根据教育部最新奥林匹克竞赛大纲编写

# 奥赛兵法

## 初中数学

曹瑞彬◎主编

金牌

AIBINGFA

北京师范大学出版社
文汇出版社

根据教育部最新奥林匹克竞赛大纲编写



# 奥赛兵法

## 初中数学

曹瑞彬◎主编



A 金牌

SAIBINGFA

北京师范大学出版社
文汇出版社

# 金牌奥赛兵法·初中数学

主　　编/曹瑞彬
责任编辑/胡春木　岳昌庆
封面装帧/缪　惟

出版发行/北京师范大学出版社
　　　　(北京市新街口外大街19号　邮政编码100875)
　　　　文匯出版社
　　　　(上海市虎丘路50号　邮政编码200002)
经　　销/全国新华书店
印刷装订/江苏昆山亭林印刷总厂
版　　次/2002年9月第1版
印　　次/2002年9月第1次印刷
开　　本/850×1168　1/32
字　　数/320千
印　　张/14
印　　数/1—10 000

ISBN 7-303-03278-9/G·2230
定　　价/17.00元

# 前 言

推进素质教育,培养学生创新能力,是当前我国教育改革的一个重大方向,并受到教育界的普遍重视及全社会的广泛关注。而合理地开展学科竞赛活动,对提高学生的综合素质,培养学生能力有极大的促进作用。

数学竞赛历史悠久,日臻完善,我国各级各类的数学竞赛都已有规律地开展活动,她是数学百花园中的一株奇葩,她把现代化的数学内容与趣味的陈述、独创性技巧有机地结合起来,充分展示数学的内在美。数学竞赛实质是数学教学的继续与延拓,她是较高层次的基础教育,是正规教育的补充,是开发智力的素质教育,是生动活泼的课外教育。数学竞赛活动有如下教育功能:(1)为发现人才、选拔人才、培养人才开辟新的途径;(2)为激发学生学习的兴趣增加新的方法;(3)为"第二课堂"增添了新的数学内容;(4)为数学方法研究注入新的血液;(5)为初等数学研究开拓了新的领域;(6)为中学数学教学改革提供依据等。

初中开展数学竞赛,能更好地提高学生的学习兴趣,激发学生的求知欲望,唤起他们的学习热情,为他们继续深造和终生发展打下坚实的基础。为进一步推动初中数学竞赛活动的开展,我们依据统编的教材及数学竞赛大纲的规定,编写了这本初中数学竞赛图书。

本书的特点是:注意将数学竞赛与平常数学教学结合起来,注意数学竞赛与升学生考试结合起来,注意基础知识、基本技能与基本的思想方法的训练,注意培养学生的创新能力,提高学生的素质,由浅入深,循序渐进。本书例题与练习题,大多是有代表性的问题,且极大部分是近五年来全国各地的中考与竞赛试题。

参加本书编写有：曹瑞彬、张杰、庞备、季正辉、丁连菊、黄智勇；由于水平有限，书中若有不妥和差错，敬请专家和读者不吝指正。

编　者
2002年7月

# 目　录

# 第一章 数与式

**本章导言**

数与式是中学数学的重要内容之一,是中学数学竞赛的常见题材,也是数学研究的主要对象.整数是数的基础,式是数的延伸和拓展.中学数学竞赛中有关数与式的试题往往比较新颖、活泼,一般无固定的求解程式,因此它要求学生在解题时大胆地探索,积极地尝试,严密地思考,敏锐地观察,从而发现题中的内在联系,找到解题的捷径.

本章分六讲,对整数的有关性质、实数、整式、分式、根式等作详细的论述,并以国际国内的竞赛试题为例,着重介绍解题的常用方法和技巧.

## 第一讲 整数的有关性质(一)

### "考纲"能力要求

熟练掌握整数的十进制表示及应用.整除性概念,特别要熟记被2,3,4,5,8,9,11等数整除的判定.最大公约数和最小公倍数的概念、符号、性质及计算方法.能熟练掌握带余除法并能利用余数进行分类讨论和研究.深刻理解奇数和偶数的概念并能利用奇偶性分析法解决有关问题.

## 奥赛大对策

整数是“数”的基础.只有熟练掌握其性质后,才能进一步研究“数”的其他性质,并把有关知识应用到其他领域上.同时整数问题又是中学数学竞赛中常见的题型之一.其试题形式多样,解题方法灵活,技巧性极强.

**1. 整数的十进位数码表示法:**

任一个 $n$ 位正整数 $M$ 都可以表示为:

$$M=a_n\times10^{n-1}+a_{n-1}\times10^{n-2}+\cdots+a_2\times10+a_1$$

其中 $a_i(i=1,2,3,\cdots,n)$ 是各位上的数码,且 $0\leqslant a_i\leqslant9$, $a_n\neq0$.有时,为了方便,也可以记为 $M=\overline{a_na_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1}$.

**2. 数的整除性**

(1)定义:设 $a,b$ 是整数, $b\neq0$,如果有整数 $p$,使得 $a=bp$,那么称 $a$ 能被 $b$ 整除,或称 $b$ 整除 $a$,记作 $b\mid a$.又称 $b$ 为 $a$ 的约数而 $a$ 是 $b$ 的倍数.如果 $a$ 不是 $b$ 的倍数,则称整数 $b$ 不整除 $a$,或称 $a$ 不能被 $b$ 整除,记作 $b\nmid a$.

(2)整除的常用性质

①若 $a\mid b,b\mid c$,则 $a\mid c$.

② $k$ 是任意整数,若 $b\mid a$ 则 $b\mid ka$.

③若 $a\mid b,a\mid c$,则 $a\mid(b\pm c)$.

④若 $m\mid ab,(m,a)=1$,则 $m\mid b$.

⑤若 $a\mid m,b\mid m$,则 $[a,b]\mid m$.

⑥若 $b\mid a,c\mid a$ 且 $(b,c)=1$,则 $bc\mid a$.

(3)整数的整除的常用判定方法:

①若整数 $M$ 的个位数是偶数,则 $2\mid M$.

②若整数 $M$ 的个位数是0或5,则 $5\mid M$.

③若整数 $M$ 的各位数字之和是3(或9)的倍数,则 $3\mid M$(或 $9\mid M$).

④若整数 $M$ 的末两位数是4(或25)的倍数,则 $4\mid M$(或 $25\mid M$).

⑤若整数 $M$ 的末三位数是 8(或 125)的倍数,则 $8|M$(或 $125|M$).

⑥若整数 $M$ 的奇位数字的和与偶位数字的和的差是 11 的倍数,则 $11|M$.

⑦能被 7,11,13 整除的数的特征是:奇位千进位的总和与偶位千进位的总和的差(或者反过来)能被 7,11,13 整除.

**3. 最大公约数和最小公倍数**

(1)公约数和最大公约数

整数 $a$ 和 $b$ 公有的约数,叫做 $a$ 和 $b$ 的公约数.如果用 $d$ 表示整数 $a,b$ 的最大公约数则可记作 $d=(a,b)$,$a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n$ 的最大公约数记作$(a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n)$.若 $a,b$ 的最大公约数为 1,即$(a,b)=1$,则把 $a$ 和 $b$ 叫做互质的数,简称互质(或互素).

**性质 1** 若 $b|a$,则 $(a,b)=b$.

**性质 2** 若$(a_1,a_2,\cdots,a_n)=d$,则$(a_1k,a_2k,\cdots,a_nk)=dk$,其中 $k$ 为正整数.

**性质 3** 若$(a,b)=1$,则 $(a,bc)=(a,c)$.

(2)公倍数和最小公倍数

设 $a_1,a_2,\cdots a_n$ 和 $m$ 均为正整数,且 $a_1|m,a_2|m,\cdots,a_n|m$,则称 $m$ 为 $a_1\ a_2\cdots a_n$ 的公倍数.公倍数中的最小者 $m$ 叫做最小公倍数,记作 $[a_1,a_2,a_3\cdots a_n]=m$.

**性质 1** 若 $b|a$,则$[a,b]=a$.

**性质 2** 若$[a_1,a_2,\cdots,a_n]=m$,则

$$[ka_1,ka_2,\cdots,ka_n]=km,$$

$$\left[\frac{a_1}{c},\frac{a_2}{c},\cdots,\frac{a_n}{c}\right]=\frac{m}{c}.$$

其中 $a_1\ a_2,\cdots,a_n,k,m,c,\frac{a_1}{c},\frac{a_2}{c},\cdots,\frac{a_n}{c},\frac{m}{c}$ 均为正整数.

(3)最大公约数与最小公倍数之间关系

**定理 1** 若 $a,b$ 是正整数,$(a,b)$,$[a,b]$分别为它们的最大公约

数和最小公倍数,则有

$$(a,b)\cdot[a,b]=ab.$$

**定理2** 若 $a,b$ 是正整数,则

$$(a+b,b)=(a,b);$$
$$(a-b,b)=(a,b).$$

**4. 奇数和偶数**

**定义** 能被2整除的整数叫做偶数,不能被2整除的整数叫做奇数.偶数通常用 $2n$ 来表示,奇数通常用 $2n+1$ 或 $2n-1$ 来表示,其中 $n$ 为整数.

**性质1** 任一整数或为偶数或为奇数,二者必居其一.

**性质2** 奇数$\neq$偶数.

**性质3** 两偶数相加(减)的和(差)为偶数,两奇数相加(减)的和(差)为偶数;奇数与偶数相加(减)的和(差)为奇数.

**性质4** 奇(偶)数与偶数的积为偶数.

**性质5** 两个连续的整数中,必有一个是奇数,一个是偶数;两相邻整数的和是奇数,积为偶数.

**性质6** 若干个整数之和为奇数,则其中至少有一个奇数.

**性质7** 若干个整数之积为奇数,当且仅当每个整数都是奇数;若干个整数之积为偶数,当且仅当它们中至少有一个偶数.

**5. 带余除法**

设自然数 $a$ 除以自然数 $b(b\neq0)$,所得的商和余数分别为自然数 $q$ 和 $r(0\leqslant r<b)$,则有 $a=bq+r$,即:被除数=除数×商数+余数.

**定理1** 若两个整数 $m$ 与 $n$ 被整数 $d$ 除的余数相同,则 $d\mid(m-n)$;反之,若 $d\mid(m-n)$,则 $m$ 与 $n$ 被 $d$ 除的余数相同.

**定理2** $n$ 个连续整数中有且仅有一个是 $n$ 的倍数.

**定理3** 设 $d$ 是整数,则任意 $p(p>d)$ 个整数中,至少有两个整数,它们被 $d$ 除的余数相同.

## 奥赛大解密

**【例1】** 试问,是否存在 $\overline{ab}$ 和 $\overline{cd}$,使得 $\overline{ab}\cdot\overline{cd}=\overline{abcd}$?

**解** 不存在.

因为 $\overline{ab}\cdot\overline{cd}\leqslant\overline{ab}\cdot 99<\overline{ab}\cdot 100=\overline{ab00}<\overline{ab00}+\overline{cd}=\overline{abcd}$.

**【例2】** 求一个四位数,它的前两位数字及后两位数字分别相同,而该数本身等于一个整数的平方.

**解** 设所求的四位数为 $x=\overline{aabb}$ 则

$$x=1\,000a+100a+10b+b=11(100a+b),$$

其中 $0<a\leqslant 9,0\leqslant b\leqslant 9$.可见平方数 $x$ 被 11 整除,从而 $x$ 被 $11^2$ 整除,因此,数 $100a+b=99a+a+b$ 被 11 整除,于是 $a+b$ 能被 11 整除,但 $0<a+b\leqslant 18$,所以 $a+b=11$,于是 $x=11^2(9a+1)$,由此可知 $9a+1$ 是某个自然数的平方.这里 $a=1,2,3,\cdots,9$ 逐一验证.仅有 $a=7$ 时,$9a+1$ 是平方数,这时 $b=4$,故所求的四位数应为 $7\,744=88^2$.

**导析** 整数的十进位数码表示法是解决上述试题的关键,它有助于将已知条件转化为简单的等式从而使问题得到顺利解决.

**拓展1** 已知一个三位数,它的百位数字加上个位数字再减去十位数字所得的数是 11 的倍数.证明:这个三位数也是 11 的倍数.

**拓展2** 三位数 $\overline{abc}=a^2+1+(\overline{bc})^2$,则 $\overline{abc}=$______.

**拓展3** 求所有满足下列条件的四位数:能被 111 整除,且除得的商等于该四位数的各位数字之和.

**拓展4** 一个四位数,这个四位数与它的各位数字之和是 1999,求这个四位数,并说明理由.

**拓展5** 已知两个三位数 $\overline{abc}$, $\overline{def}$ 的和 $\overline{abc}+\overline{def}$ 能被 37 整除,证明六位数 $\overline{abcdef}$ 也能被 37 整除.

**简答或提示**

1. 设三位数为 $\overline{abc}$,则

$$\overline{abc}=100a+10b+c=(99a+11b)+(a+c-b).$$

由题设知 $a+c-b$ 能被 11 整除,$99a+11b$ 也能被 11 整除.

所以 $\overline{abc}$ 能被 11 整除,即 $\overline{abc}$ 是 11 的倍数.

2. 由 $100a+\overline{bc}=a^2+1+(\overline{bc})^2$,

得 $\overline{bc}\cdot(\overline{bc}-1)=100a-a^2-1$.

显然其左边为偶数,故 $a$ 必为奇数,才有可能左右两边相等.

当 $a=1$ 时,$(\overline{bc}-1)\cdot\overline{bc}=98=2\times7^2$;
当 $a=3$ 时,$(\overline{bc}-1)\cdot\overline{bc}=290=2\times5\times29$;
当 $a=5$ 时,$(\overline{bc}-1)\cdot\overline{bc}=474=2\times3\times79$;
当 $a=7$ 时,$(\overline{bc}-1)\cdot\overline{bc}=650=26\times(26-1)$;
当 $a=9$ 时,$(\overline{bc}-1)\cdot\overline{bc}=818=2\times409$.
故仅有 $a=7$ 时 $\overline{bc}=26$ 满足题设.

故 $\overline{abc}=726$.

3. 设四位数 $\overline{abcd}=1\,000a+100b+10c+d$ 满足条件,

则 $\dfrac{1\,000a+100b+10c+d}{111}=9a+b+\dfrac{a-11b+10c+d}{111}$

因为 $-98\leqslant a-11b+10c+d\leqslant108$ 且 $\overline{abcd}$ 能被 111 整除.
所以 $a-11b+10c+d=0$ 即 $11b=a+10c+d$. ①
又因为 $9a+b=a+b+c+d$,
所以 $8a=c+d$. 所以 $11b=9(a+c)$ ②
又 $c+d\leqslant18$ 所以 $8a\leqslant18$ 所以 $a=1$ 或 $a=2$
所以 $b=9,a=2,c=9,d=7$.
故所求的四位数是 2997.

4. 设这个四位数为 $\overline{abcd}$,依题意,得

$1\,000a+100b+10c+d+a+b+c+d=1\,999$.

即 $1\,001a+101b+11c+2d=1\,999$.

(1)显然 $a=1$,否则 $1\,001a>2\,000$,
所以 $101b+11c+2d=998$.

(2)因为 $11c+2d$ 的最大值为 $99+18=117$, 故
$101b\geqslant998-117=881$. 所以 $b=9$, 则

$$11c+2d=998-909=89.$$

(3)由于 $0\leqslant2d\leqslant18$, 则 $89-18=71\leqslant11c\leqslant89$,
故 $c=7$ 或 $c=8$.
当 $c=7$ 时,$11c+2d=77+2d=89$ 有 $d=6$;
当 $c=8$ 时,$11c+2d=88+2d=89$ 有 $d=\dfrac{1}{2}$(舍去).

故所求的四位数为 1 976.

5. 证明 $\overline{abcdef}=\overline{abc}\times 1\,000+\overline{def}=999\times\overline{abc}+(\overline{abc}+\overline{def})$.

因为 $999=9\times 3\times 37$ 即 999 能被 37 整除,又已知 $\overline{abc}+\overline{def}$ 能被 37 整除,所以 $\overline{abcdef}$ 能被 37 整除.

**【例 3】** 如果对任意正整数 $n$,正整数 $x$ 都不是 $n^2-n+2$ 和 $n^2+n+2$ 这两个整数的公约数,那么最小的 $x$ 值是(　　)

A.2　　B.3　　C.4　　D.5

**解** ①1 能整除任意整数.

②因为 $n^2-n+2=n(n-1)+2$, $n^2+n+2=n(n+1)+2$ 都是偶数,所以 2 是它们的公约数.

③令 $n=3$,则 $n^2-n+2=8$, $n^2+n+2=14$, 3 不是它们的公约数,故所求的最小值为 $x=3$.

**【例 4】** 对于任意自然数 $n$,求证分数 $\dfrac{21n+4}{14n+3}$ 都不可约.

**证明(证法一)** 用辗转相除法

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $21n+4$ | $14n+3$ | 1 |
| | $14n+3$ | $14n+2$ | |
| 2 | $7n+1$ | 1 | |

最后的余数为 1　所以 $(21n+4,14n+3)=1$.

故分数 $\dfrac{21n+4}{14n+3}$ 不可约.

**(证法二)** 设 $(21n+4,14n+3)=d$, 则 $\begin{cases}21n+4=da, & ①\\ 14n+3=db, & ②\end{cases}$

其中 $(a,b)=1$,

由①②得 $(3b-2a)d=1$. ③

因为 $(3b-2a)$ 为正整数, 所以 $d=1$,即 $(21n+4,14n+3)=1$.

故 $\dfrac{21n+4}{14n+3}$ 不可约.

**(证法三)** $(21n+4,14n+3)=(21n+4-14n-3,14n+3)$

$=(7n+1,14n+3)=(7n+1,14n+3-14n-2)$

$=(7n+1,1)=1$,

故$\frac{21n+4}{14n+3}$不可约.

**导析** 欲证分数$\frac{21n+4}{14n+3}$不可约,只要证明$(21n+4,14n+3)=1$,而求两数的公约数的方法有辗转相除法或利用公约数的性质定理:如果$a,b$是正整数,则$(a+b,b)=(a,b)$,$(a-b,b)=(a,b)$,也可采用分解质因数法,提取公因数法等.本题的解法三比较简单,巧妙.

**拓展1** $a,b$是彼此不等的非零数字,求$\overline{ababab}$与4017的最大公约数.

**拓展2** $n$为自然数,若$n+6\mid n^3+1\,996$,则称$n$为1996年的吉祥数,比如$4+6\mid 4^3+1\,996$,4就是1996年的一个吉祥数,试求1996年的所有吉祥数的和.

**拓展3** 23个不同的正整数的和为4 845,问这23个数的最大公约数可能达到的最大值是多少?写出你的结论,并说明理由.

**拓展4** 已知两个正整数之和为60,它们的最大公约数与最小公倍数之和是84,求此二数.

**拓展5** 求一个最小的自然数,这个数被3除余2,被4除余3,被5除余4.

**简答或提示**

1. 提示 $\overline{ababab}=\overline{ab}\times 10000+\overline{ab}\times 100+\overline{ab}$

$=\overline{ab}\times(10000+100+1)=\overline{ab}\times 10101$.

$10101=3\times 7\times 13\times 37$, $4017=3\times 13\times 103$,

$\overline{ab}$是两位数$\overline{ab}\neq 103$,故最大公约数为39.

2. 因为 $n+6\mid n^3+6^3$, 又 $n+6\mid n^3+1\,996$,

所以 $n+6\mid 1996-6^3$ 即 $n+6\mid 1780$.

又因为 $1780=2\times 2\times 5\times 89$ 且 $n+6>6$,

所以 当 $n+6=2\times 5=10$时,$n=4$;

当 $n+6=4\times 5=20$时,$n=14$;

当 $n+6=89$时,$n=83$;

当 $n+6=2\times 89$ 时，$n=172$；

当 $n+6=4\times 89$ 时，$n=350$；

当 $n+6=5\times 89$ 时，$n=439$；

当 $n+6=2\times 5\times 89$ 时，$n=884$；

当 $n+6=4\times 5\times 89$ 时，$n=1\ 774$；

所有吉祥数的和为 $4+14+83+172+350+439+884+1\ 774=3\ 720$.

3. 设这 23 个彼此不同的正整数为 $a_1,a_2,\cdots,a_{23}$，且 $a_1<a_2<a_3<\cdots<a_{23}$，$d$ 为它们的最大公约数，则 $a_1=db_1,a_2=db_2,\cdots,a_{23}=db_{23}$

则 $4\ 845=a_1+a_2+\cdots+a_{23}=d(b_1+b_2+\cdots+b_{23})$，

$b_1,b_2,b_3,\cdots,b_{23}$ 也是彼此不等的正整数

且 $b_1+b_2+b_3+\cdots+b_{23}\geqslant 1+2+3+\cdots+23=276$.

故 $4\ 845\geqslant 276d$ 所以 $d\leqslant\dfrac{4\ 845}{276}=17\dfrac{51}{95}$.

又因为 $4\ 845=19\times 17\times 15$，

所以这 23 个不同的正整数的最大公约数的最大可能值是 17. 下面再证存在两两不等的 23 个正整数，它们的最大公约数恰好为 17.

例如：$a_1=17,a_2=2\times 17,a_3=3\times 17,\cdots,a_{22}=22\times 17,a_{23}=32\times 17$，

则 $a_1+a_2+\cdots+a_{23}=17\times(1+2+\cdots+22)+17\times 32=4\ 845$.

而 $(a_1,a_2,\cdots,a_{23})=17$，

故符合题设的 23 个正整数的最大公约数的最大值为 17.

4. 设所求的二整数为 $x,y$ 且 $(x,y)=d$，

令 $x=ad,y=bd$，则 $(a,b)=1$.

所以 $\begin{cases}ad+bd=60\\d+abd=84\end{cases}$，即 $\begin{cases}a+b=\dfrac{60}{d},\\1+ab=\dfrac{84}{d}.\end{cases}$

由于 $(60,84)=12$，所以取 $d=1,2,3,4,6,12$.

而当 $d=1,2,3,4,6$ 时，方程组的解不符题设，

当 $d=12$ 时，$\begin{cases}a+b=5,\\ab=6.\end{cases}$ 解得 $a=2,b=3$ 或 $a=3,b=2$.

故所求的两数为 24 和 36.

5. 设这个数为 $x$,则

$$\begin{cases}x=3q_1+2,\\x=4q_2+3,\\x=5q_3+4.\end{cases}\text{即}\begin{cases}x+1=3(q_1+1),\\x+1=4(q_2+1),\\x+1=5(q_3+1).\end{cases}$$

所以 $x+1$ 是 3,4,5 的最小公倍数,

所以 $x+1=3\times4\times5=60$,所以 $x=59$.

**【例 5】** 设 $x_1,x_2,x_3,\cdots,x_9$ 均为正整数,且 $x_1<x_2<\cdots<x_9$,$x_1+x_2+x_3+\cdots+x_9=220$,则当 $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5$ 的值最大时,$x_9-x_1$ 的最小值是 ( )

A.8 B.9 C.10 D.11

**解** ①先证 $x_1+x_2+\cdots+x_5\leqslant110$,因若不然 $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5>110$,则 $x_5\geqslant25,x_6\geqslant26,x_7\geqslant27,x_8\geqslant28,x_9\geqslant29$,则 $x_1+x_2+\cdots+x_9>110+26+27+28+29=220$ 与题设矛盾.

②若取 $x_1=20,x_2=21,x_3=22,x_4=23,x_5=24$,则 $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=110$,故 $x_1+x_2+\cdots+x_5$ 取最大值时 $x_1$ 的最大值为 $x_1=20$.

③若取 $x_6=26,x_7=27,x_8=28,x_9=29$,则 $x_6+x_7+x_8+x_9=110$.若 $x_9\leqslant28$ 则 $x_6+x_7+x_8+x_9\leqslant28+27+26+25<110$,故 $x_9$ 的最小值为 $x_9=29$,故 $x_9-x_1$ 的最小值为 $29-20=9$,答案选 B.

**导析** 本题题型是数学竞赛中极为常见的一种类型,它的变题形式多次在国内竞赛中出现.应熟练掌握其解题方法.

**拓展 1** 设 $x_1,x_2,\cdots,x_{51}$ 都是正整数,$x_1<x_2<\cdots<x_{51}$ 且 $x_1+x_2+\cdots+x_{51}=1\,995$.当 $x_{26}$ 在它的可以取得的值中达到最大时,$x_{51}$ 可以取得的最大值是______.

**拓展 2** 设 $a_1,a_2,\cdots,a_k$ 为 $k$ 个互不相同的正整数,且 $a_1+a_2+\cdots+a_k=1\,995$,那么 $k$ 的最大值是______.