frac{5}{7}\right)^2$

就是

$$\frac{\triangle ADE \text{ 的面積}}{63} = \frac{25}{49}$$

$\therefore \triangle ADE \text{ 的面積} = \frac{225}{7} \text{ (cm}^2\text{)}$

4.6 三角形的中點定理及平行截割定理

(課時：6)

要點

1. 三角形的中點定理和平行截割定理，都是平面幾何中的重要定理。我們用平行四邊形的定理和性質證明它們。由於論證的本身也是一種重要的方法，因此值得詳加介紹。
2. 每個定理的證明可用一節課詳加論證。而且還可向學生指出，今後在坐標幾何裏還會介紹中點定理的解析證明方法。
3. 三角形二邊中點的連線，有些書上稱它為三角形的中位綫，三角形的中點定理也稱為三角形的中位綫定理，同樣，梯形的二腰中點連線叫做梯形的中位綫，相應的定理也叫做梯形的中位綫定理。

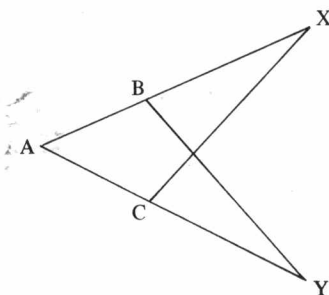
堂上練習答案

1. $x = 5$
2. $y = 3$
3. $a + b + c = 49$
4. $EF = 36, GH = 14$
5. $EM = 5, MF = 5$
6. $BD = 34, O_1 M = O_2 M = 17$
7. $q = 4, x = \frac{34}{9}$
8. $MN = \frac{29}{2}$
9. 10. 略

測驗

(時間：30 分鐘)

1.

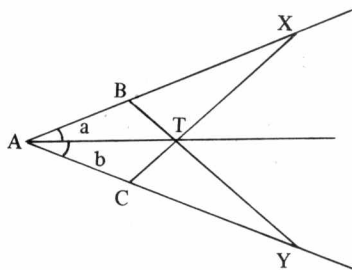


已知： $AB = AC, AX = AY$

求證：(a) $\triangle ABY \cong \triangle ACX$

(b) $\angle X = \angle Y$

2.

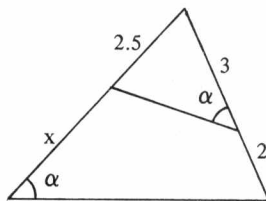


已知： $AB = AC, AX = AY$,
續上題再

求證：(a) $\triangle ATX \cong \triangle ATY$

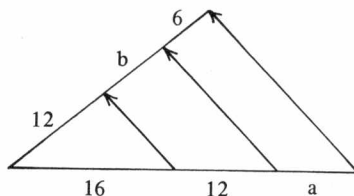
(b) $\angle a = \angle b$

3.



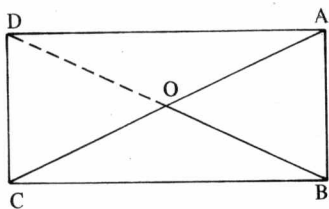
如圖，求 x 。

4.



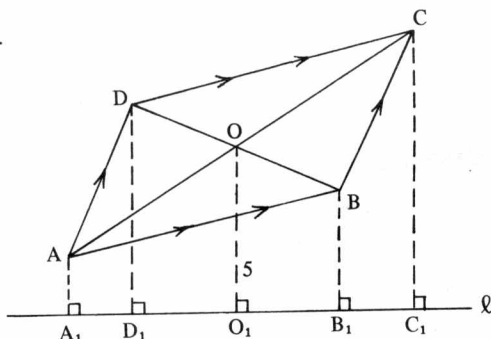
如圖，求 a 和 b 。

5.



如圖，四邊形 ABCD 是矩形
求證： $AO = OB = OC$

6.



如圖， $\square ABCD$ 各頂點在直線 l 上的垂足分別為 A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 ，而它的對角線的交點 O 與直線 l 的垂直距離 $OO_1 = 5\text{cm}$ 。求 $AA_1 + BB_1 + CC_1 + DD_1$ 的值。

4. 60 年代歐美教學改革中興起的“新數學”

運動，把幾何的內容和地位減少和降低到了最低點，70 年代末，80 年代初數學界總結了“新數學”運動的利弊，幾何又漸漸得到了應有的重視。至少，在目前大家已認識到，幾何所採用的論證方法，對培養學生的思考能力和邏輯思維能力來說，仍是一種很有效的方法。在數學教學中，它是尤其不應削弱的。現代數學家、幾何學家陳省身教授更大聲疾呼“幾何又回來了”。

5. 下面是一個適合中三年級同學程度的幾何思考題：

只准用一根有刻度的直尺(即只能用尺來畫直綫和量長度)，不能用圓規，如何平分一個已知角？(可參考測驗題 2)。

測驗答案

3. $x = 3.5$

4. $a = 8$, $b = 9$

6. 20 cm

附錄

- 所謂公理法，就是從少數不定義的術語和事先約定的性質出發，經過邏輯推理導出推論的方法。
- 第一本用公理法處理幾何的書籍是歐幾里德的《幾何原本》。但從現代公理法的要求來看，它還有着許多缺點。
- 德國數學家希爾伯特 (David Hilbert, 1862 ~ 1943) 於 1899 年出版的《幾何基礎》，對歐氏幾何給出了一個近代公理法的敘述，把公理化運動推向了一個高潮。但本世紀 40 - 50 年代，陸續有人證明公理法本身存着嚴重的不可克服的困難，從此它就漸趨式微。