



毛纲源考研数学辅导系列

系统/专业/经典/实用

考研数学

常考题型解题方法技巧归纳(第二版)

毛纲源 编著

本书在手 考研无忧

题型全面 紧扣大纲 帮你高效复习
方法新颖 技巧独特 助君考研成功



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

毛纲源考研数学辅导系列

考研数学一 常考题型解题方法技巧归纳

(第二版)

毛纲源 编著

华中科技大学出版社
中国·武汉

内 容 简 介

本书在教育部制定的考研数学一“考试大纲”的指导下,经过多年的教学实践,由第一版修订而成.全书共分为三篇:第1篇为高等数学,第2篇为线性代数,第3篇为概率论与数理统计.

本书重点讲述与考纲中基本概念、基本理论、基本方法有关的经典试题,内容丰富,题型广泛、全面,任何一年的真题均可在本书中找到对应的题型.

对各类重点常考题型的解题思路、方法和技巧进行归纳、总结,对容易出错的地方以“注意”的形式作了详尽的注解加以强调.

各类题型的解法除给出一般的解题套路外,还给出了简便的解法,能激发广大考生阅读此书兴趣.

讲解各类题型的解法时,尽量做到通俗易懂,由浅入深,富于启发,便于自学.

因而本书是一本广度、深度及难度均适合广大考生使用的考研辅导书,如能认真学习阅读此书,考研数学高分不是梦.

图书在版编目(CIP)数据

考研数学一常考题型解题方法技巧归纳(第二版)/毛纲源 编著. —武汉:华中科技大学出版社,2013.7
ISBN 978-7-5609-8981-5

I. 考… II. 毛… III. 高等数学-研究生-入学考试-题解 IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 102679 号

考研数学一常考题型解题方法技巧归纳(第二版)

毛纲源 编著

策划编辑:王汉江(QQ:14458270)

责任编辑:王汉江

封面设计:范翠璇

责任校对:朱 玢

责任监印:周治超

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)81321915

录 排:武汉市洪山区佳年华文印部

印 刷:华中科技大学印刷厂

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:35.25

字 数:1116千字

版 次:2013年7月第2版第3次印刷

定 价:58.00元



本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换

全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务

版权所有 侵权必究

前 言

本书自出版以来,深受读者青睐,现已多次重印,畅销全国。本次修订继承了原书的特色,并在征求读者意见的同时,按照最新考研数学大纲的要求,对部分知识点及考试题型进行了修改和扩充,使知识点更加完整,更加符合当前考生复习备考的需要。历览以往考题,均可在本书中找到对应的题型及解题思路。

本书有以下几个特点。

首先,本书根据考研数学大纲的要求,将历年考研数学试题按题型分类,对各类题型的解法进行了归纳总结,使考生能做到举一反三。数学试题是无限的,而题型是有限的,掌握好这些题型及其解题方法与技巧,会减少解题的盲目性,从而提高解题效率,考生的应试能力自然就得到了提高。同时也便于考生掌握考研数学一的大部分题型及其解题思路、方法与技巧,因而,本书能起到指航引路、预测考向的作用。

本书特别强调对考研数学大纲划定的基本概念、基本定理、基本方法和基本公式的正确理解。为此每一题型在讲解例题前常对上述“四个基本”进行剖析,便于考生理解、记忆,避免常犯错误。

本书另一特点是总结了许多实用快捷的简便算法,这些简便算法新颖、独特,它们是作者多年来教学经验的总结,会大大提高考生的解题速度和准确性,使考生大大节省时间,因而有助于考生应试能力和水平的提高。

本书还注意培养提高综合应用多个知识点解决问题的能力,对综合型题型进行了较多的分析和解法,以期提高考生在这方面的能力。与此同时,注重一题多解,以期开阔考生的解题思路,使所学知识融会贯通,能灵活地解决问题。

本书的讲述方法由浅入深,适于自学,并尽量使选用的例题精而易懂、全而不滥。

为使考生具有扎实的数学基础知识,也为了更好地阅读本书,特向读者推荐一套可以指导你全面、系统、深入复习考研数学的参考书,这就是本人编写的理工类数学学习指导、硕士研究生备考指南丛书:《高等数学解题方法技巧归纳》(上、下册)、《线性代数解题方法技巧归纳》、《概率论与数理统计解题方法技巧归纳》。这套丛书自出版以来一直受到全国广大读者的一致好评,多次印刷,久销不衰。很多已考取理工类硕士研究生都受益于这套丛书。本人在撰写本书时,多处引用了这套丛书的内容和方法,如果能把这套丛书结合起来学习,必将收到事半功倍的效果。

另外,本人编写的《考研数学(一)历年真题分题型精解》一书中,收集了1997年以来的考研真题,并对每道真题都作了详尽的解答,适合考前第二轮复习。(2013年考研真题及解析可在QQ群(群号:149812311)共享栏下载。)

由于编者水平有限,加之时间仓促,书中错误、疏漏之处在所难免,恳请专家、读者指正。

毛纲源

于武汉理工大学国际教育学院

2013年4月

读者书评

毛纲源老师的考研数学系列辅导书自出版以来,深受读者青睐,受到读者的一致好评。现将各大网站(当当网、卓越网、京东商城、苏宁易购、淘宝网等,关键字搜索“毛纲源”)部分读者的反馈信息收集整理如下,以飨读者。

回愿帖! 毛老师的书—你值得拥有! 2013-04-18 18:18

去年用的毛纲源老师的考研系列辅导书,数学 148 分,如愿以偿考上清华。呵呵! 特赞一下! ~

最新考研数学一,很好的一本书! 2012-09-18 12:53

对考研的知识点总结得很全面,几乎囊括的所有的解题方法,而且对知识的分类也很细致。绝对是一本强大的辅导资料,用过之后,你会发现对知识点会有一个清晰的认识,做题时思路也会很清晰。

题型全,试题经典! 2012-09-13 23:24

对基本概念、基本理论进行剖析,同时配合经典例题介绍了许多新的、快捷的解题方法和技巧。适合第二轮复习。

相信毛老师的书! 2012-04-17 17:59

如果你选择了此书,请就以此书为主,不要再买其他资料,最多再加历年真题、若干模拟题,那么 135 分以上不是梦!

很细致,很到位,值得购买! 2012-04-05 18:12:35

囊括了大部分考研题型……内容很经典,很实用! 强烈推荐! 相当不错!

确实物有所值 2011-04-05 18:12:35

准备考研啦! 以前的知识点遗忘的差不多了,很是郁闷,师兄推荐了华科大出版社出版的毛纲源编写的考研书,书中归纳的解题方法与技巧是其他参考书里没有的。很赞! 对我帮助很大!

题目讲解很细,分难度解析 2010-11-23 16:40:19

很喜欢这本书,题目讲解得很细,归纳得很好,分层次地解答,总结得通俗易懂,基础中有提高,让你很开心地就掌握了方法。内容真的不错!

是老师介绍我们买的 2010-03-11 16:54:29

数学老师说毛纲源的考研系列书很好,买了之后看了,觉得书中的案例太经典了,值得推荐!

书很好,很好,值得一看! 2010-12-15 20:28:51

我们数学老师给我们推荐买的,这本书的体系很好,是按照题型来编排的,而且题很好,推荐这本书。

解题方法新颖,独到! 2010-05-28 18:20

本书紧扣考研数学大纲,按题型展开。使用后,解题思路更加清晰了,解题效率也提高得很快。

书很好,值得推荐! 2010-10-20 11:50:30

注重归纳总结,力求一题多解,解答规范、详细。思路清晰,很适合我用来考前突击。

目 录

第1篇 高等数学

1.1 函数、极限、连续	(2)
1.1.1 求几类与复合函数有关的函数表示式	(2)
题型 1.1.1.1 已知 $f(x)$ 和 $\varphi(x)$, 求 $f[\varphi(x)]$ 或 $\varphi[f(x)]$	(2)
题型 1.1.1.2 求分段点相同的两段函数的复合函数	(3)
题型 1.1.1.3 已知 $f(x)$, $f[\varphi(x)]$, 求 $\varphi(x)$	(3)
题型 1.1.1.4 已知 $\varphi(x)$ 和 $f[\varphi(x)]$, 求 $f(x)$	(3)
1.1.2 函数的奇偶性	(3)
题型 1.1.2.1 判别(证明)函数的奇偶性	(3)
题型 1.1.2.2 奇、偶函数性质的应用	(5)
1.1.3 讨论函数的有界性和周期性	(5)
题型 1.1.3.1 判定有限开区间内连续函数的有界性	(5)
题型 1.1.3.2 判定无穷区间内连续函数的有界性	(6)
题型 1.1.3.3 讨论函数的周期性	(6)
1.1.4 理解极限概念	(7)
题型 1.1.4.1 正确理解极限定义中的“ ε 、 N ”, “ ε 、 δ ”, “ ε 、 X ”语言的含义	(7)
题型 1.1.4.2 正确区别无穷大量与无界变量	(7)
1.1.5 求未定式极限	(8)
题型 1.1.5.1 求 $\frac{0}{0}$ 型或 $\frac{\infty}{\infty}$ 型极限	(8)
题型 1.1.5.2 求 $0 \cdot \infty$ 型极限	(11)
题型 1.1.5.3 求 $\infty - \infty$ 型极限	(11)
题型 1.1.5.4 求幂指函数(0^0 型, ∞^0 型, 1^∞ 型)极限	(12)
1.1.6 求数列极限	(14)
题型 1.1.6.1 求数列通项为 n 项和的极限	(14)
题型 1.1.6.2 求由递推关系式给出的数列极限	(15)
1.1.7 求几类特殊子函数形式的函数极限	(17)
题型 1.1.7.1 求须先考察左、右极限的函数极限	(17)
题型 1.1.7.2 求含根式差的函数极限	(19)
题型 1.1.7.3 求含或可化为含指数函数差的函数极限	(19)
题型 1.1.7.4 求含 $\ln f(x)$ 的函数极限, 其中 $\lim_{x \rightarrow \square} f(x) = 1$	(20)
题型 1.1.7.5 求含有界变量因子的函数极限	(20)
1.1.8 求含参变量的函数极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n, x)$	(20)
题型 1.1.8.1 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n, x)$, 其中 $\varphi(n, x)$ 为或可化为 $F(x)^{g(n)}$ 指数函数型	(20)
题型 1.1.8.2 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n, x)$, 其中 $\varphi(n, x)$ 为或可化为 $g(n)^{F(x)}$ 幂函数型	(21)
题型 1.1.8.3 求 $\lim_{t \rightarrow t_0} \varphi(t, x)$, 其中 $\varphi(t, x)$ 可化为 $g(n)^{F(x)}$ 型或 $F(x)^{g(t)}$ 型	(21)
题型 1.1.8.4 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n, x)$ 或 $\lim_{t \rightarrow t_0} \varphi(t, x)$, 其中 $\varphi(n, x) = F(n, x)^{g(x, n)}$ 或 $\varphi(t, x) = F(t, x)^{g(t, x)}$	(22)

1.1.9 已知一极限求其待定常数或含未知函数的另一极限	(22)
题型 1.1.9.1 由含未知函数的一些极限,求含该函数的另一极限	(22)
题型 1.1.9.2 已知极限式的极限,求其待定常数	(23)
1.1.10 比较和确定无穷小量的阶	(25)
题型 1.1.10.1 比较无穷小量的阶	(26)
题型 1.1.10.2 确定无穷小量为几阶无穷小量	(26)
1.1.11 讨论函数的连续性及其间断点的类型	(27)
题型 1.1.11.1 判别函数的连续性	(27)
题型 1.1.11.2 讨论分段函数的连续性	(28)
题型 1.1.11.3 判别函数间断点的类型	(29)
1.1.12 连续函数性质的两点应用	(30)
题型 1.1.12.1 证明存在 $\xi \in [a, b]$, 使含 ξ 的等式成立	(31)
题型 1.1.12.2 证明方程实根的存在性	(32)
习题 1.1	(32)
1.2 一元函数微分学	(35)
1.2.1 导数定义的三点应用	(35)
题型 1.2.1.1 判断函数在某点的可导性	(35)
题型 1.2.1.2 利用导数定义求某些函数的极限	(38)
题型 1.2.1.3 利用导数定义讨论函数性质	(39)
1.2.2 讨论分段函数的可导性及其导函数的连续性	(39)
题型 1.2.2.1 讨论分段函数的可导性	(39)
题型 1.2.2.2 讨论分段函数的导函数的连续性	(40)
题型 1.2.2.3 讨论一类特殊分段函数在其分段点的连续性、可导性及其导函数的连续性	(41)
1.2.3 讨论含绝对值函数的可导性	(41)
题型 1.2.3.1 讨论绝对值函数 $ f(x) $ 的可导性	(41)
题型 1.2.3.2 讨论函数 $f(x) = \varphi(x) g(x)$ 的可导性	(41)
1.2.4 求一元函数的导数和微分	(42)
题型 1.2.4.1 求复合函数的导数	(42)
题型 1.2.4.2 求反函数的导数	(43)
题型 1.2.4.3 求隐函数的导数	(43)
题型 1.2.4.4 求分段函数的一阶、二阶导数	(44)
题型 1.2.4.5 求幂指函数及含多个因子连乘积的函数的导数	(44)
题型 1.2.4.6 求由参数方程所确定的函数的导数	(45)
题型 1.2.4.7 求某些简单函数的高阶导数	(46)
题型 1.2.4.8 求一元函数的微分	(48)
1.2.5 利用函数的连续性、可导性确定其待定常数	(49)
题型 1.2.5.1 利用函数的连续性确定其待定常数	(49)
题型 1.2.5.2 根据函数的可导性确定其待定常数	(50)
1.2.6 利用微分中值定理的条件及其结论解题	(50)
1.2.7 利用罗尔定理证明中值等式	(52)
题型 1.2.7.1 证明中值等式 $f'(\xi) = 0$ 或 $f''(\xi) = 0$	(52)
题型 1.2.7.2 证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $cf'(\xi) = bg'(\xi)$, 其中 c, b 为常数	(53)

题型 1.2.7.3	证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $k(\xi)f'(\xi) + h(\xi)f(\xi) = Q(\xi)$	(53)
题型 1.2.7.4	证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f(\xi)g'(\xi) + f'(\xi)g(\xi) = 0$	(54)
题型 1.2.7.5	证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f'(\xi)g(\xi) - f(\xi)g'(\xi) = 0$ ($g(\xi) \neq 0$)	(54)
题型 1.2.7.6	证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f'(\xi) + g'(\xi)f(\xi) = 0$	(55)
题型 1.2.7.7	证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $nf(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$ (n 为正整数)	(55)
题型 1.2.7.8	证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f(\xi)/g(\xi) = f''(\xi)/g''(\xi)$, 即 $f(\xi)g''(\xi) - f''(\xi)g(\xi) = 0$	(56)
题型 1.2.7.9	证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f'(\xi) + g'(\xi)[f(\xi) - b\xi] = b$	(56)
题型 1.2.7.10	证明与定积分有关的中值等式	(57)
1.2.8	拉格朗日中值定理的应用	(58)
题型 1.2.8.1	证明与函数改变量(增量)有关的中值(不)等式	(59)
题型 1.2.8.2	证明函数与其导数的关系	(59)
题型 1.2.8.3	求解与函数差值有关的问题	(60)
题型 1.2.8.4	证明多个中值所满足的中值等式	(60)
题型 1.2.8.5	求中值的极限位置	(61)
1.2.9	利用柯西中值定理证明中值等式	(62)
题型 1.2.9.1	证明两函数差值(增量)比的中值等式	(62)
题型 1.2.9.2	证明两函数导数比的中值等式	(62)
1.2.10	泰勒定理的两点应用	(63)
题型 1.2.10.1	证明与高阶导数有关的中值(不)等式	(63)
题型 1.2.10.2	计算按常规方法不好求的未定式极限	(65)
1.2.11	利用导数证明不等式	(65)
题型 1.2.11.1	证明函数不等式	(66)
题型 1.2.11.2	证明数值不等式	(69)
1.2.12	讨论函数的性态	(70)
题型 1.2.12.1	证明函数在区间 I 上是一个常数	(70)
题型 1.2.12.2	证明(判别)函数的单调性	(70)
题型 1.2.12.3	讨论函数是否取得极值	(71)
题型 1.2.12.4	利用二阶微分方程讨论函数是否取极值, 其曲线是否有拐点	(72)
题型 1.2.12.5	求曲线凹凸区间与拐点	(72)
题型 1.2.12.6	求函数的单调区间、极值、最值	(75)
题型 1.2.12.7	求曲线的渐近线	(77)
1.2.13	利用函数性态讨论方程的根	(78)
题型 1.2.13.1	讨论不含参数的方程实根的存在性及其个数	(78)
题型 1.2.13.2	讨论含参数的方程实根的存在性及其个数	(78)
1.2.14	函数性态与函数图形	(79)
题型 1.2.14.1	利用函数性态作函数图形	(79)
题型 1.2.14.2	利用函数的图形, 确定其导函数的图形	(81)
题型 1.2.14.3	利用导函数的图形, 确定原来函数的性态	(81)
1.2.15	一元函数微分学的应用	(82)
题型 1.2.15.1	求平面曲线的切线方程和法线方程	(82)
题型 1.2.15.2	求解与切线在坐标轴上的截距有关的问题	(83)
题型 1.2.15.3	求解与两曲线相切的有关问题	(84)

题型 1.2.15.4 求解与平面曲线的曲率有关的问题	(84)
习题 1.2	(85)
1.3 一元函数积分学	(88)
1.3.1 原函数与不定积分的关系	(88)
题型 1.3.1.1 原函数的概念及其判定	(88)
题型 1.3.1.2 求分段函数的原函数或不定积分	(89)
题型 1.3.1.3 利用积分运算与微分运算的互逆关系求解与原函数有关的问题	(89)
1.3.2 各类被积函数不定积分的算法	(91)
题型 1.3.2.1 求被积函数为 $f(x)/g(x)$ 的不定积分, 其中 $f(x)=g'(x)$ 或 $f'(x)=1/g(x)$	(91)
题型 1.3.2.2 计算被积表达式中出现或可化为 $f(\varphi(x))$ 和 $\varphi'(x)dx$ 乘积的不定积分	(91)
题型 1.3.2.3 计算被积函数仅为一类函数或为两类不同函数乘积的不定积分	(92)
题型 1.3.2.4 计算简单无理函数的不定积分	(93)
题型 1.3.2.5 求 $\int \frac{1}{(ax+b)^k} f\left(\frac{1}{(ax+b)^{k-1}}\right) dx$, 其中 $k \neq 1$ 为正实数	(96)
题型 1.3.2.6 求被积函数的分母为或可化为相差常数的两函数乘积的积分	(96)
题型 1.3.2.7 求三角函数的不定积分	(97)
题型 1.3.2.8 求被积函数含复合对数函数或复合反三角函数为因子函数的积分	(98)
题型 1.3.2.9 有理分式函数 $\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ (其中 $P(x), Q(x)$ 为多项式) 的积分算法	(98)
1.3.3 利用定积分性质计算定积分	(100)
题型 1.3.3.1 利用其几何意义计算定积分	(100)
题型 1.3.3.2 计算对称区间上的定积分	(101)
题型 1.3.3.3 计算周期函数的定积分	(102)
题型 1.3.3.4 利用定积分的常用计算公式计算定积分	(103)
题型 1.3.3.5 计算被积函数含函数导数的积分	(104)
题型 1.3.3.6 比较和估计定积分的大小	(105)
题型 1.3.3.7 求解含积分值为常数的函数方程	(106)
题型 1.3.3.8 计算几类须分子区间积分的定积分	(106)
题型 1.3.3.9 计算含参数的定积分	(108)
题型 1.3.3.10 计算需换元计算的定积分	(108)
题型 1.3.3.11 求由定积分表示的变量极限	(109)
1.3.4 求解与变限积分有关的问题	(109)
题型 1.3.4.1 计算含变限积分的极限	(109)
题型 1.3.4.2 求变限积分的导数	(111)
题型 1.3.4.3 求变限积分的定积分	(113)
题型 1.3.4.4 讨论变限积分函数的性态	(114)
1.3.5 证明定积分等式	(115)
题型 1.3.5.1 证明定积分的变换公式	(115)
题型 1.3.5.2 证明含定积分的中值等式	(116)
1.3.6 证明定积分不等式	(117)
题型 1.3.6.1 证明积分限相等时不等式两端成为零的积分不等式	(117)
题型 1.3.6.2 证明 $\int_a^b f(x) dx$ (或 $ \int_a^b f(x) dx $) $\leq k$ (或 $\geq k$), k 为常数	(118)

题型 1.3.6.3	证明题设中有二阶导数大(或)小于等于零的定积分不等式	(118)
1.3.7	计算反常积分	(119)
题型 1.3.7.1	计算无穷区间上的反常积分	(119)
题型 1.3.7.2	判别无界函数的反常积分的敛散性,如收敛计算其值	(122)
题型 1.3.7.3	判别混合型反常积分的敛散性,如收敛计算其值	(123)
1.3.8	定积分的应用	(124)
题型 1.3.8.1	已知曲线方程,求其所围平面图形的面积	(124)
题型 1.3.8.2	已知曲线所围平面图形的面积(或其旋转体体积)反求该曲线	(125)
题型 1.3.8.3	计算平面曲线的弧长	(126)
题型 1.3.8.4	计算平行截面面积已知的立体体积	(126)
题型 1.3.8.5	求旋转体体积	(127)
题型 1.3.8.6	求旋转体的侧(表)面积	(129)
题型 1.3.8.7	求解几何应用与最值问题相结合的应用题	(129)
题型 1.3.8.8	计算变力所做的功	(130)
题型 1.3.8.9	计算液体的侧压力	(131)
题型 1.3.8.10	计算细杆对质点的引力	(131)
题型 1.3.8.11	计算函数在区间上的平均值	(132)
习题 1.3		(132)
1.4	向量代数和空间解析几何	(135)
1.4.1	向量代数及其简单应用	(135)
题型 1.4.1.1	用坐标表达式进行向量运算	(135)
题型 1.4.1.2	计算向量的数量积、向量积、混合积	(136)
题型 1.4.1.3	利用向量运算证明(确定)向量关系	(137)
1.4.2	求平面方程	(138)
题型 1.4.2.1	求过已知点的平面方程	(138)
题型 1.4.2.2	求过已知直线的平面方程	(139)
题型 1.4.2.3	根据平面在坐标轴上的相对位置求其方程	(140)
题型 1.4.2.4	求过两平面交线的平面方程	(140)
1.4.3	求直线方程	(141)
题型 1.4.3.1	求过已知点的直线方程	(141)
题型 1.4.3.2	求过已知点且与已知直线相交的直线方程	(142)
题型 1.4.3.3	求与两直线相交的直线方程	(143)
题型 1.4.3.4	求直线在平面上的投影直线方程	(143)
1.4.4	讨论直线与平面的位置关系	(144)
题型 1.4.4.1	讨论平面间的位置关系	(144)
题型 1.4.4.2	讨论直线与直线的位置关系	(145)
题型 1.4.4.3	讨论直线与平面的位置关系	(146)
1.4.5	求点到平面或到直线的距离	(147)
题型 1.4.5.1	求点到平面的距离	(147)
题型 1.4.5.2	求点到直线的距离	(148)
1.4.6	求二次曲面方程和空间曲线在坐标面上的投影方程	(149)
题型 1.4.6.1	求坐标面上曲线绕坐标轴旋转所得的旋转曲面方程	(149)
题型 1.4.6.2	求空间曲线绕坐标轴旋转所得的曲面方程	(150)

题型 1.4.6.3 求母线平行于坐标轴的柱面方程	(151)
题型 1.4.6.4 求空间曲线在坐标面上的投影方程	(152)
1.4.7 求解空间解析几何与线性代数、微积分相结合的综合题	(152)
习题 1.4	(154)
1.5 多元函数微分法及其应用	(156)
1.5.1 正确理解二元函数连续、可偏导及可微之间的关系	(156)
题型 1.5.1.1 依定义判别二元函数在某点是否连续、可偏导及可微	(156)
题型 1.5.1.2 判别二元函数连续、可偏导、可微之间的关系	(157)
1.5.2 计算多元函数的偏导数和全微分	(158)
题型 1.5.2.1 利用隐函数存在定理确定隐函数	(158)
题型 1.5.2.2 求抽象复合函数的偏导数	(158)
题型 1.5.2.3 计算隐函数的导数	(161)
题型 1.5.2.4 作变量代换将偏导数满足的方程变形	(163)
题型 1.5.2.5 求方向导数和梯度	(164)
题型 1.5.2.6 求二元函数的全微分	(165)
1.5.3 多元函数微分学的应用	(166)
题型 1.5.3.1 已知空间曲线的参数方程,求其切线或法平面方程	(166)
题型 1.5.3.2 已知空间曲线为两曲面的交线,求其切线或法平面方程	(167)
题型 1.5.3.3 已知空间曲面方程,求其切平面或法线方程	(168)
题型 1.5.3.4 求二元函数的极值和最值	(169)
题型 1.5.3.5 求二(多)元函数的条件极值	(171)
习题 1.5	(172)
1.6 多元函数积分学	(174)
1.6.1 利用区域的对称性化简多元函数的积分	(174)
题型 1.6.1.1 计算积分区域具有对称性,被积函数具有奇偶性的重积分	(174)
题型 1.6.1.2 计算积分区域关于直线 $y=x$ 对称的二重积分	(176)
题型 1.6.1.3 计算积分区域具有轮换对称性的三重积分	(176)
题型 1.6.1.4 计算积分曲线(面)具有对称性的第一类曲线(面)积分	(177)
题型 1.6.1.5 计算平面积分曲线关于 $y=x$ 对称的第一类曲线积分	(178)
题型 1.6.1.6 计算空间积分曲线(曲面)具有轮换对称性的第一类曲线(曲面)积分	(178)
题型 1.6.1.7 计算积分曲线具有对称性的第二类曲线积分	(178)
题型 1.6.1.8 计算积分曲面具有对称性的第二类曲面积分	(180)
1.6.2 交换积分次序及转换二次积分	(180)
题型 1.6.2.1 交换二次积分的积分次序	(180)
题型 1.6.2.2 转换二次积分	(182)
1.6.3 计算二重积分	(183)
题型 1.6.3.1 计算被积函数分区域给出的二重积分	(183)
题型 1.6.3.2 计算圆域或部分圆域上的二重积分	(184)
1.6.4 计算三重积分	(185)
题型 1.6.4.1 计算积分区域的边界方程均为一次的三重积分	(185)
题型 1.6.4.2 计算积分区域为旋转体的三重积分	(186)
题型 1.6.4.3 计算积分区域由球面或球面与锥面所围成的三重积分	(186)
题型 1.6.4.4 计算被积函数至少缺两个变量的三重积分	(187)

题型 1.6.4.5 计算易求出其截面区域上的二重积分的三重积分	(188)
1.6.5 计算曲线积分	(189)
题型 1.6.5.1 计算第一类平面曲线积分	(189)
题型 1.6.5.2 求解平面上与路径无关的第二类曲线积分有关问题	(190)
题型 1.6.5.3 计算平面上与路径有关的第二类曲线积分	(193)
题型 1.6.5.4 计算空间第二类曲线积分	(195)
1.6.6 计算曲面积分	(196)
题型 1.6.6.1 计算第一类曲面积分	(196)
题型 1.6.6.2 计算第二类曲面积分	(199)
题型 1.6.6.3 已知第二类曲面积分的值,求被积式中的未知函数	(205)
1.6.7 多元函数积分学的应用	(206)
题型 1.6.7.1 计算空间曲线的弧长	(206)
题型 1.6.7.2 求曲面面积	(206)
题型 1.6.7.3 计算立体体积	(207)
题型 1.6.7.4 求质量、重心及转动惯量	(209)
题型 1.6.7.5 计算变力沿曲线所做的功	(210)
题型 1.6.7.6 计算物体对质点的引力	(212)
题型 1.6.7.7 计算向量场的散度与流量(通量)	(213)
题型 1.6.7.8 计算向量场的旋度与环流量	(214)
习题 1.6	(215)
1.7 级数	(218)
1.7.1 判别三类常数项级数的敛散性	(218)
题型 1.7.1.1 判别正项级数的敛散性	(218)
题型 1.7.1.2 判别交错级数的敛散性	(222)
题型 1.7.1.3 判别任意项级数的敛散性	(224)
1.7.2 证明常数项级数的敛散性	(226)
题型 1.7.2.1 证明一般项为或可化为相邻两项代数差的级数的敛散性	(226)
题型 1.7.2.2 已知一级数收敛,证明相关级数收敛	(226)
题型 1.7.2.3 已知一般项有极限,证明该级数的敛散性	(227)
题型 1.7.2.4 证明(判别)一般项为(含)定积分的级数的敛散性	(227)
题型 1.7.2.5 证明一般项用递推关系式给出的级数的敛散性	(228)
题型 1.7.2.6 已知函数高阶可导,证明由该函数值组成的级数的敛散性	(228)
1.7.3 幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法	(229)
1.7.4 求幂级数与数项级数的和	(231)
题型 1.7.4.1 求 $\sum_{n=1}^{\infty} P(n)x^n$ 的和函数, $P(n)$ 为 n 的多项式	(231)
题型 1.7.4.2 求 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{Q(n)} x^n$ 的和函数, $Q(n)$ 为 n 的多项式	(232)
题型 1.7.4.3 求含阶乘因子的幂级数的和函数	(234)
题型 1.7.4.4 求数项级数的和	(236)
1.7.5 将简单函数间接展开成幂级数	(239)
题型 1.7.5.1 求反三角函数的幂级数展开式	(239)
题型 1.7.5.2 将对数函数展成幂级数	(239)

题型 1.7.5.3 将有理分式函数展成幂级数	(240)
题型 1.7.5.4 将三角函数展成幂级数	(240)
题型 1.7.5.5 利用幂级数展开式求函数的高阶导数	(240)
1.7.6 傅里叶级数	(241)
题型 1.7.6.1 将周期函数展为傅里叶级数	(241)
题型 1.7.6.2 求傅里叶系数	(245)
题型 1.7.6.3 求傅里叶级数的和函数在某点的值	(245)
习题 1.7	(246)
1.8 常微分方程	(248)
1.8.1 求解一阶线性微分方程	(248)
题型 1.8.1.1 求解可分离变量的微分方程	(248)
题型 1.8.1.2 求解齐次方程	(249)
题型 1.8.1.3 求解一阶线性方程	(249)
题型 1.8.1.4 求解几类可化为一阶线性方程的方程	(250)
题型 1.8.1.5 求解方程 $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$	(252)
题型 1.8.1.6 求解由变量的增量关系给出的一阶方程	(254)
题型 1.8.1.7 求满足某种性质的一阶微分方程的特解	(254)
1.8.2 求解线性微分方程	(255)
题型 1.8.2.1 利用线性微分方程解的结构和性质求解有关问题	(256)
题型 1.8.2.2 求解可降阶的二阶微分方程	(256)
题型 1.8.2.3 求解高阶常系数齐次线性方程	(257)
题型 1.8.2.4 求解二阶常系数非齐次线性方程	(259)
题型 1.8.2.5 求解欧拉方程	(262)
题型 1.8.2.6 求解含变限积分的方程	(263)
题型 1.8.2.7 求解可化为一阶线性微分的函数方程	(263)
1.8.3 已知特解反求其常系数线性方程	(264)
题型 1.8.3.1 已知特解反求其齐次方程	(264)
题型 1.8.3.2 已知特解反求其非齐次方程	(264)
1.8.4 用微分方程求解几何和物理中的简单应用题	(265)
习题 1.8	(269)

第2篇 线性代数

2.1 计算行列式	(272)
2.1.1 计算数字型行列式	(272)
题型 2.1.1.1 计算非零元素主要在一条或两条对角线上的行列式	(272)
题型 2.1.1.2 计算非零元素在三条线上的行列式	(273)
题型 2.1.1.3 计算行(列)和相等的行列式	(274)
题型 2.1.1.4 计算范德蒙行列式	(275)
题型 2.1.1.5 求代数余子式线性组合的值	(276)
题型 2.1.1.6 计算 n 阶可逆矩阵的所有代数余子式的和	(277)
2.1.2 计算抽象矩阵的行列式	(277)
题型 2.1.2.1 求由行(列)向量表示的矩阵的行列式的值	(278)
题型 2.1.2.2 计算与伴随矩阵有关的矩阵行列式	(278)

题型 2.1.2.3	计算含零子块的四分块矩阵的行列式	(279)
题型 2.1.2.4	证明方阵的行列式等于零,或不等于零	(279)
2.1.3	克莱姆法则的应用	(280)
习题 2.1		(282)
2.2	矩阵	(283)
2.2.1	证明矩阵的可逆性	(283)
题型 2.2.1.1	已知一矩阵等式,证明有关矩阵可逆,并求其逆矩阵	(283)
题型 2.2.1.2	证明矩阵 A 可逆,且 $A^{-1}=B$	(284)
题型 2.2.1.3	证明和(差)矩阵可逆	(285)
题型 2.2.1.4	求矩阵的逆矩阵,该矩阵含一(些)矩阵的逆矩阵	(285)
题型 2.2.1.5	证明方阵为不可逆矩阵	(286)
2.2.2	矩阵元素给定,求其逆矩阵的方法	(286)
2.2.3	求解与伴随矩阵有关的问题	(287)
题型 2.2.3.1	计算与伴随矩阵有关的矩阵行列式	(288)
题型 2.2.3.2	求与伴随矩阵有关的矩阵的逆矩阵	(289)
题型 2.2.3.3	求与伴随矩阵有关的矩阵的秩	(289)
题型 2.2.3.4	求伴随矩阵	(289)
2.2.4	计算 n 阶矩阵的高次幂	(289)
题型 2.2.4.1	计算能分解为一列向量与一行向量相乘的矩阵的高次幂	(289)
题型 2.2.4.2	计算能相似对角化的矩阵的高次幂	(290)
题型 2.2.4.3	计算能分解为两可交换矩阵之和的矩阵的高次幂	(291)
题型 2.2.4.4	计算其平方等于原矩阵或单位矩阵倍数的矩阵高次幂	(292)
2.2.5	求矩阵的秩	(293)
题型 2.2.5.1	求元素具体给定的矩阵的秩	(293)
题型 2.2.5.2	求含抽象矩阵或含待定常数的矩阵的秩	(293)
题型 2.2.5.3	已知矩阵的秩,求其待定常数	(296)
2.2.6	分块矩阵乘法运算的应用举例	(296)
2.2.7	求解矩阵方程	(297)
题型 2.2.7.1	求解含单位矩阵加项的矩阵方程	(298)
题型 2.2.7.2	求解只含一个未知矩阵的矩阵方程	(299)
题型 2.2.7.3	求解含多个未知矩阵的矩阵方程	(300)
题型 2.2.7.4	求与已知矩阵可交换的所有矩阵	(303)
题型 2.2.7.5	已知一矩阵方程,求方程中某矩阵的行列式	(303)
2.2.8	初等变换与初等矩阵的关系的应用	(303)
题型 2.2.8.1	用初等矩阵表示相应的初等变换	(303)
题型 2.2.8.2	利用初等矩阵的逆矩阵的性质计算矩阵	(304)
习题 2.2		(305)
2.3	向量	(307)
2.3.1	判别向量组线性相关与线性无关	(307)
题型 2.3.1.1	用线性相关性定义做选择题、填空题	(307)
题型 2.3.1.2	判别分量已知的向量组的线性相关性	(308)
题型 2.3.1.3	证明几类向量组的线性相关性	(309)
题型 2.3.1.4	已知向量组的线性相关性,求其待定常数	(313)

2.3.2 判定向量能否由向量组线性表示	(314)
题型 2.3.2.1 判定分量已知的向量能否由向量组线性表示	(314)
题型 2.3.2.2 判断一抽象向量能否由向量组线性表示	(315)
题型 2.3.2.3 判别一向量组能否由另一向量组线性表示	(316)
2.3.3 两向量组等价的判别方法及常用证法	(316)
2.3.4 向量组的秩与极大线性无关组	(319)
题型 2.3.4.1 求分量给出的向量组的秩及其极大线性无关组	(319)
题型 2.3.4.2 将向量用极大线性无关组线性表示	(320)
题型 2.3.4.3 证明抽象向量组的秩有关问题	(321)
题型 2.3.4.4 证某向量组为一极大无关组	(322)
2.3.5 向量空间	(323)
题型 2.3.5.1 求解空间的基、标准正交基(规范正交基)	(323)
题型 2.3.5.2 求过渡矩阵	(325)
题型 2.3.5.3 求向量在某组基下的坐标	(326)
习题 2.3	(328)
2.4 线性方程组	(329)
2.4.1 判定线性方程组解的情况	(329)
题型 2.4.1.1 判定齐次线性方程组解的情况	(329)
题型 2.4.1.2 判定非齐次线性方程组解的情况	(331)
2.4.2 由其解反求方程组或其参数	(332)
题型 2.4.2.1 已知 $AX=0$ 的解的情况,反求 A 中参数	(333)
题型 2.4.2.2 已知 $AX=b$ 的解的情况,反求方程组中参数	(333)
题型 2.4.2.3 已知其基础解系,求该方程组的系数矩阵	(334)
2.4.3 证明一组向量为基础解系	(335)
2.4.4 基础解系和特解的简便求法	(336)
2.4.5 求解含参数的线性方程组	(337)
题型 2.4.5.1 求解方程个数与未知数个数相等的含参数的线性方程组	(338)
题型 2.4.5.2 求解方程个数与未知数个数不等的含参数的线性方程组	(338)
题型 2.4.5.3 求解参数仅出现在常数项的线性方程组	(339)
题型 2.4.5.4 求含参数的方程组满足一定条件的通解	(340)
2.4.6 求抽象线性方程组的通解	(340)
题型 2.4.6.1 A 没有具体给出,求 $AX=0$ 的通解	(340)
题型 2.4.6.2 已知 $AX=b$ 的特解,求其通解	(341)
题型 2.4.6.3 利用线性方程组的向量形式求(证明)其解	(343)
2.4.7 求两线性方程组的非零公共解	(344)
题型 2.4.7.1 求两齐次线性方程组的非零公共解	(344)
题型 2.4.7.2 证明两齐次线性方程组有非零公共解	(346)
题型 2.4.7.3 讨论两方程组同解的有关问题	(346)
习题 2.4	(348)
2.5 矩阵的特征值、特征向量	(351)
2.5.1 求矩阵的特征值、特征向量	(351)
题型 2.5.1.1 求元素给出的矩阵的特征值、特征向量	(351)
题型 2.5.1.2 证明(判别)抽象矩阵的特征值、特征向量	(352)

2.5.2 由特征值和(或)特征向量反求其矩阵	(354)
题型 2.5.2.1 由特征值和(或)特征向量反求矩阵的待定常数	(354)
题型 2.5.2.2 已知特征值、特征向量,反求其矩阵	(355)
题型 2.5.2.3 计算 $A^m\beta$, 其中 β 为列向量, A 为方阵	(357)
2.5.3 求相关联矩阵的特征值、特征向量	(357)
2.5.4 判别同阶方阵是否相似	(359)
题型 2.5.4.1 判别或证明方阵是否可对角化	(359)
题型 2.5.4.2 判别两同阶方阵是否相似	(361)
2.5.5 相似矩阵性质的简单应用	(362)
2.5.6 与两矩阵相似有关的计算	(362)
题型 2.5.6.1 矩阵 A 可相似对角化, 求 A 中待定常数及可逆矩阵 P , 使 $P^{-1}AP = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, 其中 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 为 A 的特征值	(362)
题型 2.5.6.2 A 为实对称矩阵, 求 A 中待定常数及正交矩阵 Q , 使 $Q^{-1}AQ = Q^T AQ = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, 其中 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 为 A 的特征值	(363)
题型 2.5.6.3 A 为实对称矩阵, 求与其相似的对角矩阵 Λ	(364)
题型 2.5.6.4 已知矩阵 A 和可逆矩阵 P 满足一等式, 求矩阵 B , 使 $P^{-1}AP = B$	(365)
习题 2.5	(365)
2.6 二次型	(367)
2.6.1 化二次型为标准形	(367)
题型 2.6.1.1 化二次型为标准形	(367)
题型 2.6.1.2 已知二次型的标准形, 确定该二次型	(374)
2.6.2 判别或证明实二次型(实对称矩阵)的正定性	(375)
题型 2.6.2.1 判别或证明具体二次型(或实对称矩阵)的正定性	(376)
题型 2.6.2.2 判别或证明抽象的二次型(或实对称矩阵)的正定性	(378)
题型 2.6.2.3 确定参数的取值范围使二次型或其矩阵正定	(379)
题型 2.6.2.4 证明与正定矩阵相关联的矩阵的正定性	(380)
2.6.3 合同矩阵	(381)
题型 2.6.3.1 判别两实对称矩阵合同	(381)
题型 2.6.3.2 讨论矩阵等价、相似及合同的关系	(382)
习题 2.6	(383)

第3篇 概率论与数理统计

3.1 随机事件和概率	(386)
3.1.1 随机事件间的关系及运算	(386)
题型 3.1.1.1 描绘随机试验的样本空间	(386)
题型 3.1.1.2 用式子表示事件关系及其运算	(386)
题型 3.1.1.3 利用事件运算的性质或图示法简化事件算式	(387)
题型 3.1.1.4 求满足一定条件的事件关系	(387)
3.1.2 直接计算随机事件的概率	(387)
题型 3.1.2.1 计算古典型概率	(387)
题型 3.1.2.2 计算几何型概率	(389)
题型 3.1.2.3 计算伯努利概型中事件的概率	(390)
3.1.3 间接计算随机事件的概率	(391)
题型 3.1.3.1 计算和、差、积事件的概率	(391)

题型 3.1.3.2	求与包含关系有关的事件的概率	(393)
题型 3.1.3.3	计算与互斥事件有关的事件的概率	(394)
题型 3.1.3.4	求与条件概率有关的事件的概率	(394)
题型 3.1.3.5	求与他事件有关的单个事件的概率	(394)
题型 3.1.3.6	判别或证明事件概率不等式	(394)
3.1.4	几个计算概率公式的实际应用	(395)
题型 3.1.4.1	用加法公式求解实际应用题	(395)
题型 3.1.4.2	用条件概率与概率的乘法公式求解实际应用题	(395)
题型 3.1.4.3	用全概公式和逆概(贝叶斯)公式求解实际应用题	(396)
题型 3.1.4.4	利用抽签原理计算事件概率	(399)
3.1.5	判别事件的独立性	(400)
题型 3.1.5.1	判别(证明)两事件相互独立	(400)
题型 3.1.5.2	判别(证明) $n(n>2)$ 个事件相互独立	(401)
习题 3.1		(402)
3.2	一维随机变量及其分布	(405)
3.2.1	分布列、概率密度及分布函数性质的应用	(405)
题型 3.2.1.1	判别分布列、概率密度及分布函数	(406)
题型 3.2.1.2	证明某实函数为某随机变量的分布函数	(407)
题型 3.2.1.3	利用分布的性质,确定待定常数或所满足的条件	(407)
题型 3.2.1.4	求随机变量落在某点或某区间上的概率	(408)
3.2.2	求分布列(概率分布)、概率密度及分布函数	(410)
题型 3.2.2.1	求概率分布(分布律)及其分布函数	(410)
题型 3.2.2.2	求连续型随机变量的分布函数或其取值	(411)
题型 3.2.2.3	求概率密度	(413)
3.2.3	利用常见分布计算有关事件的概率	(413)
题型 3.2.3.1	利用二项分布计算伯努利概型中事件的概率	(413)
题型 3.2.3.2	利用超几何分布计算事件的概率	(416)
题型 3.2.3.3	利用几何分布计算事件的概率	(416)
题型 3.2.3.4	利用泊松分布计算事件的概率	(417)
题型 3.2.3.5	利用均匀分布计算事件的概率	(418)
题型 3.2.3.6	利用指数分布计算事件的概率	(418)
题型 3.2.3.7	利用正态分布计算事件的概率	(420)
题型 3.2.3.8	利用相关分布与二项分布相结合计算事件的概率	(423)
3.2.4	随机变量函数的分布	(423)
题型 3.2.4.1	已知一离散型随机变量的分布,求其函数(另一离散型随机变量)的分布	(423)
题型 3.2.4.2	已知一连续型随机变量的分布,求其函数(另一连续型随机变量)的分布	(425)
题型 3.2.4.3	已知一连续型随机变量的分布,求其函数(离散型随机变量)的分布	(428)
题型 3.2.4.4	讨论随机变量函数分布的性质	(428)
习题 3.2		(429)
3.3	二维随机变量的联合概率分布	(432)
3.3.1	求二维随机变量的分布	(432)