浙江省级重点学科应用数学教学改革与科学研究丛书

概率论与数理统计

主　编　邓爱珍　丁　盈
副主编　方　兴　王理同

科学出版社

浙江省级重点学科应用数学教学改革与科学研究丛书

概率论与数理统计

主　编　邓爱珍　丁　盈
副主编　方　兴　王理同

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书共10章，主要包括随机事件及其概率、随机变量及其分布、数字特征、随机向量及其分布、极限定理、数理统计基础知识、参数估计、假设检验、回归分析与方差分析、随机过程等内容. 每节配备适量思考题，每章后配有足量习题，书后附有习题参考答案. 各章安排了拓展阅读内容，供有需要或有兴趣的读者参考，可以帮助读者扩大知识面. 书中还介绍了基于Excel的概率数值计算和统计方法的计算机实现.

本书内容全面，结构严谨，推理简明. 写作风格上注重可读性，由浅入深，通俗易懂.

本书可作为高等学校理工类、经管类各专业概率论与数理统计课程的教材，也可供各类需要提高数学素质和能力、领悟概率统计独特思想方法的人员使用.

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/邓爱珍，丁盈主编. —北京：科学出版社，2013
(浙江省级重点学科应用数学教学改革与科学研究丛书)
ISBN 978-7-03-037683-1

Ⅰ.①概… Ⅱ.①邓…②丁… Ⅲ.①概率论-高等学校-教材 ②数理统计-高等学校-教材 Ⅳ.①O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第118292号

责任编辑：石 悦 李香叶/责任校对：鲁 素
责任印制：阎 磊/封面设计：华路天然设计工作室

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

铭浩彩色印装有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2013年7月第 一 版 开本：720×1000 B5
2013年7月第一次印刷 印张：18 1/2
字数：355 000

定价：34.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

总　　序

近年来，关于数学的各种新观点不断出现.

有一种观点认为，随着数学的发展，数学已经从自然科学中分离出来，成为独立的科学门类——数学科学.

持这种观点的学者的依据是：①从现代数学的发展情况可以看出，数学的许多内容和方法的产生，不再是基于研究自然界中存在的物质运动规律的需要，而是基于数学自身的需要. 例如，6＝3＋3，8＝3＋5，10＝5＋5＝3＋7，等等，即每一个大于等于6的偶数都可以表示为两个奇素数的和，这就是哥德巴赫猜想，至今没有证明. 但是，这样一个在数学中显得十分重要的著名的猜想，其结果的对与否，不会对数学之外的任何学科产生影响，证明它不是自然科学的需要，而仅仅是数学科学的需要. ②数学不仅具有应用功能，而且具有其他学科不能比拟的教育功能. 数学的应用功能表现在：没有数学，现代科技无从谈起；任何一种学科，只有应用了数学，才能成为科学学科. 数学的教育功能表现在：在中国，语文、数学、英语被认为是初等教育中最重要的三门课程；在世界范围内，有不学中文的学生，有不学英语的学生，但没有不学数学的学生.

我同意这种观点，希望在数学教学改革和科学研究中体现这种观点.

数学教学改革，首先需要的是教材的改革，而教材的改革，涉及的只有两个方面：一是内容；二是方法.

如何在一本数学教材中以数学科学的观点选取内容、介绍方法？

我的认识是：无论是选取内容方面，还是介绍方法方面，都要关注数学的应用功能和教育功能的展现.

在内容的选取方面，既不是不管数学的教育功能，狭隘地全部以目前生产生活的实际应用为目的，打乱系统，什么“有用”就选什么，什么“没用”就跳过什么；也不是完全从数学的需要出发，一点也不考虑所选取的内容和实际应用的联系. 本套丛书采取有实际应用背景的内容优先选取的原则. 我们的考虑是：没有迹象表明，没有实际应用背景的内容在体现数学的教育功能时强于有实际应用背景的内容，既然如此，后者更有利于同时展现数学的应用功能和教育功能.

在方法的介绍方面，既不完全采用公理化体系的做法，让读者在接受严格数学训练的基础上自然地受到数学科学的熏陶；也不完全摒弃数学特有的推理过程，以急功近利的方式只讲结果，只讲计算公式. 我们知道，公理化体系的做法是将数学的训练目的不直接说出来，而是藏起来，藏在严密的过程背后，让学生不知不觉得到严格的数学训练. 这种体系在介绍内容时，不交代前因后果，一上来就是莫名其妙的定义、公理，然后一步步以极其严密的方式展开讨论. 这种做法在知识门类相对少的过去是有效的，但在知识爆炸、课程门类不断增加、学生同时要有做学问和实际应用两手准备

的现在,没有时间这样做. 训练要有,但训练目的不是藏起来,而是尽可能直接讲出来. 例如,数学书籍中一定会用到归纳法、演绎法、反证法,这些方法不是数学特有的,但可以被数学最为有效地传授给学生,这一事实恰好可以说明数学的教育功能的强大. 但是,如果我们去问一下数学系的毕业生什么是演绎法,恐怕很少有人能说周全,究其原因,是我们的教材没有明确地告诉学生演绎法的基本内容和过程. 本套丛书将致力于改变这种现状.

本套丛书注意到:根据课程和授课对象的不同,数学的应用功能和教育功能的展现需分层次,两种功能的展现要有机配合. 例如,有的数学分支本来就属于应用数学,对这样的课程,在选取内容和介绍方法时必须首先保证应用方面的需要,其次才考虑教育功能的融人;有的授课对象是文科学生,对这些学生,在编写教材时就要充分注意他们的基础、兴趣、思维方式和希望通过数学的学习要达到的目的,因此要首先考虑数学的教育功能,其次才考虑应用功能的融人.

现代化的标志是数字化,也就是要在所有的领域尽最大可能地使用计算机技术,因此,在数学教学中,对数字化的配合和适应是必需的. 为了展现数学的应用功能,在数学教学的每个环节,都应该关注计算机技术,包括有意考虑内容的计算机实现,如算法问题,内容与几个成功的数学软件的结合问题. 我们知道,介绍如何应用数学软件的最好环境,当为相应的数学课程. 因此,本套丛书中的教材,特别注意介绍与主要内容配套的软件的应用,例如,介绍相应的 MATLAB 软件包的使用.

科学研究成果整理成学术著作,可以总结和条理化研究问题,这对于传播研究成果、深化研究工作是有利的,这些著作还可以作为研究生教材使用.

本套丛书中学术著作的撰写遵循了如下的原则:

首先,作为介绍学术成果的学术著作要有新内容、新观点,学术系统应是明显的,不是杂乱的、拼凑的,特别是著作中作者的成果应有重要的分量.

其次,本套丛书中的学术著作特别注意内容的系统性、完备性.

再次,也是最重要的,本套丛书中的学术著作,和教材一样注意展现数学的应用功能和教育功能,在必要时,还考虑内容的计算机实现,如算法问题,内容与几个成功的数学软件的结合问题.

最后,在写作细节上,本套丛书要求作者以严格的科学态度对待自己的著作,概念和符号应明确,推导和介绍要细致,避免突然出现翻遍全书都找不到介绍的概念和符号,避免用显然、易知等词语掩盖困难的证明过程.

教学改革涉及的问题很多,有些问题需要一步步解决,有的还需要根据形势的变化调整解决方案. 我们仅做了初步的尝试,加之水平有限,本套丛书中的问题一定很多,迫切希望读者批评指正.

邱继征

2013 年 3 月 8 日

前　言

概率论与数理统计是以随机现象及其规律性为研究对象的数学学科，它的理论和独特思想方法在自然科学、经济管理和工程技术中有着广泛应用.

概率论与数理统计课程是高等院校理工类、财经和管理类各专业的一门重要基础理论课. 随着高等教育的发展和教育改革的不断深入，各个高等院校的教学改革也在不断进行中. 为适应新时期教育教学改革的需要，依据高等院校理工类、经管类专业概率论与数理统计课程的教学大纲，参考考研大纲和国内外同类教材，我们组织编写了本书.

为适应不同层次、不同专业的教学需要，我们在编写时遵循知识体系相对完整、结构和表述严谨科学、尊重传统而又不失创新的原则，努力为读者呈献一本既通俗易懂又不乏理论深度的蕴涵较大信息量的教材.

本书在内容的编排和写作风格上具有下列特点：

(1)循序渐进，通俗易懂. 基本概念、基本理论、基本方法的引入由浅入深，强调直观性，注重可读性.

(2)强化基础. 除每章安排足量习题外，每节还配备适量的思考题，有利于读者加深对重要概念和易混淆概念的理解和掌握.

(3)注重概率思想和知识拓展. 本书为读者提供了较丰富的参考阅读资料，特别是有关统计模拟的内容，有助于读者理解概率思想和掌握随机方法的应用.

(4)计算机处理. 概率论与数理统计中涉及较多的数值计算，人工计算工作烦琐、计算量大，甚至不能完成. 考虑到软件的大众化和使用的方便，本书介绍了通过Excel软件进行的概率计算和统计，旨在提高读者的学习效率，以及运用统计方法分析和解决问题的能力，同时使读者不至于因繁复的计算而降低学习兴趣.

本书可作为高等院校非数学专业概率论与数理统计课程的教材或参考书，编写时为兼顾各层次各专业学生的课程学习和进一步阅读需要，内容选取上以概率论和数理统计学的基本理论和基本方法为主，同时，在各章的最后一节加入了相关的扩展阅读内容，作为基本理论和基本方法的延伸. 本书第 1 章至第 5 章属于概率论的主要内容，第 6 章至第 9 章为数理统计学的主要内容，最后一章介绍了随机过程的基础知识. 读者在阅读本书时，可以按照各章节的自然顺序，也可以将最后一章放在第 5 章后阅读；跳过打 * 号的章节不影响下一章节的阅读；每一章的拓展阅读内容供有兴趣的读者学习参考，当然跳过这一部分也不影响下一章节的阅读.

本书第 1、2、7 章由邓爱珍编写，第 3、4 章由丁盈编写，第 5、6、10 章由方兴编写，第 8、9 章由王理同编写，邓爱珍和丁盈负责全书统稿工作.

邸继征教授、邬学军教授、周明华教授分别审阅了初稿，提出了修改意见。本书的出版得到了浙江工业大学教务处和理学院的支持和帮助，浙江工业大学理学院数学系的老师们给予了关心、理解和支持，在此我们表示衷心的感谢！

在编写过程中，我们参考了国内外大量的相关教材和专著，敬列于参考文献中，对这些著者，我们表示崇高的敬意和衷心的感谢！

由于编者水平有限，书中难免存在疏漏之处，恳请使用本书的老师、同学及其他读者批评指正. 问题或建议可发电子邮件至 azdeng@zjut. edu. cn，在此我们一并表示感谢！

编　者

2013 年 3 月

目　　录

绪　论

自然和社会的各种现象按是否具有确定性分为两大类:确定性现象(必然现象)和随机现象(偶然现象).在一定的条件下必定发生的现象,称为**确定性现象**.例如,在标准大气压下,水加热到100℃时必然会沸腾,而冷却到0℃时必然会结冰;向上抛掷一枚硬币必然下落;等等都是必然现象.在一定条件下,具有多种可能的结果,但事先又不能预知确切的结果的现象称为**随机现象**.例如,掷一颗骰子,可能出现1点、出现2点……出现6点;新生婴儿,或是男孩,或是女孩;向上抛掷一枚均匀硬币,落下的结果可能是正面朝上,也可能是反面朝上;从外观相同但含有次品的一批产品中抽取样品,抽到的可能是正品也可能是次品,这些例子反映出随机现象不确定性的一面.

人们经过长期实践和深入研究后发现,对某个随机现象的大量观测可以得到随机现象的规律性一面.例如,多次抛掷同一枚均匀硬币,就会发现正面朝上和反面朝上的次数大约各占抛掷次数的一半.将随机现象在大量观测时呈现出来的规律性的一面,称为**统计规律性**.

概率论与数理统计学就是研究随机现象统计规律性的数学学科.它一方面研究如何定量描述随机现象发生的可能性大小与一般规律性;另一方面研究如何利用实践中观察随机现象得到的数据对该随机现象的规律性作出合理的估计和推断.根据研究目的不同,前者称为**概率论**,偏重于理论,后者称为**数理统计学**,偏重于应用;概率论为数理统计提供理论基础,数理统计将理论应用于指导具体实践,二者紧密联系.

概率论是一门研究随机现象数量规律的学科.它起源于对赌博问题的研究.早在16世纪,意大利学者卡丹与塔塔里亚等就已从数学角度研究过赌博问题.17世纪中叶,法国数学家帕斯卡与费马在往来的信函中讨论“合理分配赌注问题”,比较明确地提出概率概念.概率论的第一本专著是于1713年问世的雅各布·伯努利的《推测术》.伯努利经过20多年的艰难研究,在该书中表述并证明了著名的“大数定律”,因此,伯努利被称为概率论的奠基人.从17世纪到19世纪,伯努利、棣莫弗、拉普拉斯、高斯、泊松、切比雪夫、马尔可夫等著名数学家都对概率论的发展作出了杰出的贡献.这一时期,概率论中各个领域获得大量成果,概率论在其他基础学科和工程技术上的应用不断深入.但是,到20世纪初,概率论的一些基本概念,诸如概率等尚没有确切的定义,概率论作为一个数学分支,还缺乏严格的理论基础.1933年,数学家柯尔莫哥洛夫发表了著名的《概率论的基本概念》,用公理化体系给出了概率的数学定义,这个公理化体系是概率论发展史上的一个里程碑,为概率论的发展奠定了严密的理论基础.

20世纪以来,由于物理学、生物学、工程技术、农业技术和军事科学发展的推动,

概率论及以概率论为基础的数理统计学在飞速发展，应用范围也在不断拓宽．目前，概率论与数理统计学在自动控制、地震预报和气象预报、工厂产品质量控制、农业试验、经济和金融管理、公用事业等方面都得到了重要应用，起着不可或缺的作用．特别是随着计算机技术的飞速发展，运用概率思想产生的蒙特卡罗方法，是建立在概率论与数理统计基础上的计算方法．借助计算机工具，这种方法在核物理、电子学、生物学、高分子化学等领域的研究中起着重要作用．

概率论与数理统计学的思想方法对我们的工作和生活也是非常有指导意义的，它能使我们保持清醒的头脑，作出更理智的选择以减少不必要的损失，理性地看待和应对随机现象．

概率论与数理统计已发展成为一门与实际紧密相连的理论严谨的数学科学，已经成为了近代数学一个有特色的分支．

第 1 章　随机事件及其概率

本章在介绍概率论的最基本概念和术语的基础上，从认识论的角度介绍概率史上不同情形下概率的定义，讨论概率的性质及由性质导出的概率计算公式.

1.1　随机事件

1.1.1　随机试验

对随机现象的研究离不开试验. 我们把实现一次条件，有意识地观察结果，称为一次**试验**. 若试验具有下列特点：

(1)在相同条件下可重复进行；

(2)每次试验的可能结果不止一个，且所有可能结果在试验前是已知的；

(3)试验前不能确定哪一个结果会发生，

则称该试验为**随机试验**，记为 E.

随机试验的每一个可能的结果称为**样本点**，常用 ω 表示. 样本点的全体组成的集合称为**样本空间**，常用 Ω 表示.

例 1.1.1　抛一枚均匀硬币，观察出现正、反面的情况，这是一个随机试验，记为 E_1. 试验的可能结果有两个：出现正面和反面. 若用"+"表示出现正面，"−"表示出现反面，则 E_1 的样本空间 $\Omega_1=\{+,-\}$.

例 1.1.2　掷一颗骰子，观察出现的点数也是随机试验，记为 E_2. 若用数字"i"($i=1,2,3,4,5,6$)表示"出现 i 点"，则可能的结果有 6 个，E_2 的样本空间 $\Omega_2=\{1,2,3,4,5,6\}$.

例 1.1.3　某城市道路交叉路口监控录像在单位时间内拍到的车辆数，这个试验记为 E_3. 若用"k"表示"在单位时间内拍到的车辆数"，则 E_3 的样本空间 $\Omega_3=\{0,1,2,3,\cdots\}$.

例 1.1.4　从装有红、白两种颜色小球的袋中(红，白小球的数量均大于 2)依次摸出两球，记录小球的颜色，这是一个随机试验，记为 E_4. 若用"(红，白)"表示"第一次摸出红球，第二次摸出白球"，则 E_4 的样本空间为 $\Omega_4=\{$(红，白)，(白，红)，(白，白)，(红，红)$\}$.

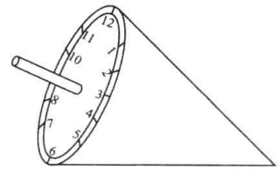

图 1.1　例 1.1.5 的图

例 1.1.5(转陀螺试验)　有一个质地均匀的圆锥形陀螺(图 1.1)，其顶部圆面的边沿上标有数字 1 到 12 的均匀刻度，用以表示圆周上不同点. 在平整的桌面上转动陀螺，观察陀螺停止转动时圆周与桌面接触处的刻度，这

个试验记为 E_5 . 由于陀螺圆周上任何一点都有可能接触桌面，设陀螺圆周与桌面接触处的刻度为 x，则 E_5 的样本空间可以表示为 $\Omega_5=\{x|0<x\leqslant 12\}$.

1.1.2　随机事件

定义 1.1.1　样本空间 Ω 的子集称为随机事件，简称**事件**，常用英文大写字母 $A,B,\cdots$表示. 特别地，样本空间只含一个样本点的子集构成的事件称为**基本事件**；由所有样本点组成的全集构成的事件称为**必然事件**；样本空间的空子集构成的事件称为**不可能事件**，记为 $\varnothing$.

每次随机试验中，当且仅当 A 所含样本点中的某一个出现时，称为**事件 A 发生**. **必然事件**在每次试验中一定发生，**不可能事件**在每次试验中一定不发生，这两个事件本质上没有不确定性. 除此以外的其他随机事件，在一次随机试验中可能发生，也可能不发生.

对于一个随机试验，基本事件是这个试验中最简单的随机事件. 例如，例 1.1.2 中的随机试验 E_2，其样本空间 $\Omega_2=\{1,2,3,4,5,6\}$，“出现 2 点”是基本事件，而事件 A=“出现偶数点”是由三个样本点组成，可写成 $A=\{2,4,6\}$，事件 A 发生当且仅当“出现 2 点”、“出现 4 点”、“出现 6 点”这三个基本事件之一发生. 随机试验 E_2 中，“点数大于零且小于 7”是必然事件，而“点数大于 7”是不可能事件.

1.1.3　事件的关系与运算

以下设随机试验的样本空间为 Ω ,A,B,C,及 $A_i(i=1,2,\cdots)$是 Ω 中的事件.

1. 事件的包含与相等关系

如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生，则称**事件 B 包含事件 A**，或称 A 是 B 的**子事件**，记为 $A\subset B$ 或 $B\supset A$.

如果 $A\subset B$ 且 $B\subset A$ ，则称 **A 与 B 相等**，记为 $A=B$.

例如，在例 1.1.2 中，若 A 表示“出现 3 点”，B 表示“出现奇数点”，则 $A\subset B$ ，若 C 表示“出现的点数能被 3 整除”，D 表示“出现 3 点或 6 点”，则 $C=D$.

易见，对 Ω 中的任意事件 A，都有 $\varnothing\subset A\subset\Omega$.

2. 事件的和、积、差的运算

定义 1.1.2　设 A 与 B 是两个事件，引入记号 $A\cup B,A\cap B,A-B$，分别表示由如下样本点构成的事件：

$$A\cup B=\{\omega\in\Omega|\omega\in A\text{ 或 }\omega\in B\},$$
$$A\cap B=\{\omega\in\Omega|\omega\in A\text{ 且 }\omega\in B\},$$
$$A-B=\{\omega\in\Omega|\omega\in A\text{ 且 }\omega\notin B\},$$

则事件 $A\cup B$ 称为两事件 A 与 B 的**和(或并)**，事件 $A\cap B$ 称为两事件 A 与 B 的**积**