



Interpretation of
Histories in Mathematics

數學史演繹

陳長城 編著



東華書局

Interpretation of
Histories in Mathematics

數學史演繹

陳長城 編著

東華書局

國家圖書館出版品預行編目資料

數學史演繹 / 陳長城編著. -- 初版. -- 臺北市 : 臺灣
東華, 民 100.09

384 面; 17x23 公分

ISBN 978-957-483-674-1 (平裝)

1.數學 2.歷史

310.9

100017235



版權所有 · 翻印必究

中華民國一〇〇年十一月初版

數學史演繹

定價 新臺幣參佰捌拾元整

(外埠酌加運費匯費)

編著者 陳長城
發行人 卓劉慶弟
出版者 臺灣東華書局股份有限公司
臺北市重慶南路一段一四七號三樓
電話：(02) 2311-4027
傳真：(02) 2311-6615
郵撥：00064813
網址：www.tunghua.com.tw
直營門市 1 臺北市重慶南路一段七十七號一樓
電話：(02) 2371-9311
直營門市 2 臺北市重慶南路一段一四七號一樓
電話：(02) 2382-1762

Dedicated to

the memory of my parents

Wonder Chen



揭開序幕

人類邁進二十一世紀，才不過短短的十年，科學家們在應用科技領域上的突出表現，卻早已讓人有一種目不暇給、難以適從的感覺。尤其是，人類在電子、材料和生物科技業界的活躍應用，其力求創新、日新月異的變化，更是莫不令人產生一種腳步錯亂、幾近窒息的現象。從這些亮眼的成績單上，我們似乎已經看到，不出一百年，人類必將進化而為半自動控制的人類。到時，為了要因應多變的、或者是難以預測的太空生態環境，人類的身體將被安裝記憶容量極大的電腦器械（譬如說，以極微小的奈米晶片植入人體微血管中）。以其快速的數值運算功能，來告知人類在外太空的安全行動方向，來保護人類避免身陷外太空的高溫或高壓的危險場所。

到那時候，人類勢必將以理智為一切行為的準則。人類勢必將逐漸失去傳統而又豐富的感情。那麼所謂的「七情六欲」者，也必將不知為何物。面對如此這樣一個即將到來的進步，而又可怕的未來，人類或將繼續演進，但也或將不知所措；或將痛不欲生，甚或將嚴厲的詛咒科學家給人類所帶來的浩劫。

五千年來，日出而做、日落而息，本來就活得好好的。雖然是艱苦了點，但也平凡、悠閒而踏實。就算再過五千年，我們人類也仍將日出而做、日落而息。地球也仍將按時運行而春夏秋冬。曾幾

何時，人類長久以來平凡、悠閒而踏實的生活，由於科技的進步，竟變得那麼的奢求、遙遠而永不復現。曾幾何時，到底是什麼力量，讓人類在短短的三百多年間演變得即將脫離傳統、違反人性。甚至，即將步上毀滅的道路???

話說，五、六百年前的一個震撼全歐洲的運動。那是十二到十四世紀間，西歐洲十字軍東征之後所必然產生的結果。當西歐洲地區的貴族騎士們接觸到東方的科技文明之後，他們體會到，「除了萬能的上帝之外，竟然還有如此完美的智慧結晶。」於是，風起雲湧般的思想解放運動於焉開展。全歐洲的人民對教皇統治的信心開始動搖。宗教教義的桎梏，再也不那麼牢不可破。數學家們跳脫了宗教迷失的糾纏，冒著生命的危險，向傳統的威權挑戰。於是，百家爭鳴、百花齊放。

在注入東方科技文明的催化劑之後，十五世紀歐洲的數學開始萌芽，開始有了創造性的變化。純幾何式的古希臘數學，在被賦予 x 和 y 的代數方法之後獲得重生；羅巴切夫斯基的發明，使得歐基里得幾何變得面目全非。在這些眾多驚天動地的創作當中，偉大的數學家，伊薩克牛頓的《流數術》或者是哥德富萊布尼茲的《微積分》當屬最為突出的發明。這個發明在傳統和現代之間用力的刻下了一道鴻溝，它在十七世紀的末葉，給傳統文明劃下了完美的休止符。

迎面而來的十八世紀，在微積分的理論基礎之下，分析學、應用分析學、工程力學以及電磁場學相繼問世。科學家們利用新穎而快速的「微積分計算方法」摧枯拉朽。在嶄新的科技領域裡，勢如破竹、開疆闢地，……。於是，傳統被拋棄，舊思想被束之高閣。

人民開始調整他們的腳步，步伐變得急促、混亂而不知所措，……。

原來，就是《微積分》這個鬼東西。自從西元 1668 年，牛頓為了解開那一個大自然神秘的引力，而發明《流數術》以來到現在，也才不過 343 年。看官們，您倒說說看。到底是什麼力量，帶領人類脫離傳統、違反人性。甚至步上毀滅的道路的呢？？？

提及《流數術》，其概念的興起當然不是一朝一夕的產物。當然也絕非牛頓一人之智慧所能獨立完成的創作。它是牛頓在獲得「極微小量」的概念之前，經過多日的苦思之後，在一個偶然的機會裡發現，中國古書《墨經六篇》中的經下篇所言，「斲半，進前取也。前則中無為半，猶端也。前後取，則端中也。」以及莊子《天下篇》中的惠施所言，「一尺之捶，日取其半，萬世不絕。」的道理之際，所建立起來的偉大思想。換句話說，《流數術》是集東西方的哲學思想，配合數學方法，在醞釀了兩千年之後所形成的智慧結晶。

依據前述所言原委，筆者就按此脈絡為思考之泉源，為撰寫本書之綱領。加上二十幾年來所累積的教學經驗，特別給全球華人年輕朋友們，編纂了一本包含東西方，數千年來的數學文明演進過程中較能夠代表階段性任務的數學歷史發展演繹的讀本。

本書適合對認識數學歷史發展有興趣的高中同學，對數學有偏好的國中學生，或者是想欣賞數學歷史演進的社會人士之休閒讀物。當然，本書主要還是以大學通識教學課程為主要設計對象。除此之外，它應該也是各大學教育學程中以數學為主修科系之大學生所必須選讀的必備書籍。本書分為七個 chapters，共有三十六個 sections。以平均每三個小時講授兩個 sections 的速度來說的話，概

略而言，本書適合三學分一個學期的課程。當然，對於可能發生的一些特殊狀況，而造成進度有所不足時，第七章的數學專題欣賞可以當作調整進度時的緩衝，而不致影響教學計畫上的完整性。

此書之編纂著實不易，除了整體的數學發展過程之認識外，還必須有客觀的教學環境配合。筆者在此要特別感謝逢甲大學應用數學系，所提供的教學環境、教學資源和教學上的一切設備，使得本書能夠順利付梓。當然，筆者也一併要感謝學術界的所有前輩，和同仁們的指導與相互砥礪，使得本著作內容能夠更加嚴謹，前後章節連結更為順暢。至於台灣東華書局編輯部同仁，在編輯排版上的配合，當然也不敢或忘，在此一併表達感謝之意。本書在編纂上若有不盡完備之處，尚祈各界學者先進不吝指正。

陳長城 謹序

2011年9月於

逢甲大學理學院

The top of the page features a background of musical notation, including a treble clef, a key signature of one sharp (F#), and a series of notes and rests on a staff. The notation is rendered in a light, semi-transparent style, creating a decorative header for the text below.

前言

一般的史學家可以輕鬆的以一個地區或以一個族群為主體，依據朝代、按照年序，記載人文社會發展的演進過程。然而，人類數學發展的過程，沒有國界的區隔，更沒有王朝的統治，用以規範科學家的思考模式。所以，一般而言，不管是數學公式的發明，或者是數學名詞、邏輯定義、甚至於計算行為之約定，其方式是多元的、不被法令或是框架所約定的。換句話說，其過程必定是零亂的。在如此多元而又零亂的過程當中，若要以世俗歷史的做法，單純的來編纂數學進化發展的歷史，實在有其極高的難度。所以，時至今日，無論是市面上所曾經出版過的數學史相關讀物，或者是網際網路上所刊載的數學史相關資料，無一不是因果來去不明，要不就是前後文字含意無法連貫，著實不易編寫。諸如此類之書籍刊物閱讀起來，不僅使得讀者們倍感吃力，而且似乎沒有一氣呵成的快感，以至於無法有效的記憶數學史上所曾經發生過的各個數學事件。或者，對於各個事件之年代，其前後和相關始末之訴說，常令讀者有混淆不清的感覺。

重新修編過後的讀冊，經過多方考量，筆者以「數學史演繹」一詞命之。並且按照數學事件發生的年代順序，以及階段性的任務為原則，將數學史演繹區分為七個章節。從茹毛飲血的洪荒時期開始，到五千年前有文字記載的時代，到紀元前後東方的算學興盛時

期，再到中世紀基督教統治的歐洲，以至現代人類科技的開山鼻祖，最後以開創未來的二十一世紀為結尾，一氣呵成。整編過後的《數學史演繹》內容順暢，每一個歷史事件發展的前後因果分明，邏輯論證條理清楚。整本書讀起來，不會令人有斷裂、迷失的感覺。讀起來只會讓人覺得意猶未盡、有一種想要追根究柢的衝動。尤其是對於各年代數學人物的敘述，其前後一致深入的描繪，令人讀起來，更會有身歷其境的臨場感。

現在，就讓我們從遠古時期中人類對於數字毫無概念的時代開始。慢慢的，走進數學的歷史。慢慢的、慢慢的……。

目 錄

| | |
|------------|----|
| 揭開序幕 | V |
| 前 言 | IX |
| 目 錄 | XI |

第一章 源 1

| | |
|-------------------|----|
| 1.1 數字的傳說 | 2 |
| 1.2 基本的幾何圖形 | 11 |
| 1.3 數學符號的回憶 | 15 |

第二章 上古時期東西方數學活動的回顧 29

| | |
|---------------------------|----|
| 2.1 中國工匠、規矩與勾股形 | 30 |
| 2.2 畢薩哥拉斯與古希臘的數學 | 40 |
| 2.3 墨家的哲學思想與數學成就 | 49 |
| 2.4 歐幾里得與幾何原本 | 56 |
| 2.5 古希臘三大幾何難題 | 67 |
| 2.6 一位能夠移動地球的數學物理學家 | 72 |
| 2.7 凱撒大帝與羅馬曆法 | 79 |

| | | |
|-----|-------------------------|-----|
| 第三章 | 兩漢時期與魏晉南北朝 | 87 |
| 3.1 | 周髀算經 | 88 |
| 3.2 | 九章算術 | 96 |
| 3.3 | 劉徽與九章算術注 | 129 |
| 3.4 | 祖沖之父子與《綴術》 | 138 |
| 3.5 | 孫子算經 | 146 |
| 第四章 | 中古世紀歐洲數學的啓蒙 | 165 |
| 4.1 | 風雨飄搖的中世紀 | 166 |
| 4.2 | 中世紀歐洲一位傑出的數學家 | 173 |
| 4.3 | 宗教信仰與知識份子的矛盾情結 | 181 |
| 4.4 | 一場數學風暴、一個歷史懸案 | 196 |
| 4.5 | 一元三次方程式及卡爾丹諾公式 | 207 |
| 第五章 | 巨人的鋒芒——近代科技的始祖 | 219 |
| 5.1 | 代數學的先知——笛卡爾 | 220 |
| 5.2 | 謎一樣的數學家——費馬 | 229 |
| 5.3 | 流數術的發明——牛頓 | 238 |
| 5.4 | 另一位微積分英雄——萊布尼茲 | 251 |
| 5.5 | 俄羅斯偉大的數學家——尤拉 | 264 |
| 5.6 | 柯尼斯堡城的數學遊戲 | 274 |
| 第六章 | 重拾微積分信心 | 281 |
| 6.1 | 重整微積分嚴密性的頭號功臣——柯西 | 283 |
| 6.2 | 德國數學王子——高斯 | 293 |
| 6.3 | 現代函數的創始者——狄利徐里 | 307 |

- 6.4 一位艱苦經營的數學家——威爾斯特拉斯 314
- 6.5 二十世紀最偉大的數學家——希爾伯特 321
- 6.6 整裝之後再出發 331

第七章 數學專題欣賞 337

- 7.1 草棚下的天鵝 338
- 7.2 不是自然數的自然數 341
- 7.3 實數體系的阿基米德特性 348
- 7.4 中國剩餘定理 353

參考資料 367

源

很久、很久以前，人類歷史還沒有被文字記載以前，想必是民智未開，茹毛飲血的時代。在中國大陸某一個古老的起源地；在非洲大陸考古學家們日以繼夜，努力挖掘考證的地區；或是在那神秘而又令人驚懼的南美洲，馬雅民族的原居住地區。在那些遙遠而又古老的地區，人類的祖先曾經是一無所知，除了大自然之外，他們一無所有。飢餓了，他們便單純的採拾花草放在嘴裡嚼食，從而獲得維持生命力量的來源。碰到了野獸，他們或是驚嚇的逃逸、或是遲緩而被吞噬、或是奮力的與野獸拚搏。天象變異的時候，他們更堅強的和大自然交戰，否則便難逃集體遭受毀滅的命運，……。

現在，何不讓我們坐下來，仔細的想一想，生活在那樣一個周遭荒蠻，驚險萬分的環境當中，人類的祖先們是如何的無助，他們是如何的脆弱。那時候，聚居的部落尚未形成，社會秩序尚未建立。逐漸的，人類才開始感受到團體力量的重要。於是，他們學會了溝通，他們開始聚集而居。他們搭建起遮風避雨的住所，他們集體行動以防外力的侵害。此時，部落於焉興起，社會於焉形成，社會秩序的法則於焉制定。

曾幾何時，人類的智慧有了突破。他們學會了用樹枝來傳遞訊息，用石頭來表示今天出去狩獵所獲得的成果。曾幾何時，人類的體能有了改善。他們胼手胝足開荒闢地，他們學會了耕稼捕魚，他們囤積糧食為了明年的嚴冬。



印尼爪哇直立猿人



上古時期人類的居住所

頭一章就讓我們來探討，人類是如何從一無所知，經由與大自然搏鬥的過程中累積經驗。從而建立起生存的模式。進而開創出傳遞訊息時所使用的工具、數字、符號，以及一些基本的幾何圖形概念的。

- 1.1 數字的傳說
- 1.2 基本的幾何圖形
- 1.3 數學符號的回憶

1.1 數字的傳說

「數字」是什麼東西呢？它是什麼時候開始有的呢？它又是何人所創造的呢？這個疑問幾千年來，不管是在中國或是在印度，或是在古埃及，甚至於在古代希臘神秘的國度裡，都各自流傳著多種

不同版本的傳說。考古學家們爲了解決常年來大家心中所存在的這個疑惑，不辭辛勞、上山下海，或到人煙罕至的非洲荒野，或到草木不生的中國大漠，或到危機四伏的中南美洲。考古學家們意圖以有限的生命，去追蹤數萬年來人類活動的蹤跡。他們日以繼夜，不斷的挖掘、不斷的探勘。然而，多年來的辛勞之後，考古學家們目前所能得出來的結論，卻是令人失望的不堪回首。考古學家們走過的來時路是那麼的堅苦，想必未來的路亦將會更爲坎坷、更是艱困。直到目前爲止，考古學家們依據所能掌握少數人類活動的遺跡，窮其有限的生命和智慧所能提供給我們的答案，也都僅僅是一些古老的神話和傳說而已。



盤古圖像

於是有人說，打從盤古開天闢地開始，人類就懂得如何使用數學。因爲，有文字記載曰：「天，日高一丈，地，日厚一丈，盤古，日長一丈；如此萬八千歲，天數極高，地數極深，盤古極長。」此處之一丈或是萬八千歲，清楚的說明了當時的人類已經有數字大小的概念了。

又有人說，在那遙遠、遙遠的時代，在那萬籟寂靜、寒風凌厲的中國北方。多少年來，那一條孕育著中華大地的黃河流水，忠實的、勤奮的從不稍事懈怠的由東而西，划過那古老而又神秘的過去。根據中國古老的傳說，上帝在創造人類的時候，忘了賦予人類智慧。於是，有一天，萬物之神派遣使者，再度蒞臨人間。那是夜黑風高的一個晚上，黃河之水平緩如昔。剎那間，風雲色變、雷電交加，黃河之水掀起數十丈高的驚濤駭浪。過不久，當河水逐漸退卻之時，一隻頭似龍首、身如麒麟的巨獸，爬上了河岸。人們定神一看發現，牠口中含著一卷「圖冊」，圖冊中記載著多種依式排列的圓點圖案。又過數日，也是一個寧靜的夜晚，是另一個夜黑風高的日子，這一次發生在那波瀾不驚的洛水。另一位神明的使者又突然出現。那是一隻神龜，一隻馱著一卷「書畫」的神龜，以極為緩慢的腳步，牠也爬了上岸。此時，人們發現，書畫裡同樣記述著令人振奮和喜悅的智慧。於是，有人傳言，「數學起源於這兩卷圖冊與書畫」。後世之人，更將其分別命名為《河圖》、《洛書》。

君不見，古書上有記載曰：「數何肇？其肇自圖書乎？」。尚

