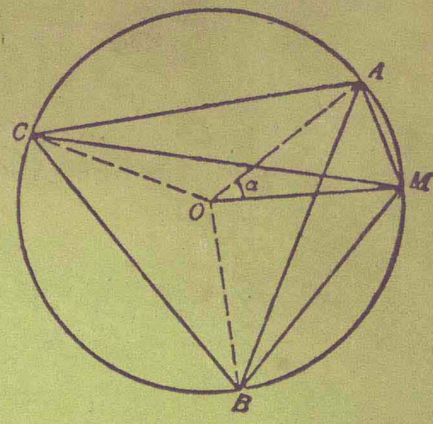

初中数学竞赛训练

严镇军　胡礼祥　蒋龙根　胡炳生　陈吉范　等编

上海科学技术出版社

初中数学竞赛训练

严镇军　胡礼祥　蒋龙根　胡炳生　陈吉范　等编

上海科学技术出版社

初中数学竞赛训练

严镇军　胡礼祥　蒋龙根　胡炳生　陈吉范等编

上海科学技术出版社出版、发行

（上海瑞金二路450号）

新华书店上海发行所经销　江苏扬中印刷厂印刷

开本787×1092　1/16　印张10.25　字数237,000

1995年6月第1版　1995年6月第1次印刷

印数 1—5,000

ISBN 7-5323-3491-0/G·629

定价：6.60元

（沪）新登字108号

编 者 的 话

本书可供初中二、三年级学生作赛前训练之用。书中的训练题主要从国内外各种数学竞赛的试题中选出，力求能概括各种题型。由于选择题和填空题在国内数学竞赛中所占比重很大，书中将编入较多的“竞赛型”的选择题、填空题及判断题，这些题目可以弥补各种辅导讲座的不足。

全书在结构上分三部分。第一部分按初中数学教学内容分类编写；第二部分是根据国内初中数学竞赛的命题形式，拟几套完整的试题，并给出适当的评分标准，供参赛选手作赛前自测；第三部分是杂题选编，本书中的所谓“杂题”，是指数学竞赛中常见的一些与平常所见题型很不相同的题目，解决它们虽不需要很多的数学知识，但却要求读者具备一定的技巧和较高的思维能力。

本书末为解答与提示，对全书上述三部分中的各种训练题和杂题，根据题目本身的难易程度，分别给以答案、提示、略解或详解。

由于编者水平有限，又完稿时间仓促，书中不免存在不足之处，敬请读者不吝赐教。

编 者

1994 年 12 月于中国科学技术大学

目　　录

第一部分 分类试卷

本部分共16份试卷，每卷共6个大题，满分120分。选择题均系单重选择，每小题6分，共30分；填空题每小题6分，共30分；第三至第六题每题各15分。

试卷1 整数（一）

一、选择题

1．设三位数 $\overline{2x3}$ 加上326得另一个三位数 $\overline{5y9}$，若 $\overline{5y9}$ 能被9整除，则 $x+y$ 等于 （　）

（A）2；（B）4；（C）6；（D）8。

2．设 $x=a^2+b^2+c^2$ 其中 a、b 是相邻的整数，且 $c=ab$，则 $\sqrt{x}$ 为 （　）

（A）总是偶数；（B）有时是偶数；（C）总是正奇数；（D）总是无理数。

3．若 2137^{753} 乘开后，在最后的积中，个位数字是 （　）

（A）1；（B）3；（C）5；（D）7。

4．若 n 为任何整数，$n^2(n^2-1)$ 能被 x 整除，则 x 等于 （　）

（A）12；（B）24；（C）$12-n$；（D）$12+n$。

5．已知 $\frac{1}{2}k(k+1)$ 是一完全平方数 a^2，若 a 小于100，则 k 的可能值是 （　）

（A）只有1；（B）1与8；（C）8与49；（D）1、8、49。

二、填空题

1．设 $f(x)=x^2+3x+2$，且设 $S=\{0, 1, 2, \cdots, 25\}$，若 a 为 S 的元素，$f(a)$ 可被6整除的 a 的个数，是________。

2．在整数0, 1, 2, …, 8, 9这十个数中，质数的个数为 x，偶数的个数为 y，完全平方数的个数为 z，则 $x+y+z=$____。

3．数 $N=(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)+1$ 的个位数是________。

4．已知 p 和 q 都是质数，$x^2-px+q=0$ 有正整数根 α 和 β，则 $p^q+q^p+\alpha^\beta+\beta^\alpha=$________。

5．在周长是99的圆周上取 n 个点，使得每一点有且仅有一点与其相距为1，有且仅有一点与其相距为2（相距是指圆弧的长度）；则所有满足该条件的点数 n 是________。

三、证明： $111\underbrace{22\cdots2}_{2000\text{个}}111$ 能被137整除。

四、证明： 不存在这样的整数 a、b、c、d，使得下列四式同时成立：

$$\overline{adcd}-a=1989,$$
$$\overline{abcd}-b=989,$$
$$\overline{abcd}-c=89,$$
$$\overline{abcd}-d=9。$$

五、已知一个能被7整除的三位数，且各位数码之和为7。求证：这个三位数的十位数码与个位数码相同。

六、设有七个3的不同方幂的数，3^{α_1}，3^{α_2}，…，3^{α_7}，且$\alpha_i\geqslant 0$是整数，$(i=1,2,\cdots,7)$。

试证：从中必可找到四个数，它们的积等于某整数的四次方。

试卷2　整 数（二）

一、选择题

1．已知三角形两边的长的差是5，若此三角形的周长是偶数，那么第三边的长是（　）

（A）3；（B）6；（C）7；（D）8。

2．在0，1，2，…，100这101个整数中，能同时被2、3、4整除的数共有（　）

（A）7个；（B）8个；（C）9个；（D）10个。

3．如果$p\geqslant 5$是一个质数，则p^2-1能被24整除（　）

（A）总是可能；（B）只是有时可能；（C）不可能；（D）只是当$p=5$时可能。

4．若个位数和百位数互换时该数不变、并且是最大的偶三位数，则这个偶三位数的数码之和是（　）

（A）26；（B）25；（C）24；（D）23。

5．自然数N，它的$\frac{1}{2}$是一平方数，它的$\frac{1}{3}$是一立方数，则N的最小值是（　）

（A）648；（B）324；（C）216；（D）72。

二、填空题

1．若n^3+100能被$n+10$整除，则n的最大正整数值是____。

2．数$N=(10^{1989}+1)^3$的各位数码之和是____。

3．有十个自然数的和是1001，试问它们最大公因数的值是____。

4．设a、b、c、d都是正整数，并且$a^5=b^4$，$c^3=d^2$，$c-a=19$。则$d-b$是____。

5．整数N被10除，余数是9；被9除，余数是8；被8除，余数是7；等等，直至被2除，余数是1，此数N是________。

三、已知方程$x^2+ax+1=b$的根是正整数，试证：a^2+b^2是合数。

四、证明：在39个连续正整数中，必可找到一个数，它的数码和能被11整除。

五、设正整数$n=99\cdots9$，其中共有100个9，试问n^3的表示中共有多少个9？并证明你的结论。

六、接连写出偶数个1、形成数A，再写出一半那么多个4、形成数B，试证：$A+B+1$恒是完全平方数。

试卷3 整数（三）

一、选择题

1．在一列数1, 3, 2, …, 中，前两项以后的每一项等于它的前面一项减去再前面一项（例如前第四项是：$2-3=-1$），这列数的前一百项之和是 （　　）

（A）-1；（B）1；（C）4；（D）5。

2．有不止一个大于1的正整数，当它除以任何整数$k(2\leqslant k\leqslant 11)$时有余数1，两个最小的这样的整数之差是 （　　）

（A）2310；（B）2311；（C）27720；（D）27721。

3．对于每一个实数x，设$[x]$是不超过x的最大整数（这就是整数n使$n\leqslant x<n+1$），下列说法中哪些是正确的？ （　　）

(1) 对所有x有：$[x+1]=[x]+1$。

(2) 对所有x和y有：$[x+y]=[x]+[y]$。

(3) 对所有x和y有：$[x\cdot y]=[x][y]$。

（A）无；（B）仅(1)；（C）仅(1)和(2)；（D）仅(3)。

4．有多少个大于10的两位数，它们的数码交换后，比原数增加9？ （　　）

（A）0；（B）1；（C）8；（D）9。

5．若p、q都是质数，且满足$|p-q|=2$，则称p和q是孪生质数。大于3的两个孪生质数所夹的数 （　　）

（A）一定能被6整除；　（B）能被2整除但不能被6整除；

（C）能被3整除但不能被6整除；　（D）不能确定。

二、填空题

1．设a、b、n是正整数，若对任何正整数$k(k\neq b)$，数k^n-a能被$k-b$整除，则a与b的关系是_______。

2．已知某数是一奇数，且不能被5整除，又知该数的平方数的个位数字即为原数的个位数字，则该数的个位数字是_______。

3．在1, 2, 3, …, 50, 这50个数中不是3也不是7的倍数的个数是_______。

4．一个自然数可分为五个质数之积（这5个质数中，允许有相同者），5个质数之和是25，其中最大的一个质数减去其他质数之和是9，则这个自然数是_______。

5．已知三个质数的乘积，恰好等于它们和的5倍，则这三个质数是_______。

三、已知数N由数码0与1组成，其中有300个1，其余都是0，试证：N不可能是完全平方数。

四、已知p和q是孪生质数（即p，q满足$|p-q|=2$的质数），试证：p^p+q^q能被$p+q$整除。

五、已知p和q都是大于5的任意质数时，试证：p^4-q^4总能被80整除。

六、试证：在数集{1, 2, 3, …, 100}内，任选55个数，其中一定存在两个数，其差是9。

试卷4 代 数 式

一、选择题

1．已知x，y分别表示$6-\sqrt{5}$的整数部分和小数部分，则代数式$2xy-y^2$的值是 （ ）

(A) 0； (B) 1； (C) 2； (D) 4。

2．若$\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=3$，则$a^3+\frac{1}{a^3}$等于 （ ）

(A) 0； (B) 1； (C) 2； (D) 4。

3．设n为正整数，且$x=\frac{1}{2}(5^{\frac{1}{n}}-5^{-\frac{1}{n}})$，则$(x+\sqrt{1+x^2})^n$的值是 （ ）

(A) 2； (B) 4； (C) 5； (D) 10。

4．若$x^{-1}-1$除以$x-1$，其商是 （ ）

(A) $-\frac{1}{x}$； (B) $\frac{1}{x}$； (C) $\frac{1}{x-1}$； (D) $\frac{-1}{x-1}$。

5．设$\frac{35x-29}{x^2-3x+2}=\frac{N_1}{x-1}+\frac{N_2}{x-2}$是变数$x$的一个恒等式，则$N_1N_2$的数值是（ ）

(A) 246； (B) -246； (C) -210； (D) -29。

二、填空题

1．若$2x-3y-z=0$，且$x+3y-14z=0$，$z\neq0$，则代数式$(x^2+3xy)/(y^2+z^2)$的数值是______。

2．已知$x+y=1$，$x^2+y^2=2$，则x^7+y^7的值是______。

3．已知$x^2+y^2-6x+8y+25=0$则$\frac{y}{x}-\frac{x}{y}$的值是______。

4．已知$1<x<2$则分式$\frac{|x-2|}{x-2}-\frac{|x-1|}{1-x}$的值是______。

5．在整系数范围内，代数式$x^4-8x+63$的因式之积是______。

三、化简$\sqrt{3+2\sqrt{5+12\sqrt{3+2\sqrt{2}}}}$。

四、设n为自然数，且$m=\left[\frac{(\sqrt{2}+1)^n+(\sqrt{2}-1)^n}{2}\right]^2$，试证：

$$(\sqrt{2}-1)^n=\sqrt{m}-\sqrt{m-1}。$$

五、已知a，b，c都不为0，并且$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{2}$，$a+b+c=2$。试证：$a$，$b$，$c$中至少有一个是2。

六、将代数式$(xy-1)^2+(x+y-2)(x+y-2xy)$分解成因式之积。

试卷5 方程与不等式(一)

一、选择题

1．设二次方程$x^2+(a^2-1)x+a-2=0$有一根比1大，另一根比-1小，则常数a的取

值范围是 ( )

(A) $a<0$; (B) $-2<a<0$; (C) $-2<a<1$; (D) $a>1$。

2. 若C是实数,并且$x^2-3x+C=0$的一个解的相反数是$x^2+3x-C=0$的一个解，则$x^2-3x+C=0$的解是 ( )

(A) 1、2; (B) $-1,-2$; (C) 0, 3; (D) 0, -3。

3. 若x是实数,则$(1-|x|)(1+x)>0$的充分必要条件是 ( )

(A) $|x|<1$; (B) $|x|>1$; (C) $x<-1$; (D) $x<-1$或$-1<x<1$。

4. 方程$x^2+ax+1=0$与$x^2-x-a=0$有一公共实数解，系数a的值可有多少个? ( )

(A) 无; (B) 1; (C) 2; (D) 无穷多。

5. 已知n为自然数，则$2(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$与$\frac{1}{\sqrt{n}}$的关系是 ( )

(A) $2(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})<\frac{1}{\sqrt{n}}$; (B) $2(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})=\frac{1}{\sqrt{n}}$;

(C) $2(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})>\frac{1}{\sqrt{n}}$; (D) 不能确定。

二、填空题

1. 若方程组

$$\begin{cases} kx-2y=3 & ① \\ 3x+ky=4 & ② \end{cases}$$

的解满足条件$x>0$, $y<0$时，则k所取的整数值是______。

2. 已知方程$x^2+x\sin\alpha+1=0$与$x^2+x\cos\alpha-1=0$的根分别为a、b和c、d，则$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+\frac{1}{d^2}=$____。

3. 若方程$(a-1)x^2-(a^2+1)x+(a^2+a)=0$的根都是正整数，则$a$的整数值是____。

4. 设k是实数，若x的二次方程$7x^2-(k+13)x+k^2-k-2=0$分别在区间$(0, 1)$和$(1, 2)$内各有一个实根，则k的取值范围是______。

5. 设x_1, x_2为一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$的两根，则$x_1^2(bx_2+c)+x_2^2(bx_1+c)$的值是____。

三、如果正数x, y满足条件:$x^3+y^3=x-y$，试证：$x^2+y^2<1$。

四、已知a、b、c均大于0，并且$a+b+c=1$，若方程$ax^2+(b-1)x+c=0$有满足条件$0<x_0<1$的根x_0。试证：$2a+b>1$。

五 已知整系数二次方程$ax^2+bx+c=0$的二个根为α, β，并且$\alpha>1$，$-1<\beta<0$，其二次方程的判别式的值为5，试求α, β的值。

六、某车间每天能生产甲种零件300个，或者乙种零件500个，或者丙种零件600个，甲、乙、丙三种零件各一个配成一套。现在要在63天内产品成套，试问生产甲、乙、丙三种零件应当各用几天?

试卷6　方程与不等式(二)

一、选择题

1．设方程 $x^2+mx+m+1=0$ 的一根为 α，另一根为 β，并且 $\beta=\alpha^2$，则 α 等于　(　　)

(A) m^2-m-1;　(B) m^2-m;　(C) $m-1$;　(D) 以上都不正确。

2．满足等式 $10^{x+|x|}=1$ 的实数 x 的条件是　(　　)

(A) $x<0$;　(B) $x\leqslant 0$;　(C) $x\geqslant 0$;　(D) $x>0$。

3．方程 $x^8-x^5+x^2+x+1=0$ 的实根个数是　(　　)

(A) 仅有一个；(B) 有两个；(C) 多于两个；(D) 没有实根。

4．若 $|x-\log_a y|=x+\log_a y$，其中 x 和 $\log_a y$ 都是实数，则　(　　)

(A) $x=0$;　(B) $y=1$;　(C) $x=0$ 且 $y=1$;　(D) $x(y-1)=0$。

5．设数 $N=\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}\times\frac{8}{9}\times\cdots\times\frac{9998}{9999}$，下面论断正确的是　(　　)

(A) $N=0.02$;　(B) $N<0.02$;　(C) $N>0.02$;　(D) $N=0.04$。

二、填空题

1．方程 $2(x+\sqrt{x^2-1})=(x-1+\sqrt{x+1})^2$ 的实数解是____。

2．设方程 $x^2+x+1=0$ 的二根为 α、β，n 为自然数，但不是3的倍数，则以 $\frac{1+\alpha^n}{1+\beta^n}$ 和 $\frac{1+\beta^n}{1+\alpha^n}$ 为根的二次方程是____。

3．已知不等式 $x^2-ax-b<0$ 的解是 $2<x<3$，则不等式 $bx^2-ax-1>0$ 的解是____。

4．已知方程 $x^2+ax+b=0$ 的两根是 α、β，并且 $f(n)=\alpha^n+\beta^n$ 则 $f(n+2)+af(n+1)+bf(n)$ 的值是____。

5．方程组

$$\begin{cases} xyz=x+y+z & ① \\ yzt=y+z+t & ② \\ ztx=z+t+x & ③ \\ txy=t+x+y & ④ \end{cases}$$

的实数解是____。

三、$\varDelta$ 是以整数 a、b、c 为系数的二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的判别式，试问能否找到 a、b、c 使 $\varDelta=18$，须说明理由。

四、已知 a、b、c 均为实数，且 $a>0$、$b^2-ac<0$，α、β 为二次方程 $x^2-(a+c)x-b^2+ac=0$ 的两个根。(1) 试证：$\alpha>0$，$\beta>0$。(2) 当 $\alpha\geqslant\beta$ 时，试证：$\alpha\geqslant a$、$\alpha\geqslant c$。

五、设 $|x|<1$，$|y|<1$，试证：$\left|\frac{x-y}{1-xy}\right|<1$。

六、如果整系数二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 有有理根，试证：数 a、b、c 中至少有一个是偶数。

试卷7 指数和对数

一、选择题

1．已知x、y都是实数，并且$y=\dfrac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}-(x^2-1)^{\frac{1}{2}}}{x+1}$，则$\lg(x+y)$的值是（　）

(A) 0；(B) 1；(C) 10；(D) 100。

2．若$\log_{b^2}x+\log_{x^2}b=1$，$b>0$，$b\neq1$，且$x\neq1$，则$x$等于（　）

(A) $\dfrac{1}{b^2}$；(B) $\dfrac{1}{b}$；(C) b^2；(D) b。

3．已知a、b都是不等于1的正数，则满足等式$(\log_a x)(\log_b x)=\log_a b$的$x$的实值个数是（　）

(A) 0；(B) 1；(C) 2；(D) 大于2的某一整数。

4．若$\log_M N=\log_N M$，$M\neq N$，$M\neq1$，$N\neq1$则MN的值是（　）

(A) $\dfrac{1}{2}$；(B) 1；(C) 2；(D) 10。

5．若$x\in(1,10)$，则$\lg(\lg x)$，$(\lg x)^2$，$\lg x^2$三数之间的大小关系是（　）

(A) $\lg(\lg x)<(\lg x)^2<\lg x^2$；(B) $\lg(\lg x)<\lg x^2<(\lg x)^2$；

(C) $\lg(\lg x)>(\lg x)^2>\lg x^2$；(D) $\lg(\lg x)>\lg x^2>(\lg x)^2$。

二、填空题

1．$|(0.01)^{-\frac{1}{2}}-2\lg5|+\sqrt{4(\lg2)^2-\lg16+1}$的值是____。

2．已知$(11.2)^a=1000$，$(0.0112)^b=1000$，则$\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}=$____。

3．已知23^{100}有137位数，则23^{23}的位数是____。

4．已知$\lg m=a$，a的常用对数的首数为1时，则正整数m的个数是____。

5．已知x的常用对数的2倍比$x+\dfrac{11}{10}$的常用对数大1，则$x=$____。

三、当$x=\dfrac{1}{\sqrt{3-\sqrt{8}}}$时，求$\log_4(x^3-x-6)$的值。

四、设关于x的方程$(\lg x)^2-2\lg x+p=0$的二根为α、β时，(1) 试求p的取值范围；(2) 求$\log_\alpha\beta+\log_\beta\alpha$的取值范围。

五、x、y之间存在下列关系：

$$(\lg|x|)^2+(\lg|y-1|)^2=2,$$

试求$x^2y^2-2x^2y+x^2+4$的最大值和最小值。

六、设关于x的二次方程

$$(\log_4 a)x^2-\left(1-\log_4\frac{b^2}{a}\right)x-\left(\log_4 b+\log_a\frac{b^2}{a}\right)=0$$

有重根，试问b为何值时a的值最大。

试卷8　函　　数

一、选择题

1．若对于所有实数 x，$f(x)=3x+2$，那么每当 $|x+2|<b$，$a>0$，$b>0$ 时，就有 $|f(x)+4|<a$，其正确的条件是　　(　　)

(A) $b\leqslant\frac{a}{3}$；　(B) $b>\frac{a}{3}$；　(C) $a\leqslant\frac{b}{3}$；　(D) $a>\frac{b}{3}$。

2．二次函数 $y_1=x^2-\frac{1}{2}x+2$ 与 $y_2=x^2+\frac{1}{2}x+2$ 的图象满足关系　　(　　)

(A) y_1 的图象在 y_2 之下；　(B) y_1 的图象在 y_2 之上；

(C) y_1 的图象在 y_2 之左；　(D) y_1 的图象在 y_2 之右。

3．设 $y=x^2+px+q$，若 y 的最小值是零时，则 q 等于　　(　　)

(A) 0；　(B) $\frac{p^2}{4}$；　(C) $\frac{p}{2}$；　(D) $-\frac{p}{2}$。

4．若抛物线 $y=-x^2+bx-8$ 的顶点在 x 轴上，则 b 是　　(　　)

(A) 正整数；　(B) 可正可负的有理数；

(C) 可正可负的无理数；　(D) 正有理数。

5．已知函数 $y=(m-1)x^2-mx+m-1$ 的图象如图 1-1 所示，则 m 的取值范围是　　(　　)

(A) $m<1$；　(B) $m>1$；

(C) $\frac{2}{3}<m<1$；　(D) 以上结论都不对。

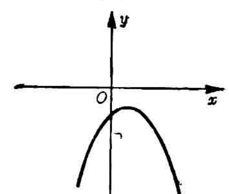

图 1-1

二、填空题

1．已知 $f(x)=x^{10}+2x^9-2x^8-2x^7+x^6+3x^2+6x+1$ 则 $f(\sqrt{2}-1)$ 的值是________。

2．若抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 $(-1,12)$，$(0,5)$ 与 $(2,-3)$，则 $a+b+c$ 之值是____。

3．二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的系数 b 与常数项 c 可取 1、2、3、4、5、6 这六个数，则图象与 x 轴有公共点的函数的表达式的种数是____。

4．抛物线 $y=x^2-mx+\frac{m^2-1}{4}$ 被 Ox 轴所截得的弦长是____。

5．如果由 x 轴，直线 $y=mx+4$，直线 $x=1$ 以及直线 $x=4$，所围成的凸图形面积为 7，则 m 的值是________。

三、试在区间 $0\leqslant x\leqslant 3$ 内求函数 $f(x)=|2x^2-4x|$ 的最大值。

四、已知 $f(x)$ 是实函数(即 x，$f(x)$ 均取实数)，并且 $f(x)-2f\left(\frac{1}{x}\right)=x$，试证：$|f(x)|\geqslant\frac{2}{3}\sqrt{2}$。

五、如图 1-2 所示，抛物线 $y=ax^2+2bx+c$ 和 $y=(a+1)x^2+2(b+2)x+(c+3)$ 中的一条通过 A、B、C 三点，另一条通过 B、C、D 三点。

(1) 试问哪一个函数解析式所表达的图象经过 A、B、C 三点？

(2) 求点 B、C 的横坐标；

(3) 若 $|AB|=|BC|$，$|CO|=|OD|$，求 a、b、c 的值。

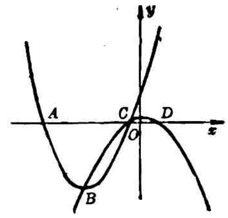

图 1-2

六、设 $f(x)$ 是一个有理函数（即 x 取任何有理数时，$f(x)$ 仍为有理数），并且对任何有理数 a、b 永远有

$$f(a+b)=f(a)+f(b)，且 f(ab)=f(a)f(b)，$$

试证：$f(x)=x$ 或者 $f(x)\equiv 0$（即零函数，对任何有理数 a，都有 $f(a)=0$）。

试卷 9　几何（一）

一、选择题

1．凸七边形的所有对角线，把该七边形分为许多不重叠的小凸多边形。这些小凸多边形中边数最多的，其边数可能是　　(　　)

(A) 5；　(B) 6；　(C) 7；　(D) >7。

2．分别以 $\triangle ABC$ 三边上中点为圆心，以各边为直径作圆。若此三圆相交于同一点，则 $\triangle ABC$ 是　　(　　)

(A) 等边三角形；　(B) 锐角三角形；　(C) 等腰三角形；　(D) 直角三角形。

3．作一五星形，如图 1-3 所示，若量得 $\angle B=\angle C=\angle D=\angle E=35°$，则 $\angle A=$　　(　　)

(A) 35°；　(B) 40°；　(C) 45°；　(D) 50°。

4．如图 1-4 所示，$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6+\angle 7=$　　(　　)

(A) 540°；　(B) 450°；　(C) 650°；　(D) 560°。

5．如图 1-5 所示，在 $\triangle ABC$ 中，$AN=BM=AB$，$\angle C=35°$，则 $\angle APB=$　　(　　)

(A) 100°；　(B) 110°；　(C) 120°；　(D) 95°。

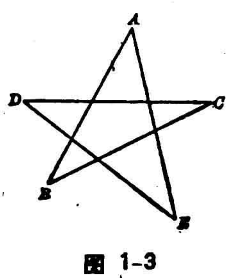

图 1-3

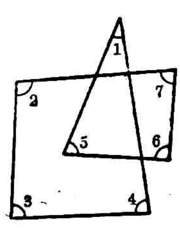

图 1-4

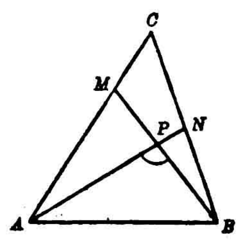

图 1-5

二、填空题

1．一多边形共有 65 条对角线，该多边形的内角和是____。

2．以对角线为 2 的正方形四顶点为圆心，1 为半径作四个圆，则这四个圆覆盖的面积是____。

3．已知 Rt$\triangle ABC$ 周长为 $2+\sqrt{6}$，斜边上中线长为 1，则其面积是____。

4．如图1-6所示，$S_{\triangle ABC}=10$, $AD=2$, $DB=3$, $S_{\triangle ABE}=S_{四边形DBEF}$。则 $S_{\triangle ABE}=$ ____。

5．在正方形 $ABCD$ 中，M 为 BC 上一点，AN 平分 $\angle DAM$，交 DC 于 N，如图1-7所示。若 $BM=a$, $DN=b$，则 $AM=$ ____。

三、在 $\square ABCD$ 中，$AC=\sqrt{2}AB$，AC、BD 交于 M，如图1-8所示。试证：$\angle CMB=\angle DAB$。

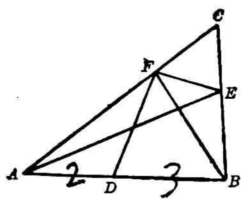

图 1-6

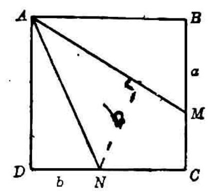

图 1-7

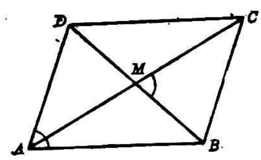

图 1-8

四、如图1-9所示，M 是任意四边形 $ABCD$ 对角线 BD 中点，过 M 作 $ME\parallel AC$，交 AB 于 E，试证：CE 把四边形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分。

五、面积为 S 的 $\triangle ABC$，内接于半径为1的 $\odot O$，外切于半径为 r 的 $\odot I$，$\odot I$ 在 BC, CA, AB 上的切点，分别是 A_1、B_1、C_1，如图1-10所示，S_1 为 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积，试证：$\dfrac{S_1}{S}=\dfrac{r}{2}$。

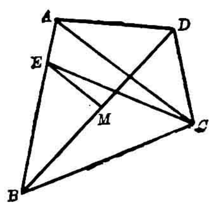

图 1-9

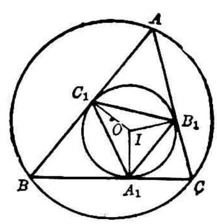

图 1-10

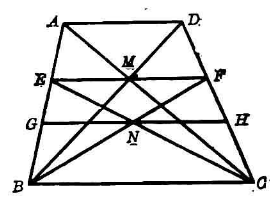

图 1-11

六、如图1-11所示，已知梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC(AD<BC)$，AC、BD 交于 M 点，过作 $EF\parallel AD$，CE、BF 交于 N 点，过 N 作 $GH\parallel AD$。试证：$\dfrac{1}{AD}+\dfrac{2}{BC}=\dfrac{1}{EF}+\dfrac{2}{GH}$。

试卷10　几　何（二）

一　选择题

1．一条长为4的线段，分为四段，以这四段为边作四边形，则其中每一小段应满足的条件是 (　　)

(A) 不大于1；　(B) 大于 $\dfrac{1}{2}$ 且小于1；　(C) 小于2且大于 $\dfrac{1}{2}$；　(D) 小于2。

2．如图1-12所示，在 $\triangle ABC$ 中 $AB=AC$, $CD=BF$, $BD=CE$，则 $\angle EDF=$ (　　)

(A) $90°-A$；　(B) $90°-\dfrac{1}{2}A$；　(C) $90°+\dfrac{1}{2}A$；　(D) $45°+\dfrac{1}{2}A$。

3．如图 1-13 所示，在 Rt△ABC 中，$DEFG$ 是内接正方形，DE 在斜边 AB 上，设 $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$，则 $AD:DE:EB=$ （　）

(A) $a:b:c$； (B) $a^2:b^2:c$； (C) $a^2:ab:b^2$； (D) $b^2:ab:a^2$。

4．如图 1-14 所示，P 为正方形 $ABCD$ 内一点，若 $AP=a$, $BP=2a$, $CP=3a(a>0)$，则 $\angle APB=$ （　）

(A) $=130°$； (B) $=135°$； (C) $=140°$； (D) $=145°$。

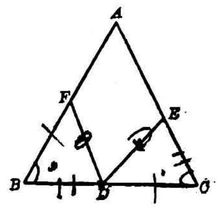

图 1-12

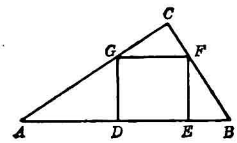

图 1-13

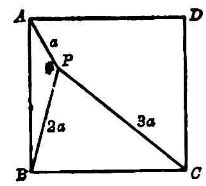

图 1-14

5．在 Rt△ABC 中，以直角顶点 C 为中心旋转 △ABC 至 △$A'B'C$ 位置，使 B 点落在 $A'B'$ 上，较长直角边交 AB 于 D 如图 1-15 所示。则 $\angle BDC=$ （　）

(A) $2A$； (B) $3A$； (C) $4A$； (D) 不定。

二、填空题

1．一凸多边形中只有三个钝角，则此多边形的边数的最大值是____。

2．△ABC 中角 A、B、C 对边分别是 a、b、c，若 $a^2=b(b+c)$，则 $A:B=$ ____。

3．上题中若又 $A^2=B\cdot C$，则 $B:C=$ ____。

4．如图 1-16 所示，在 △ABC 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，D 为 BC 中点，$CE\perp AD$，则 $AE:EB=$ ____。

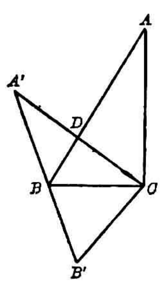

图 1-15

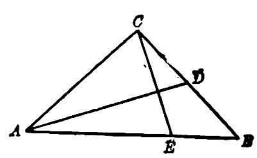

图 1-16

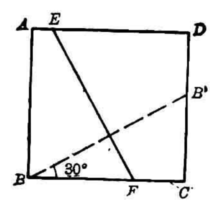

图 1-17

5．将边长为 3 的正方形 $ABCD$ 折叠，折痕为 EF，使点 B 落在 CD 上的 B' 处，如图 1-17 所示，且 $\angle B'BC=30°$，则 EF 长为____。

三、AB、CD 为 $\odot O$ 二直径，如图 1-18 所示。试证：圆周上任一点 P 在 AB、CD 上的正射影之间的距离为一定值。

四、直线 l 与 $\odot O$ 相交于 S、T，过 O 作 $OA\perp l$，垂足是 A，在 A 的两侧圆外部分的 l 上，分别取 E、F，使 $EA=FA$。过 E、F 从 l 两侧各向 $\odot O$ 作切线，切点分别是 P、Q，如图 1-19 所示。试证：P、A、Q 在一直线上。

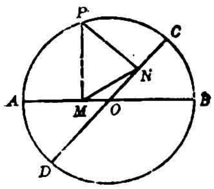

图 1-18

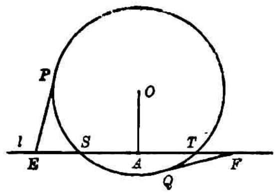

图 1-19

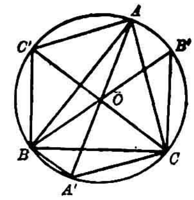

图 1-20

五、$\odot O$ 是锐角$\triangle ABC$ 的外接圆，分别过 A、B、C 作直径 AA'、BB'、CC'，连结 AB'、$B'C$、CA'、$A'B$、BC'、$C'A$，如图 1-20 所示。试证：$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AB'C}+S_{\triangle CA'B}+S_{\triangle BC'A}$。

六、试证：过三角形的重心任作一条直线 l，若在 l 两侧的三角形顶点到 l 的距离用相反符号的数来表示，则各顶点到 l 的距离的代数和为 0。

又问：对于四边形来说，具有这样性质的点，是否存在？若存在，是哪一个特殊点，并证明之。

试卷 11　几 何（三）

一、选择题

1．一个四边形是矩形的充要条件是　　　　　　　　（　　）

（A）两对角线垂直且互相平分；（B）两对角线垂直且相等；

（C）一组对边相等且对角线互相平分；（D）对角线交点是这四边形外接圆的圆心。

2．以 AB 为直径作半圆，M 为半圆弧中点。再以 M 为圆心，MA 为半径，作圆$\odot M$。C 为$\odot M$ 上一点，连 AC，设与半圆交于 P 如图 1-21 所示，则正确的结论是　　（　　）

（A）$PC>PB$；（B）$PC<PB$；

（C）$PC=PB$；（D）PC、PB 的大小关系不能确定。

3．如图 1-22 所示，$\odot O$ 中二弦 AD、BC 垂直相交于 P，已知：AP、BP、DP 的长分别是 1，2，3，则$\odot O$ 半径 $R=$　　　　（　　）

（A）$2\sqrt{2}$；（B）$\frac{3\sqrt{2}}{2}$；（C）$\frac{5\sqrt{2}}{2}$；（D）$\frac{3\sqrt{5}}{2}$。

4．如图 1-23 所示，在$\triangle ABC$ 中，$AB=15$，$BC=14$，$AC=13$；AD 是 BC 上中线，G 是重心，$GP\perp BC$，则 $S_{\triangle GDP}=$ ____。

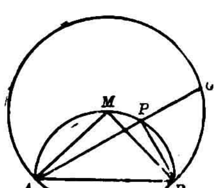

图 1-21

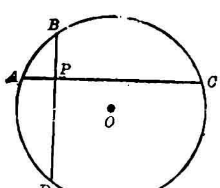

图 1-22

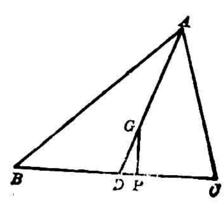

图 1-23