



国防科技图书出版基金

“十二五”国家重点出版规划项目

航天器和导弹制导、导航与控制

# 轴对称壳谐振陀螺

Axisymmetric Shell Resonator Gyroscopes

樊尚春 © 著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

V241.5  
31

.. 013038221



国防科技图书出版基金

# 轴对称壳谐振陀螺

## Axisymmetric Shell Resonator Gyroscopes



Introduction

Vibration of Rotating Axisymmetric Shell

Precession of Circumferential Mode for Axisymmetric Shell

Analyses of Vibration Characteristics for Practical Axisymmetric Shell

Realization of Axisymmetric Shell Resonator Gyroscopes System

The Relationship of Time Constant, Quality Factor and Resonant Frequency

The Basic Principle of Holographic Interferometry Measure



国防工业出版社  
National Defense Industry Press



北航

C1644136

V241.5  
31

ISSN 8540777

**图书在版编目(CIP)数据**

轴对称壳谐振陀螺 / 樊尚春著. —北京:国防工业出版社,  
2013. 1

(航天器和导弹制导、导航与控制丛书)

ISBN 978 - 7 - 118 - 08574 - 7

I. ①轴... II. ①樊... III. ①航天器 - 轴对称体 -  
壳体(结构) - 振动陀螺仪 IV. ①V241.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 007529 号

**轴对称壳谐振陀螺**

著 者 樊尚春

责任编辑 王 华

出版发行 国防工业出版社(010 - 88540717 010 - 88540777)

地址邮编 北京市海淀区紫竹院南路 23 号,100048

经 售 新华书店

印 刷 北京嘉恒彩色印刷有限责任公司

开 本 710 × 960 1/16

印 张 13½

印 数 1 - 2500 册

字 数 192 千字


版 印 次 2013 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

定 价 75.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

“十二五”国家重点出版规划项目

《航天器和导弹制导、  
导航与控制》丛书

Spacecraft   
Guided Missile

顾问

陆元九

屠善澄

梁思礼

主任委员

吴宏鑫

副主任委员

房建成

## 致读者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技和武器装备建设事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,原国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

**国防科技图书出版基金资助的对象是:**

1. 在国防科学技术领域中,学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。
2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技和武器装备发展具有较大推动作用的专著;密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的高新技术内容的专著。
3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的新工艺、新材料内容的专著。
4. 填补目前我国科技领域空白并具有军事应用前景的薄弱学科和边缘学科的科技图书。

国防科技图书出版基金评审委员会在总装备部的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题

和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由总装备部国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,原国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技和武器装备建设战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金  
评审委员会

# 国防科技图书出版基金 第七届评审委员会组成人员

主任委员 王 峰

副主任委员 吴有生 蔡 锺 杨崇新

秘 书 长 杨崇新

副 秘 书 长 邢海鹰 贺 明

## 委员（按姓氏笔画排序）

才鸿年 马伟明 王小谟 王群书 甘茂治

甘晓华 卢秉恒 巩水利 刘泽金 孙秀冬

陆 军 芮筱亭 李言荣 李德仁 李德毅

杨 伟 肖志力 吴宏鑫 张文栋 张信威

陈良惠 房建成 赵万生 赵凤起 郭云飞

唐志共 陶西平 韩祖南 傅惠民 魏炳波

# 《航天器和导弹制导、导航与控制》 丛书编委会

顾 问 陆元九\* 屠善澄\* 梁思礼\*

主任委员 吴宏鑫\*

副主任委员 房建成  
(执行主任)

## 委员 (按姓氏笔画排序)

马广富	王 华	王 辉	王 巍	王子才*
王晓东	史忠科	包为民*	邢海鹰	孙柏林
孙承启	孙敬良*	孙富春	孙增圻	任 章
任子西	向小丽	刘 宇	刘良栋	刘建业
汤国建	严卫钢	李俊峰	李济生*	李铁寿
杨树兴	杨维廉	吴 忠	吴宏鑫*	吴森堂
余梦伦*	张广军	张天序	张为华	张春明
张弈群	张履谦*	陆宇平	陈士橹*	陈义庆



陈定昌*	陈祖贵	周 军	周东华	房建成
孟执中*	段广仁	侯建文	姚 郁	秦子增
夏永江	徐世杰	殷兴良	高晓颖	郭 雷*
郭 雷	唐应恒	黄 琳*	黄培康*	黄瑞松*
曹喜滨	崔平远	梁晋才*	韩 潮	曾广商*
樊尚春	魏春岭			

**常务委员** (按姓氏笔画排序)

孙柏林	任子西	吴 忠	吴宏鑫*	吴森堂
张天序	陈定昌*	周 军	房建成	孟执中*
姚 郁	夏永江	高晓颖	郭 雷	黄瑞松*
魏春岭				

**秘 书** 全 伟 宁晓琳 崔培玲 孙津济 郑 丹

注：人名有\*者均为院士。

# 总 序

航天器(Spacecraft)是指在地球大气层以外的宇宙空间(太空),按照天体力学的规律运行,执行探索、开发或利用太空及天体等特定任务的飞行器,例如人造地球卫星、飞船、深空探测器等。导弹(Guided Missile)是指携带有效载荷,依靠自身动力装置推进,由制导和导航系统导引控制飞行航迹,导向目标的飞行器,如战略/战术导弹、运载火箭等。

航天器和导弹技术是现代科学技术中发展最快,最引人注目的高新技术之一。它们的出现使人类的活动领域从地球扩展到太空,无论是从军事还是从和平利用空间的角度都使人类的认识发生了极其重大的变化。

制导、导航与控制(Guidance Navigation and Control, GNC)是实现航天器和导弹飞行性能的系统技术,是飞行器技术最复杂的核心技术之一,是集自动控制、计算机、精密机械、仪器仪表以及数学、力学、光学和电子学等多领域于一体的前沿交叉科学技术。

中国航天事业历经 50 多年的努力,在航天器和导弹的制导、导航与控制技术领域取得了辉煌的成就,达到了世界先进水平。这些成就不仅为增强国防实力和促进经济发展起了重大作用,而且也促进了相关领域科学技术的进步和发展。

1987 年出版的《导弹与航天丛书》以工程应用为主,体现了工程的系统性和实用性,是我国航天科技队伍 30 年心血凝聚的精神和智慧成果,是多种专业技术工作者通力合作的产物。此后 20 余年,我国航天器和导弹的制导、导航与控制技术又有了突飞猛进的发展,取得了许多创新性成果,这些成果是航天器和导弹的制导、导航与控制领域的新理论、新方法和新技术的集中体现。为适应新形势的需要,我们决定组织撰写出版《航天器

和导弹制导、导航与控制》丛书。本丛书以基础性、前瞻性和创新性研究成果为主,突出工程应用中的关键技术。这套丛书不仅是新理论、新方法、新技术的总结与提炼,而且希望推动这些理论、方法和技术在工程中推广应用,更希望通过“产、学、研、用”相结合的方式使我国制导、导航与控制技术研究取得更大进步。

本丛书分两个部分:第一部分是制导、导航与控制的理论和方法;第二部分是制导、导航与控制的系统和器部件技术。

本丛书的作者主要来自北京航空航天大学、哈尔滨工业大学、西北工业大学、国防科学技术大学、清华大学、北京理工大学、华中科技大学和南京航空航天大学等高等学校,中国航天科技集团公司和中国航天科工集团公司所属的科研院所,以及“宇航智能控制技术”、“空间智能控制技术”、“飞行控制一体化技术”、“惯性技术”和“航天飞行力学技术”等国家级重点实验室,而且大多为该领域的优秀中青年学术带头人及其创新团队的成员。他们根据丛书编委会总体设计要求,从不同角度将自己研究的创新成果,包括一批获国家和省部级发明奖与科技进步奖的成果撰写成书,每本书均具有鲜明的创新特色和前瞻性。本丛书既可为从事相关专业技术研究和应用领域的工程技术人员提供参考,也可作为相关专业的高年级本科生和研究生的教材及参考书。

为了撰写好该丛书,特别聘请了本领域德高望重的陆元九院士、屠善澄院士和梁思礼院士担任丛书编委会顾问。编委会由本领域各方面的知名专家和学者组成,编著人员在组织和技术工作上付出了很多心血。本丛书得到了中国人民解放军总装备部国防科技图书出版基金资助和国防工业出版社的大力支持。在此一并表示衷心感谢!

期望这套丛书能对我国航天器和导弹的制导、导航与控制技术的人才培养及创新性成果的工程应用发挥积极作用,进一步促进我国航天事业迈向新的更高的目标。

丛书编委会

2010年8月

# 前 言

陀螺仪是在惯性空间测量运动体旋转角度或角速度的传感器。经典的陀螺仪是按动量守恒原理,利用高速旋转的质量所具有的定轴性和进动性制成的。由于其框架支承上存在摩擦力矩,因此其仪表会产生漂移误差。为了从根本上避免机械摩擦,人们一直在寻求没有高速转子和活动支承的角速率和角位置传感器。谐振陀螺就是其中一种。

谐振陀螺的敏感部件是一个处于谐振状态的机械结构,称为谐振子。当谐振子随载体旋转时,哥氏效应引起敏感结构振型的“移动”是其对“旋转”敏感的基本原理。谐振子有多种形式,如振弦、音叉、质量块—梁组合结构、轴对称壳等。其中以由圆柱壳、半球壳等构成的轴对称壳谐振陀螺是目前综合性能最好的,在许多实际系统中获得成功应用。

谐振陀螺工作的前提是谐振子以其固有频率作持续振动。根据维持轴对称壳体谐振的不同方式,作者定义了“接触式”和“非接触式”谐振陀螺。相对而言,前者结构简单,价格低廉,但精度不高。后者最具代表性的典型构造就是半球谐振陀螺(Hemispherical Resonator Gyro, HRG)。国际上,美国从1978年开始研制HRG,先后研制了几个系列,其精度已达惯导级,俄罗斯也对这种陀螺进行了研究。

国内从20世纪80年代中期开始对这种谐振陀螺开始研究,在理论研究、实验研究、针对系统实现的实验测试等方面做了许多工作。本书试图以谐振敏感结构、激励方式、工作模式、陀螺系统为线索,建立起轴对称壳谐振陀螺的设计理论和计算方法。

本书有关轴对称壳谐振陀螺理论方面的研究内容,是作者20多年的积累,书中的研究方法、部分研究结果对于开展这类陀螺的深入研究具有

理论指导意义和工程实践参考价值。

本书所涉及的研究内容,得到国家自然科学基金和国家“863 计划”的资助。特致谢!

本书由北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院樊尚春教授完成。

在作者开展本书所涉及内容的研究过程中,参考并引用了一些专家学者论著的有关内容。汪顺亭院士、王巍研究员、房建成教授审阅了书稿并提出了许多宝贵意见与建议,在此一并表示衷心感谢。

谐振陀螺技术领域内容广泛且发展迅速,由于作者学识、水平有限,书中错误与不妥之处,敬请读者批评指正。

作者联系方式:shangcfan@buaa.edu.cn;010-82338323。

作者

2012年9月

# 目 录

## CONTENTS

<b>第 1 章 绪论</b>	<b>1</b>	<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 概述	1	1.1 Outline	1
1.2 轴对称壳谐振陀螺的基本结构与 工作模式	4	1.2 Basic Configuration and Operation Principle	4
1.3 接触式轴对称壳谐振陀螺	5	1.3 Axisymmetric Shell Resonator Gyroscopes with Contacting Scheme	5
1.4 非接触式轴对称壳谐振陀螺	5	1.4 Axisymmetric Shell Resonator Gyroscopes with Contactless Scheme	5
1.5 本书的主要内容	8	1.5 Main Content in This Book	8
1.5.1 轴对称壳动力学特性研究	8	1.5.1 Investigation on Dynamic Characteristic of Axisymmetric Shell	8
1.5.2 实际应用的轴对称壳动力学 特性分析	9	1.5.2 Analysis of Dynamic Characteristic of Practical Axisymmetric Shell	9
1.5.3 轴对称壳谐振陀螺系统实现 的研究	9	1.5.3 Investigation on Realization of Axisymmetric Shell Resonator Gyroscope	9
1.5.4 轴对称壳谐振陀螺工作机理 的实验研究	9	1.5.4 Experimenta of the Operation Principle for Resonator Gyroscope	9
<b>第 2 章 旋转的轴对称壳的振动</b>	<b>11</b>	<b>2 Vibration of Rotating Axisymmetric Shell</b>	<b>11</b>
2.1 简述	11	2.1 Outline	11
2.2 旋转的轴对称壳的动力学方程	12	2.2 Dynamic Equation of Rotating Axisymmetric Shell	12
2.3 旋转的轴对称壳的有限元列式	25	2.3 Finite Element Formulation of Rotating Axisymmetric Shell	25
2.3.1 任意轴对称壳	25	2.3.1 Axisymmetric Shell	25
2.3.2 圆柱壳	29	2.3.2 Cylindrical Shell	29
2.3.3 半球壳	34	2.3.3 Hemispherical Shell	34
2.4 旋转的轴对称壳的近似解析分析	37	2.4 Approximate Analytic Analyzing of Rotating Axisymmetric Shell	37
2.4.1 任意轴对称壳	37	2.4.1 Axisymmetric Shell	37
2.4.2 圆柱壳	38	2.4.2 Cylindrical Shell	38
2.4.3 半球壳	41	2.4.3 Hemispherical Shell	41

2.5	圆柱壳谐振频率的计算	44	2.5	Calculating Frequency of Cylindrical Shell	44
2.5.1	边界结构对圆柱壳振动的影响	45	2.5.1	The Influence of Vibration on Cylindrical Shell	45
2.5.2	旋转对圆柱壳谐振频率的影响	48	2.5.2	The Influence of Rotation on the Frequency of Cylindrical Shell	48
2.5.3	圆柱壳参数对谐振频率的影响	49	2.5.3	The Influence of Parameters of Cylindrical Shell on the Frequency	49
2.5.4	圆柱壳固支边界条件下谐振频率的近似公式	51	2.5.4	Approximate Solution of Frequency for Cylindrical Shell under Clamped Boundary Condition	51
2.5.5	圆柱壳振动特性小结	56	2.5.5	Summary	56
2.6	半球壳谐振频率的计算	57	2.6	Calculating Frequency of Cylindrical Shell	57
2.6.1	边界及边界条件对半球壳谐振频率的影响	60	2.6.1	The Influence of Boundary on Frequency of Hemispherical Shell	60
2.6.2	旋转对半球壳谐振频率的影响	67	2.6.2	The Influence of Rotation on Frequency of Hemispherical Shell	67
2.6.3	半球壳参数对谐振频率的影响	68	2.6.3	The Influence of Parameters of Hemispherical Shell on Frequency	68
2.6.4	半球壳参数变化的本质	69	2.6.4	The Essence of Parameter Variations for Hemispherical Shell	69
2.6.5	半球壳振动特性小结	71	2.6.5	Summary	71
2.7	圆柱壳与半球壳固有振动特性的实验研究	72	2.7	Experimentals of Vibration for Cylindrical and Hemispherical Shells	72
<b>第3章 轴对称壳环向振型的进动特性 77</b>			<b>3 Precession of Circumferential Mode for Axisymmetric Shell 77</b>		
3.1	简述	77	3.1	Outline	77
3.2	任意轴对称壳	78	3.2	Axisymmetric Shell	78
3.3	圆柱壳环向振型进动的计算	80	3.3	Calculation of Precession of Circumferential Mode for Cylindrical Shell	80
3.3.1	圆柱壳的近似计算	80	3.3.1	Approximate Calculation of Cylindrical Shell	80
3.3.2	圆柱壳参数对 $K$ 值的影响	81	3.3.2	The Influence of Parameters of Cylindrical Shell on Precession	81
3.3.3	圆柱壳旋转对 $K$ 值的影响	84	3.3.3	The Influence of Rotation of Cylindrical Shell on Precession	84
3.4	半球壳环向振型进动的计算	86	3.4	Calculation of Precession of Circumferential Mode for Hemispherical Shell	86
3.4.1	半球壳的近似计算	86	3.4.1	Analytic Calculation for Hemispherical Shell	86
3.4.2	半球壳边界角对 $K$ 值的影响	87	3.4.2	The Influence of Boundary Angle of Hemispherical Shell on Precession	87
3.4.3	半球壳参数对 $K$ 值的影响	88	3.4.3	The Influence of Parameters of Hemispherical Shell on Precession	88
3.4.4	半球壳参数变化的本质	89	3.4.4	The Essence of Parameter Variations for Hemispherical Shell	89

3.4.5	半球壳旋转对 K 值的影响	91
3.5	圆柱壳与半球壳环向振型进动特性的实验研究	92
3.5.1	实验原理与过程	92
3.5.2	实验记录与结果	94
3.5.3	实验误差讨论	96
3.6	小结	96

3.4.5	The Influence of Rotation of Hemispherical Shell on Precession	91
3.5	Experimentals of Precession of Circumferential Mode for Cylindrical and Hemispherical Shells	92
3.5.1	Experimental Operation and Process	92
3.5.2	Experimental Data and Results	94
3.5.3	Discussing Experimental Error	96
3.6	Summary	96

<b>第 4 章</b>	<b>实际轴对称壳的特性分析</b>	<b>98</b>
4.1	简述	98
4.2	第一类缺陷谐振子的谐振频率	99
4.2.1	动力学方程	99
4.2.2	圆柱壳	102
4.2.3	半球壳	106
4.2.4	缺陷对圆柱壳和半球壳谐振频率影响的比较	110
4.3	第一类缺陷谐振子环向振型的进动特性	115
4.3.1	动力学方程	115
4.3.2	圆柱壳	118
4.3.3	半球壳	119
4.3.4	缺陷对圆柱壳和半球壳环向振型进动特性影响的比较	124
4.4	第二类缺陷谐振子的谐振频率	125
4.5	PH 谐振子顶端均布小槽的数目	128
4.6	PH 谐振子的谐振频率	131
4.6.1	动力学方程	131
4.6.2	PH 谐振子的谐振频率	133
4.7	PH 谐振子环向振型的进动特性	135
4.8	轴对称壳谐振子的耦合振动	137
4.8.1	动力学方程	138
4.8.2	圆柱壳谐振子的耦合振动谐振频率	144
4.8.3	半球壳谐振子的耦合振动谐振频率	145

<b>4</b>	<b>Analyses of Vibration Characteristics for Practical Axisymmetric Shell</b>	<b>98</b>
4.1	Outline	98
4.2	Frequency of the First Type Flawed Resonator	99
4.2.1	Dynamic Equation	99
4.2.2	Cylindrical Shell	102
4.2.3	Hemispherical Shell	106
4.2.4	Comprasion of Influence on Frequency for Cylindrical and Hemispherical Shells	110
4.3	Precession of Circumferential Mode of the First Type Flawed Resonator	115
4.3.1	Dynamic Equation	115
4.3.2	Cylindrical Shell	118
4.3.3	Hemispherical Shell	119
4.3.4	Comprasion of Influence on Precession of Circumferential Mode for Cylindrical and Hemispherical Shells	124
4.4	Frequency of the Second Type Flawed Resonator	125
4.5	Number of Uniform Small Groove on Top of PH Resonator	128
4.6	Frequency of PH Resonator	131
4.6.1	Dynamic Equation	131
4.6.2	Frequency of PH Resonator	133
4.7	Precession of Circumferential Mode for PH Resonator	135
4.8	Coupling Vibration of Axisymmetric Shell Resonator	137
4.8.1	Dynamic Equation	138
4.8.2	Frequency of Coupling Vibration for Cylindrical Shell	144
4.8.3	Frequency of Coupling Vibration for Hemispherical Shell	145



4.8.4 轴对称壳谐振子耦合振动的近似解析分析	146	4.8.4 Approximate Analysis of Coupling Vibration for Axisymmetric Shell	146
4.9 小结	149	4.9 Summary	149
<b>第5章 轴对称壳谐振陀螺系统的实现</b>	<b>151</b>	<b>5 Realization of Axisymmetric Shell Resonator Gyroscopes System</b>	<b>151</b>
5.1 简述	151	5.1 Outline	151
5.2 接触式轴对称壳谐振陀螺的测量原理	152	5.2 Operation Principle of Resonator Gyroscopes with Contacting Scheme	152
5.3 接触式轴对称壳谐振陀螺的测量系统	160	5.3 Measurement System of Resonator Gyroscopes with Contacting Scheme	160
5.3.1 输出检测信号模型	160	5.3.1 Output Model	160
5.3.2 压电信号的转换	162	5.3.2 Piezoelectric Signal Converter	162
5.4 阻尼环节、锁相环节在接触式轴对称壳谐振陀螺中的作用	163	5.4 Functions of Damping Loop and Phase-Lock Loop	163
5.4.1 阻尼环节在系统中的作用	163	5.4.1 Damping Loop	163
5.4.2 锁相环节在系统中的作用	163	5.4.2 Phase-Lock Loop	163
5.4.3 实验研究	164	5.4.3 Experimental	164
5.5 “准自由谐振状态”的开环实现	167	5.5 Realization of Open Loop for Quasi-Free Resonance State	167
5.5.1 单点激励	167	5.5.1 Exciting of Single Point	167
5.5.2 双点激励	168	5.5.2 Exciting of Two-Point	168
5.6 非接触式轴对称壳谐振陀螺方案的实现	170	5.6 Realization of Resonator Gyroscopes with Contactless Scheme	170
5.7 非接触式轴对称壳谐振陀螺测量原理的实现	172	5.7 Operation Principle of Resonator Gyroscopes with Contactless Scheme	172
5.7.1 闭环系统实现原理	172	5.7.1 Realization Principle of Closed Loop System	172
5.7.2 信号检测系统原理	173	5.7.2 Principle of Signal Inspecting System	173
5.8 可能出现的误差、影响及应采取的措施	176	5.8 Influence of Error and Measure Taken	176
5.8.1 误差源	176	5.8.1 Error Sources	176
5.8.2 闭环自激系统	176	5.8.2 Closed Loop Self-Exciting System	176
5.8.3 测量精度	180	5.8.3 Measurement Error	180
5.9 谐振子的选择	181	5.9 Selection of Resonator	181
5.9.1 基本结构的选择	181	5.9.1 Selection of Basic Structure	181
5.9.2 环向波数 $n$ 的选择	182	5.9.2 Selsection of Circumferential Wave Number	182
5.9.3 轴对称壳的选择	182	5.9.3 Selection of Axisymmetric Shell	182
5.9.4 圆柱壳和半球壳谐振子振动特性的比较	183	5.9.4 Comprasion of Vibration Characteristics for Cylindrical and Hemispherical Shells	183