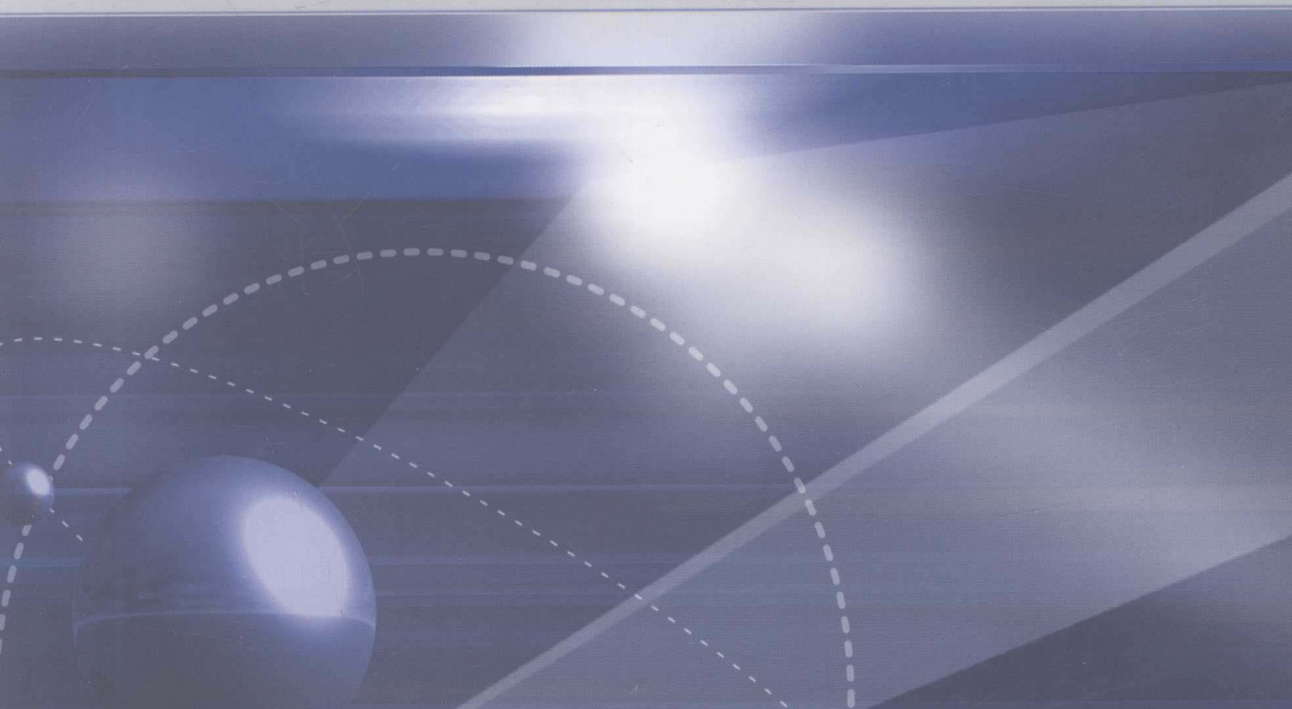
力学

杨运钧　赵　宏　杨海燕　王天媛　编著



云南大学出版社
YUNNAN UNIVERSITY PRESS

力　　学

杨运钧　赵　宏　杨海燕　王天媛　编著

云南大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

力学 / 杨运钧等编著. --昆明：云南大学出版社，2012

ISBN 978 -7 -5482 -1032 -0

Ⅰ.①力… Ⅱ.①杨… Ⅲ.①力学—高等学校—教材 Ⅳ.①O3

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 111478 号

力 学

杨运钧 赵 宏 杨海燕 王天媛 编著

策划编辑： 徐 曼
责任编辑： 徐 曼 朱光辉
封面设计： 夏雪梅
出版发行： 云南大学出版社
印　　装： 昆明市五华区教育委员会印刷厂
开　　本： 787mm×1092mm 1/16
印　　张： 17
字　　数： 414 千
版　　次： 2012 年 7 月第 1 版
印　　次： 2012 年 7 月第 1 次印刷
书　　号： ISBN 978 -7 -5482 -1032 -0
定　　价： 34.00 元

地　　址：昆明市翠湖北路 2 号云南大学英华园内
邮　　编：650091
发行电话：0871 -5031071 5033244
E - mail：market@ynup. com

前　言

本书根据教育部普通高校“力学”教学大纲的要求和作者多年讲授“力学”的经验编写而成。

编写此书的目的，是让读者在不多的时间内，能对力学的面貌有一个基本的了解。对读者而言，本书是一本入门的教材。在编写过程中，作者力求把基本概念、基本规律讲清楚。

本书的基本内容是以72学时左右安排编写的，带*号内容为选讲部分。

在本教材中，编写了较多的例题，解答这些例题，目的并不在于解题的步骤和技巧，而在于基本概念、基本原理的应用，解决力学问题的技巧寓于对力学概念和原理的深刻理解之中，存在于对相应数学工具的理解和运用之中。不掌握力学基本原理、基本公式的实质，死记硬背，从题型出发，按图索骥，缘木求鱼，不仅达不到练习的目的，对力学的学习也是没有益处的。

力学理论每前进一步都是十分艰难的，特别是经典力学，很难产生新的概念和理论上的飞跃，但是叙述力学的方法是可以改进的。在本书编写中，参考和研究了当今诸多相关教材对力学问题的讨论，采取了较为简明而又能反映物理实质的叙述方法，力求让读者用较少的时间，对力学内容的掌握达到应有的高度。

在本教材中，也反映了编者在讲授“力学”过程中研究的成果和教学方法的改进。这些成果和改进主要有如下的内容：直角坐标系中势能函数的计算；佛科摆周期的计算；转动参考系中液面方程的计算；椭圆振动转动方向的判断方法等等。这些成果和改进使相关力学问题的计算变得简洁，而又使读者加深了对力学原理和概念的认识。在本教材中，加强了非惯性系（包括质心系）的运用，也加强了两体运动、一维势运动的讨论。

本书主要为大学一年级的读者编写。在教材中需运用的数学知识，主要是一元函数导数和积分的运算，其次是简单的微分方程的应用和矢量的简单计算，这已是当今编写力学教材的共识。本书的读者，只需要有微积分和矢量运算的初步知识。在教材的编写中，尽可能地使用读者已经具备的数学知识，以求对力学的描述简明一些，同时通过对力学的学习，为读者提供一个应用数学知识的舞台，加深读者对数学的理解。

“力学”是进入物理学其他领域的入门课程，在物理学的各个领域中都可见到经典力学的身影。在本书的编写中，加强了力学与电学、热学的联系，

在对引力的讨论中，附带引出了静电场的高斯定理，其目的是使读者建立一个开阔的力学视野，而不拘泥于学科的界限。

本书所叙述的内容，仍然限制在普通物理学力学的范畴之中，并与理论力学的内容相衔接，方便读者进一步的学习，同时这也是对力学教学的尝试。

本书第一章至第四章由杨运钧撰写，赵宏提供第五章初稿，杨海燕提供第六章初稿，王天媛提供第七章初稿，最后由杨运钧修订而成。

本书是在云南大学地球物理系胡家富教授的建议和支持下编写的。

成书仓促，书中错误和缺陷在所难免，敬请读者批评指正。

编　者

2011 年 7 月 15 日于云南大学

目　录

第一章　质点运动学

第二章　牛顿运动定律

第三章　力学的基本定理和守恒定律

第四章 刚体力学

第五章　弹性力学与流体力学初步

第六章　振动与波

第七章 狭义相对论初步*

第一章　质点运动学

§1-1　质点、参考系和坐标系

在研究的物体中，如果我们可以略去物体的线度，把物体看成一个具有质量的点，这样的点就是质点。显然，质点是一个物理模型。一个物体是否能视为质点，不在于物体本身的线度，而是取决于所研究的问题。例如，地球是一个线度很大的物体，但是在研究行星运动时，仍然可以作为质点处理。

在力学中，一个基本的问题就是要确定质点的位置。我们知道，自然界中的物体都处在运动中，不存在绝对静止的物体。为了确定物体之间的相对位置，我们选定一个物体，把它看成是不动的，固定的，用它来确定质点位置，这个不动的物体称为参照物体。

那么，如何使用参照物体来确定质点的位置呢?

如图1-1-1（a）所示，假设参照物为A，质点为P，当质点P与A有公共点时，我们就以参照物A上这个点作为质点的位置，就如同把地球上的北京看成一个点，当某人在这个位置时，我们就说此人在北京，这就是这个人在地球上的位置。这就是使用地球这个参照物体确定一个质点位置的方法。

但是，如果质点与选定的参照物没有公共点，我们就无法使用这个具有有限尺度的实际物体去确定质点的位置了。例如，在北京上空两万米高空的飞机，我们不能说飞机在北京，只能说飞机在北京上空，就是说现在不能用（固体）地球上的北京这个点来作为飞机的位置，这样一来，作为实物的地球不可能用来确定高空飞行的飞机这样一个质点的位置了。

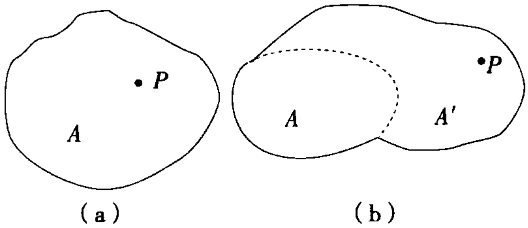


图1-1-1

为了解决这个问题，如图1-1-1（b）所示，我们把一个物体加在物体A上，形成一个新的物体A'，使A'与质点P有公共点，再用这个新的物体确定质点P的位置，这个新的物体A'称为物体A的延伸。为了确定任意一个质点的位置，我们将物体A无限延伸，这个无限延伸了的物体就称为物体A的空间，或参考系A，当然也可以简单地叫做参考物体A，或参考空间A。

例如，将地球无限延伸，这样，仍然可以用地球来确定北京上空飞机的位置，即飞机位于北京上空两万米处。

因此，力学中的参考物体、参考系（或参照系）、参考空间指的并非是自然界中的某一实际物体，而是属于某一个物体的空间。

也可以这样定义参考系：在作为参照物的物体上取一点 O，过 O 点作三条不共面的直线（一般取为互相垂直），形成一个框架（frame），这个框架就称为参考系。这种定义是参考系的几何定义，这里的框架实际是前面叙述的空间的几何表示。

为了定量描述质点在参考系中的位置，在参考系中引入坐标系统。

最常用的坐标系统是直角坐标系。

如图 1-1-2 所示的直角坐标系 $O-XYZ$ 中，矢量 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 称为坐标单位矢量，它们的指向与坐标轴的指向相同，长度为一个长度单位。引入单位矢量 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 的目的是让坐标系不仅能用于表示点的位置，而且能表示矢量。

在力学中，一般使用的是正交的右手坐标系。右手坐标系指的是当把坐标系的单位矢量 $\boldsymbol{i}$ 沿 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$ 之间较小的角度转到坐标系单位矢量 $\boldsymbol{j}$ 时，右螺旋前进的方向恰好为坐标系单位矢量 $\boldsymbol{k}$ 的方向，如图 1-1-2 所示。

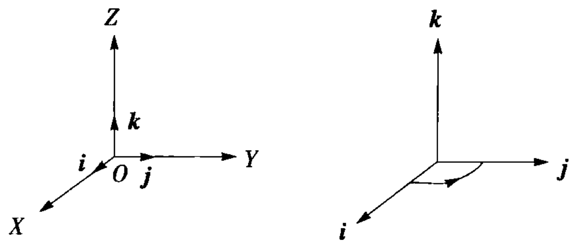


图 1-1-2

由于坐标系中的三根坐标轴本身就构成一个“框架”，它可以表示一个参考空间。所以一个坐标系本身就是一个参考系。在这个意义上，可以说，坐标系是参考系的一种数学表示。例如，取一个坐标系 $O-XYZ$ 固定在地球上，$O-XYZ$ 就表示了地球参考系。

在一个参考系中，可以取多个坐标系，例如，在地球上，可以取直角坐标系来研究质点的位置，也可以取其他的坐标系来表示质点的位置，例如取球坐标系表示质点的位置，这样一来，这个球坐标系也可以用来表示地球参考系。可见，对于选定的参考系，它的数学表示并不是唯一的。究竟使用什么坐标系来表示参考系，取决于研究的方便。

§1-2 质点的位置矢量、速度和加速度

1-2-1 质点的位置矢量、运动方程和轨迹

如图 1-2-1 所示，设 O 为参考系中的一个固定点，质点为 P，作矢量 $\boldsymbol{OP}$，由于矢量 $\boldsymbol{OP}$ 与质点 P 之间建立了一一对应的关系，我们用矢量 $\boldsymbol{OP}$ 来表示质点 P 的位置，称为质点 P 相对于 O 点的位置矢量，简称位矢。

质点的位置矢量一般用 $\boldsymbol{r}$ 表示，即

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{OP}$$

质点的位置一般是随时间变化的，因此

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$$

这个关系式称为质点的运动方程。

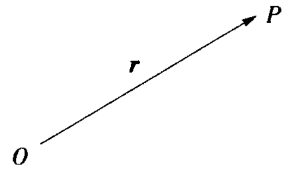


图 1-2-1

质点 P 的轨迹是一条空间曲线，称为质点运动轨迹或运动曲线。

1-2-2 质点的运动速度

(1) 时间和时间间隔

以质点位置为例。质点位置是变化的，质点从当前的位置变化到下一个位置，是依次发生的两个事件。这两个事件（即这两个位置）与时间是一一对应的，而从第一个事件（即第一个位置）变化到第二个事件（即第二个位置）的过程是与时间间隔相对应的。

时间 t 是什么？时间是人们定量描述自然界乃至人类社会事件发生先后顺序的参量，当我们规定了某一起点和时间单位之后，先发生的事件用一个"小"的数 t_1 与之对应，后发生的事件用一个"大"一点的数 t_2 与之对应，这两个依次发生事件的时间间隔为：

$$\Delta t=t_2-t_1 \tag{1-2-1}$$

显然，Δt 是一个正数。当 $\Delta t\to 0$ 时，Δt 表示为 $\mathrm{d}t$，Δt 或 $\mathrm{d}t$ 恒取正值。

经典力学中，经常计算力学量的增量与发生这个增量过程的时间间隔的比值。

(2) 质点的位移和路程

如图 1-2-2 所示，质点沿曲线运动，设 $\boldsymbol{r}(t)$ 和 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$ 是质点在 t 时刻和 $t+\Delta t$ 时刻的位置矢量，令

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t) \tag{1-2-2}$$

$\Delta\boldsymbol{r}$ 称为质点在时间 t 到 $t+\Delta t$ 的时间间隔中的位移。

当 $\Delta t\to 0$ 时，$|\Delta\boldsymbol{r}|\to 0$，位移为无穷小位移。

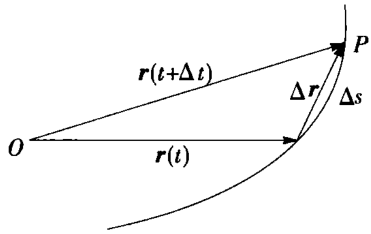


图 1-2-2

对应于这个时间间隔，质点沿曲线通过的弧长为：

$$\Delta s=s(t+\Delta t)-s(t) \tag{1-2-3}$$

Δs 称为质点在 t 到 $t+\Delta t$ 的时间间隔内经过的路程。

这里，选取质点运动曲线弧长增加的方向与质点运动方向相一致，因此，$\Delta s\geqslant 0$。

当 $\Delta t\to 0$ 时

$$|\Delta\boldsymbol{r}|=\Delta s \tag{1-2-4}$$

(3) 速率的概念

日常生活中的一些用语，例如一辆汽车以每小时 100 公里的速度在行驶，飞机的速度为每小时 900 公里，这里的速度一词，并非是力学中的速度概念，它指的是物体运动的速率。

速率的含义是质点在某时刻单位时间内通过的路程。

设质点沿曲线运动，在 t 时刻质点 P 对应的弧长为 $s(t)$，在 $t+\Delta t$ 时刻对应的弧长为 $s(t+\Delta t)$，这样质点在 t 到 $t+\Delta t$ 的时间间隔内通过的路程为：$\Delta s=s(t+\Delta t)-s(t)$。从而，质点在 t 到 $t+\Delta t$ 的时间间隔内的平均速率为：

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

令 $\Delta t \to 0$，就得到了质点在 t 时刻的速率：

$$v(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{s(t+\Delta t)-s(t)}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \qquad (1-2-5)$$

即质点运动的速率是质点运动曲线弧长对时间的微商或导数，也可以称为弧长对时间的变化率。

由于 $\mathrm{d}s \geqslant 0$，$\mathrm{d}t>0$，因此，速率 $v \geqslant 0$，即质点运动速率不取负值。

显然，速率描述了质点运动的快慢。

在力学中，一个力学量对时间的导数一般用力学量上面打一个圆点表示，以后我们也使用这种表示方法。例如速率表示为：$\dot{s}$，即

$$v=\dot{s} \qquad (1-2-6)$$

从速率的定义，质点在 t_1 到 t_2 的时间间隔内通过的路程为：

$$s_2-s_1=\int_{t_1}^{t_2} v\mathrm{d}t \qquad (1-2-7)$$

（4）质点运动的速度

质点在 t 到 $t+\Delta t$ 时间间隔内的位移为

$$\Delta \boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$$

在 $\Delta t \to 0$ 的条件下，位移与所需时间间隔的比值称为质点的速度，即定义质点的速度矢量为：

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\dot{\boldsymbol{r}} \qquad (1-2-8)$$

由于 $\mathrm{d}t>0$，$\boldsymbol{v}$ 的方向即为 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 的方向，也就是 $\Delta t \to 0$ 时 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向。由于在 $\Delta t \to 0$ 时，$\Delta \boldsymbol{r}$ 在运动曲线质点所在位置的切线上，从而质点速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向就在质点所在点曲线的切线方向，即切线方向为质点运动的方向。

另一方面，当 $\Delta t \to 0$ 时

$$|\Delta \boldsymbol{r}|=\Delta s$$

这样

$$|\boldsymbol{v}|=\dot{s}=v \qquad (1-2-9)$$

即质点某时刻的速率是该时刻速度的绝对值。

可见，速度矢量，不仅描述了质点运动的快慢，而且描述了质点运动的方向。使用速度矢量更完整地描述了质点的运动。

应该注意的是，如果没有 $\Delta t \to 0$ 的条件，当 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 为有限值时，比值 $\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$，即有限时间间隔内的“平均速度”对于描述质点运动是没有任何意义的。

（5）速度是描述质点运动状态不可缺少的物理量

力学的一个基本问题是确定质点的位置。

从速度的定义，如果我们知道了质点在 t_0 时刻的位置 $\mathbf{r}_o$，又知道了质点在这一时刻的速度 $\boldsymbol{v}$，那么质点在下一时刻，即 $t_0+\mathrm{d}t$ 时刻的位置为

$$\boldsymbol{r}(t_0+\mathrm{d}t)=\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{v}\mathrm{d}t$$

即知道了质点在某一时刻的位置和速度，就可以确定质点在下一个时刻的位置。

显然，如果不知道 t 时刻的速度 $\boldsymbol{v}$，就不可能确定质点在 $t+\mathrm{d}t$ 时刻的位置 $\boldsymbol{r}(t+\mathrm{d}t)$。因此，速度矢量对于描述质点的运动是一个不可缺少的物理量。

因此，描述一个质点在某一时刻的运动状态，不仅要知道它的位置，而且还要知道它的速度。也就是说描述质点的状态必须有两个独立的参量：位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 和速度 $\boldsymbol{v}$。

位置 $\boldsymbol{r}$ 与速度 $\boldsymbol{v}$ 彼此独立是显而易见的。当一个人站立于操场中央时，不能说这个人必然有什么速度。即这个人的速度与所处的广场中央这个位置是毫无关系的。

读者也许认为速度是由位置矢量通过导数计算得到的，因此，$\boldsymbol{v}$ 不是什么独立的参量。这是一种误解，对 $\boldsymbol{r}$ 进行导数运算是有条件的，它的前提是已经建立了位置与时间之间的关系，即 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$。这种关系是怎么建立起来的呢？$\boldsymbol{r}$ 与时间 t 之间的函数关系的建立来源于在位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 与速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 之间存在由力学规律决定的联系方程。例如在后面讨论中由牛顿第二定律建立的方程，就是这样的方程。通过求解方程，得到关系式 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$，同时也得到关系式 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t)$，这样，质点的位置和速度不再是独立的变量，它们之间存在函数关系。就像数学中描述平面上一个点位置的变数 x、y，是两个独立存在的变量，只有在满足一定的条件时，例如这两个量是一条平面曲线上的点的坐标时，这两个量才建立了彼此间的联系，有了函数关系，才存在相应的微商或导数的运算。

力学的重要任务之一就是建立独立变量 $\boldsymbol{r}$ 和独立变量 $\boldsymbol{v}$ 之间的联系方程和求解这样的方程，从而得出位置与时间之间的联系，位置与速度之间的联系。这就是后面所讲述的牛顿运动定律和力学基本定理的内容。

总结上述讨论，我们得到速度矢量可以描述质点运动的快慢，可以描述质点运动的方向，同时，它又是描述质点运动状态不可缺少的独立参量。

1-2-3 质点的加速度

我们把质点速度矢量对时间的微商称为质点的加速度。

如图 1-2-3 所示，设在 t 时刻质点速度为 $\boldsymbol{v}(t)$，在 $t+\Delta t$ 时刻的速度为 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$，则在 t 到 $t+\Delta t$ 时间间隔内速度的增量为

$$\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t+\Delta t)-\boldsymbol{v}(t)$$

定义质点的加速度为

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\boldsymbol{v}(t+\Delta t)-\boldsymbol{v}(t)}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\dot{\boldsymbol{v}} \tag{1-2-10}$$

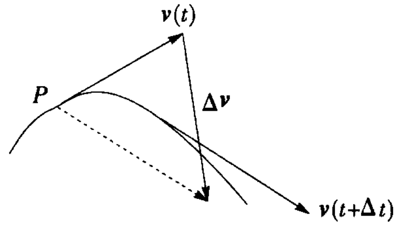


图 1-2-3

§1－3　质点的位置矢量、速度和加速度在固定直角坐标系中的表示

任意一个矢量都可以由三个不共面的矢量表示出来。质点的位置矢量、速度矢量和加速度矢量在直角坐标系中的表示就属于这种情况。

在计算一个质点在某参考系中的位置、速度和加速度时，选择的坐标系分为固定坐标系和运动坐标系。

固定坐标系指的是坐标原点的位置、坐标单位矢量的方向不随时间改变的坐标系。

运动坐标系指的是坐标原点的位置或坐标单位矢量的方向依时而变的坐标系。运动坐标系可分为三种情况：第一种为坐标原点位置依时而变，坐标单位矢量的方向不变；第二种是坐标原点不动，坐标单位矢量的方向依时而变；第三种情况是坐标原点的位置和坐标单位矢量的方向同时随时间而变化。

如果坐标系的原点位置随时间变化，但是坐标单位矢量的指向不变，这样的运动坐标系称为平移坐标系。

固定直角坐标系是一种常用的坐标系，下面研究质点 P 的位置矢量、速度和加速度在固定直角坐标系中的表示方法。

1－3－1　质点的位置矢量、运动方程和轨迹在固定直角坐标系中的表示

下面讨论位置矢量在直角坐标系中的表示方法。先看简单的情况，如图 1－3－1 所示，设矢量 $\boldsymbol{r}$ 的始端在坐标原点，而末端的坐标为（x，y，z），即质点 P 在坐标系中的坐标为（x，y，z）。

如图 1－3－1 所示，沿坐标轴 OX、OY、OZ 的坐标单位矢量为 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$，这样，对于坐标为（x，y，z）的质点 P，按矢量的分解，其位置矢量

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{OP}=\boldsymbol{OA}+\boldsymbol{OB}+\boldsymbol{OC}$$

而

$$\boldsymbol{OA}=x\boldsymbol{i},\quad \boldsymbol{OB}=y\boldsymbol{j}\quad \boldsymbol{OC}=z\boldsymbol{k}$$

从而得到

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$$

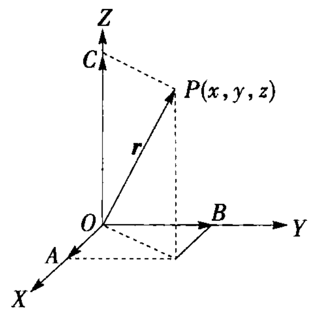


图 1－3－1

x，y，z 称为位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 在 OX，OY，OZ 轴上的坐标（或投影、分量）。显然，x、y、z 取实数。

若矢量 $\boldsymbol{r}$ 的始端不在原点，设 $\boldsymbol{r}$ 的始端和末端的坐标分别为（x_1，y_1，z_1）和（x_2，y_2，z_2），由矢量的合成，这时矢量 $\boldsymbol{r}$ 表示为：

$$\boldsymbol{r}=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}+(z_2-z_1)\boldsymbol{k}$$

矢量 $\boldsymbol{r}$ 在 OX、OY、OZ 轴上的坐标（或投影、分量）分别为：x_2-x_1，y_2-y_1，z_2-z_1。

在以后的讨论中，为了方便（当然，这里还要取决于研究问题是否允许），我们取位置矢量的始端为坐标原点，这样

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}\tag{1－3－1}$$

在数学中，任意的一个矢量：

$$\boldsymbol{A}=A_x\boldsymbol{i}+A_y\boldsymbol{j}+A_z\boldsymbol{k}$$

可以表示为：

$$\boldsymbol{A}=(A_x,A_y,A_z)$$

A_x、A_y、A_z 称为矢量 $\boldsymbol{A}$ 的分量或坐标。由此可见，x、y、z 具有双重“身份”，它们是质点在坐标系中的坐标，同时又是位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的坐标。

对于力学中的矢量，例如位置矢量、速度、加速度、动量、角动量等，如无特别的需要，均使用这种表示方法。这时位置矢量

$$\boldsymbol{r}=(x,y,z) \tag{1-3-2}$$

由于

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$$

从而

$$\begin{aligned} x&=x(t)\\ y&=y(t)\\ z&=z(t) \end{aligned} \tag{1-3-3}$$

这一组方程即为质点运动方程在直角坐标系中的表示。

在这组方程中，消去时间因子 t，就得到了质点在直角坐标系中的运动轨迹方程。

1-3-2 质点的速度在固定直角坐标系中的表示

对于固定直角坐标系：

$$\dot{\boldsymbol{i}}=\dot{\boldsymbol{j}}=\dot{\boldsymbol{k}}=0 \tag{1-3-4}$$

由速度的定义

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$$

由（1-3-1）式，得

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v}&=\dot{\boldsymbol{r}}=(\dot{x}\boldsymbol{i}+x\dot{\boldsymbol{i}})+(\dot{y}\boldsymbol{j}+y\dot{\boldsymbol{j}})+(\dot{z}\boldsymbol{k}+z\dot{\boldsymbol{k}})\\ &=\dot{x}\boldsymbol{i}+\dot{y}\boldsymbol{j}+\dot{z}\boldsymbol{k} \end{aligned}$$

即

$$\boldsymbol{v}=(\dot{x},\dot{y},\dot{z}) \tag{1-3-5}$$

$\dot{x}$，$\dot{y}$，$\dot{z}$ 即为速度矢量在 OX、OY、OZ 轴上的分量，一般记为：

$$v_x=\dot{x},\quad v_y=\dot{y},\quad v_z=\dot{z} \tag{1-3-6}$$

从而速度也可以表示为：

$$\boldsymbol{v}=(v_x,v_y,v_z)$$

质点的速率：

$$v=\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2} \tag{1-3-7}$$

质点在 t_1 到 t_2 时间间隔内经过的路程为

$$\Delta s=\int_{t_1}^{t_2}|\boldsymbol{v}|\mathrm{d}t \tag{1-3-8}$$