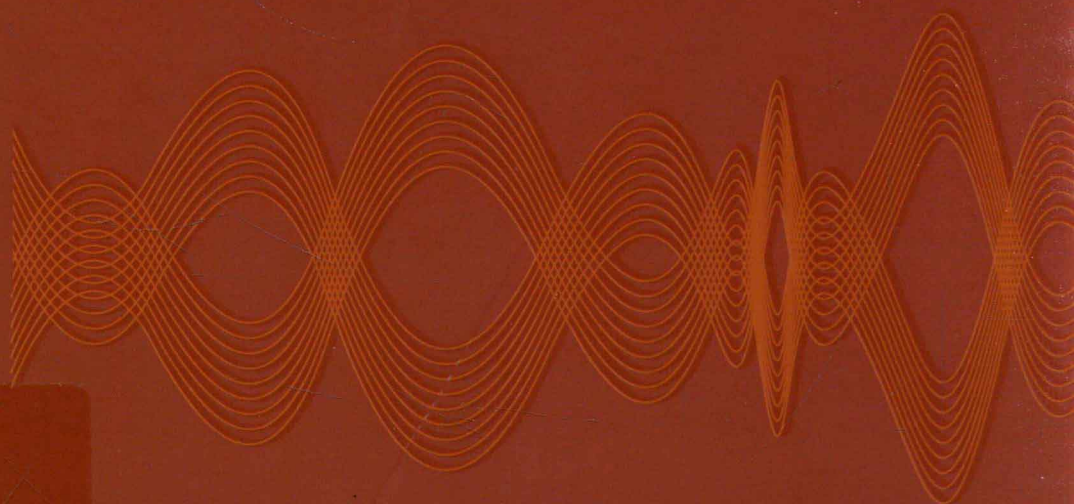


现代信息科学技术基础

# 光波导器件 设计与模拟

马春生 秦政坤 张大明 著



 高等教育出版社  
HIGHER EDUCATION PRESS

现代信息科学技术基础

# 光波导器件 设计与模拟

GUANGBODAO QIJIAN SHEJI YU MONI

马春生 秦政坤 张大明 著



 高等教育出版社·北京  
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

### 图书在版编目(CIP)数据

光波导器件设计与模拟/马春生, 秦政坤, 张大明  
著. -- 北京: 高等教育出版社, 2012.12  
ISBN 978-7-04-036387-6

I. ①光… II. ①马… ②秦… ③张… III. ①光导器  
件-波导器件-设计 ②光导器件-波导器件-模拟 IV.  
①TN25②TN814

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 261540 号

策划编辑 刘英      责任编辑 冯英      封面设计 李卫青      版式设计 王艳红  
插图绘制 尹莉      责任校对 刘丽娴      责任印制 刘思涵

---

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	网 址	<a href="http://www.hep.edu.cn">http://www.hep.edu.cn</a>
邮政编码	100120		<a href="http://www.hep.com.cn">http://www.hep.com.cn</a>
印 刷	山东省高唐印刷有限责任公司	网上订购	<a href="http://www.landaco.com">http://www.landaco.com</a>
开 本	787mm×1092mm 1/16		<a href="http://www.landaco.com.cn">http://www.landaco.com.cn</a>
印 张	19.75	版 次	2012 年 12 月第 1 版
字 数	410 千字	印 次	2012 年 12 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	59.00 元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换  
版权所有 侵权必究  
物料号 36387-00

# 前 言

以光波导为基本结构的光电子器件在光通信网络中具有十分广泛的应用。为了能够研制出性能优良的光电子器件，对其结构的优化设计和性能的分析模拟是十分关键的步骤，并具有十分重要的作用。

本书运用光波导模式、耦合模方程、电光调制、速率-传输方程等理论，阐述了微环谐振器、阵列波导光栅、电光开关、波导放大器等光波导器件的工作原理和基本功能，给出了器件结构优化设计的方法，并进行了详细的分析模拟，我们验证了这些方法在实际器件的实验制备中的合理性和可行性，具有一定的实用参考价值。

本书共6章，主要内容包括：

第1章阐述了波导模式的基本理论，给出了经常应用的方程和公式，为分析微环谐振器、阵列波导光栅、电光开关、波导放大器的模式特性奠定理论基础。

第2章运用耦合模方程，分析了波导的定向耦合和弯曲耦合，给出了相应的传输功率、耦合系数、耦合长度、振幅耦合比率、振幅透射比率等重要公式，为微环谐振器、电光开关等器件的分析模拟和优化设计提供相应的理论依据。

第3章运用波导的弯曲耦合、微环谐振等理论，阐述了多种结构的微环谐振滤波器和微环谐振波分复用器的工作原理和基本功能，分析模拟了器件的自由光谱区、传输光谱、插入损耗、串扰、光谱响应等特性，给出了器件参数优化和实现带宽平坦化的优化设计方法。

第4章运用光栅方程、衍射远场等理论，阐述了阵列波导光栅的工作原理和基本功能，分析模拟了器件的自由光谱区、解复用光谱、插入损耗、串扰、光谱响应等特性，给出了器件参数优化、实现带宽平坦化和无热化工作的优化设计方法。

第5章运用电光调制、保角变换、镜像法、微环谐振等理论，阐述了定向耦合型、Y分支耦合型、马赫-泽恩德干涉型、微环谐振型等电光开关的工作原理和基本功能，分析模拟

了器件的电场分布、开关电压、传输功率、传输光谱、插入损耗、串扰、时域响应等特性，给出了器件参数优化、实现低开关电压、高响应速度的优化设计方法。

第6章运用速率-传输方程，阐述了掺铒波导放大器和铒镜共掺波导放大器的能级结构、工作原理和基本功能，分析模拟了器件的增益、噪声、合作上转换等特性，给出了器件实现高增益、低噪声的优化设计方法。

本书具有下述特点：

1. 本书的主要内容选自我们课题组的研究成果，是一本内容丰富、充分反应当前在微环谐振器、阵列波导光栅、电光开关、波导放大器等研究方面最新成果和新水平的学术专著。

2. 本书对上述几种光波导器件的基本概念、基本原理、基本理论和基本物理现象作了深入系统的论述，物理概念清楚、系统性强、前沿性突出、文献翔实。

3. 本书中的计算全部由作者完成。除了某些原始性公式外，作者对所有公式都进行了详细的推导，除了某些结构图和示意图外，作者对每一条曲线都进行了计算机编程计算和绘制，可以说本书给出的计算公式、计算数据和相关曲线准确且可靠。

本书的主要内容选自我们课题组发表的SCI检索论文以及我所指导的博士研究生的博士学位论文，并由我对这些材料统一进行整理、增补、删减、编写和统稿，从而完成了本书的全部内容。这些研究工作得到国家973计划、国家863计划、国家自然科学基金、高等学校博士学科点专项科研基金（博导类）、吉林省科技发展计划青年科研基金等项目的资助，是2000年以来我们课题组科研工作的总结。

本书由下列科研项目经费支持出版：

1. 高等学校博士学科点专项科研基金（博导类）：“聚合物微环电光开关阵列的研究”（项目负责人：马春生；批准号：20090061110041；起止年月：2010.01.01—2012.12.31）。

2. 吉林省科技发展计划项目：“稀土掺杂聚合物放大增益型微环谐振器研制”（项目负责人：秦政坤；批准号：20110320；起止年月：2011.07.01—2013.12.31）。

3. 国家自然科学基金：“基于LaF<sub>3</sub>:Er, Yb纳米粒子掺杂的有机光波导放大器”（项目负责人：张大明；批准号：61077041；起止年月：2011.01.01—2013.12.31）。

本书可作为导波光学、集成光学、光电子学、物理电子学等专业的科研工作者和工程技术人员的参考用书，同时又可作为相关专业研究生的教学用书。如果本书能对这些读者的科研工作有所帮助，则实现了作者编写本书的初衷，作者深感欣慰。

---

本书在出版过程中得到了高等教育出版社的大力支持和热情协助，在此表示诚挚的谢意！

本书中难免存在一些差错和不当之处，敬请广大读者批评指正，并提出宝贵意见。

马春生

2012年10月于吉林大学

# 目 录

<b>第 1 章 波导的模式</b> .....	1
1.1 模式类型 .....	1
1.2 平板波导的横向亥姆霍兹方程 .....	5
1.3 平板波导 TE 模的电磁场分量及边界条件 .....	7
1.4 平板波导 TM 模的电磁场分量及边界条件 .....	8
1.5 平均能流密度和传输功率 .....	10
1.6 三层平板波导的 TE 导模 .....	12
1.7 三层平板波导的 TM 导模 .....	16
1.8 三层平板波导导模的算例及讨论 .....	18
1.9 导模的传输与截止 .....	24
1.10 条形波导和矩形波导 .....	27
1.11 矩形波导的横向亥姆霍兹方程 .....	29
1.12 矩形波导 $E_{mn}^y$ 模的电磁场分量及边界条件 .....	30
1.13 矩形波导 $E_{mn}^x$ 模的电磁场分量及边界条件 .....	34
1.14 矩形波导的 $E_{mn}^y$ 导模 .....	37
1.15 矩形波导的 $E_{mn}^x$ 导模 .....	41
1.16 矩形波导导模的算例及讨论 .....	42
1.17 波导的损耗 .....	45
1.18 脊形波导的近似方法 .....	47
1.19 模式的正交性和归一化 .....	51
<b>第 2 章 波导的耦合</b> .....	53
2.1 耦合模方程 .....	53
2.2 波导的定向耦合 .....	56
2.3 双平板波导定向耦合器的耦合系数 .....	63



2.4	双矩形波导定向耦合器的耦合系数 .....	68
2.5	波导的弯曲耦合 .....	70
<b>第3章</b>	<b>微环谐振器 .....</b>	<b>79</b>
3.1	工作原理和基本功能 .....	80
3.2	平行信道单环 MRR 滤波器 .....	84
3.3	光在微环中的谐振 .....	89
3.4	平行信道并联 MRR 阵列滤波器 .....	92
3.5	平行信道串联 MRR 阵列滤波器 .....	97
3.6	平行信道串联并联 MRR 阵列滤波器 .....	101
3.7	平行信道并联串联 MRR 阵列滤波器 .....	108
3.8	交叉信道单环 MRR 阵列波分复用器 .....	114
3.9	交叉信道串联三环 MRR 阵列波分复用器 .....	122
<b>第4章</b>	<b>阵列波导光栅 .....</b>	<b>132</b>
4.1	工作原理 .....	133
4.2	光栅方程 .....	135
4.3	角色散方程和 FSR .....	137
4.4	微调效应和波长分配 .....	138
4.5	基本功能 .....	139
4.6	参数优化 .....	141
4.7	结构设计 .....	145
4.8	传输特性 .....	149
4.9	损耗特性 .....	154
4.10	带宽平坦化和箱形光谱响应 .....	161
4.11	温度特性和无热化条件 .....	164
4.12	硅基聚合物 AWG 的温度依赖性 .....	166
4.13	全聚合物无热化 AWG .....	167
4.14	硅基 SiO <sub>2</sub> AWG 的温度依赖性 .....	170
4.15	硅基聚合物与 SiO <sub>2</sub> 混合材料无热化 AWG .....	172
4.16	工艺误差对 AWG 性能的影响 .....	174
<b>第5章</b>	<b>电光开关 .....</b>	<b>180</b>
5.1	介电常数张量和折射率椭球 .....	181
5.2	电光效应和电光张量 .....	186



---

5.3 外加电场引起的折射率椭球的变化·····	188
5.4 聚合物材料的极化和电光特性·····	191
5.5 电光开关的电极节数·····	194
5.6 定向耦合型电光开关·····	203
5.7 Y分支耦合型电光开关·····	215
5.8 MZI型电光开关·····	223
5.9 平行信道单环MRR电光开关·····	231
5.10 平行信道MRR电光开关阵列·····	239
5.11 交叉信道MRR电光开关阵列·····	244
<b>第6章 波导放大器</b> ·····	<b>250</b>
6.1 能级结构和工作原理·····	251
6.2 速率-传输方程·····	253
6.3 计算公式和计算方法·····	259
6.4 掺铟波导放大器·····	262
6.5 铟镱共掺波导放大器·····	271
<b>参考文献</b> ·····	<b>285</b>
<b>附录 专业术语汉英索引</b> ·····	<b>297</b>

# 第 1 章 波导的模式

光束在介质中传输时，由于介质的吸收和散射而引起损耗，由于衍射而引起发散，这些情况都会导致光束中心部分的强度不断地衰减。光波导是这样一种器件，它能使光束的能量传播在横的方向上受到限制，从而能够引导光束沿特定的方向传输，并使损耗和噪声降到最小。光波导简称波导。光波导是许多光电子器件的基本结构，如滤波器、波分复用器、路由器、波长变换器、调制器、开关、放大器、激光器等，这些光电子器件在光通信网络中具有十分广泛的应用。在优化设计和分析模拟这些光电子器件时都要涉及有关光波导模式的基本理论，因此了解和掌握光波导模式理论就显得十分重要。

对光波导模式特性的分析，可以采用射线光学理论。射线光学理论的优点是对平板波导的分析过程简单直观，对某些物理概念能给出直观的物理意义，容易理解。缺点是对于其他结构更为复杂的波导，射线光学理论不便于应用，或只能得出粗糙的结果。

光在本质上是一种电磁波。研究光在波导中传播的最基本的方法是采用电磁理论，亦即波动光学理论。这种方法是从麦克斯韦方程组出发导出波动方程和亥姆霍兹方程，在一定的边界条件下求其解。一般而言，若想全面、正确地分析各种结构波导的模式特性，必须采用电磁理论，才能够给出波导模式全面、正确的解析结果或数值结果。

本书所涉及的光波导器件大都是由各向同性、线性、非导电（电流密度  $J$  和电荷密度  $\rho$  皆为零）和非磁性（相对磁导率  $\mu$  近似等于 1）介质构成。本章从亥姆霍兹方程出发，在一定边界条件下求其解，得到三层平板波导和矩形波导的特征方程和场分布函数。进一步数值求解特征方程则可得到波导模式的传播常数，并对模式特性进行分析和讨论。本章最后以脊形波导为例，介绍两种广泛应用的近似方法，即有效折射率法和等效折射率法。

本章的内容是对微环谐振器、阵列波导光栅、电光开关、波导放大器等光波导器件进行优化设计和分析模拟的理论基础。有关光波导模式特性的详细理论可参看马春生教授的著作《光波导模式理论》<sup>[1]</sup>及其他相关专著<sup>[2-14]</sup>。

## 1.1 模式类型

波导中所能传输的电磁场型称为波导的模式。在量子力学中，微观粒子的运动状态分为

两种。一种是束缚态，粒子的能量以能级的形式出现，取分立值并组成分立谱；另一种是非束缚态，粒子的能量连续变化并组成连续谱。类似地，波导的模式也分为两种。一种是把绝大部分光能量限制在波导的芯区中，波导呈现导波性，这种模式称为导引模式，简称为导模；另一种是光能量不断地辐射到芯区以外的衬底或包层中去，波导呈现辐射性，这种模式称为辐射模式，简称为辐射模。导模的传播常数取分立值并组成分立谱，而辐射模的传播常数取连续值并组成连续谱。

结构最简单的波导是由三层均匀介质组成的，中间的介质层称为波导层或芯层，芯层两侧的介质层称为包层或限制层。芯层的折射率要比两侧包层的折射率大，使得光束能够集中在芯层中传输，从而起到导波的作用。光在三层平板波导的传输过程如图 1-1、图 1-2、图 1-3 所示，图中  $n_1$ 、 $n_2$ 、 $n_3$  分别为波导芯、下包层和上包层的折射率。当  $n_1$ 、 $n_2$ 、 $n_3$  各自为常数时，称为陡变式折射率分布，或称为阶梯式折射率分布。为了分析方便，常令  $n_1 > n_2 \geq n_3$ 。当  $n_2 = n_3$  时，称为对称型三层平板波导，当  $n_2 \neq n_3$  时，称为非对称型三层平板波导。下面以非对称型三层平板波导为例，应用射线光学方法来讨论波导中存在的模式类型，分为空间辐射模、衬底辐射模、导模和表面模等几大类。在非对称型三层平板波导所得结果中令  $n_2 = n_3$ ，即可适用于对称型三层平板波导。

### 1.1.1 空间辐射模

光在波导中传输时，从射线的角度来看，要不断地在波导的两个界面上发生反射和折射，如图 1-1 所示。反射光的轨迹在芯层中是一个锯齿波。令入射角为  $\theta_1$ ，在下界面的折射角为  $\theta_2$ ，在上界面的折射角为  $\theta_3$ 。当入射角  $\theta_1$  较小时，光在上下两个界面上都不发生全反射，此时光在上下两个界面上的入射和折射满足下述的折射定律

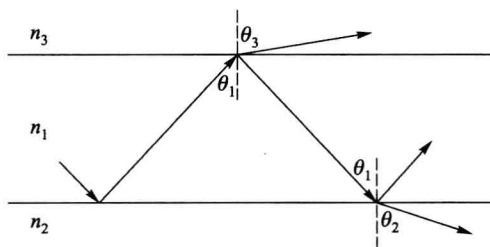


图 1-1 空间辐射模

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad n_1 \sin \theta_1 = n_3 \sin \theta_3 \quad (1.1-1)$$

即有

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 = n_3 \sin \theta_3 \quad (1.1-2)$$

由式 (1.1-1) 可得

$$\sin \theta_1 = \frac{n_2}{n_1} \sin \theta_2 \quad \sin \theta_1 = \frac{n_3}{n_1} \sin \theta_3 \quad (1.1-3)$$

因为  $n_1 > n_2 > n_3$ ，由式 (1.1-2) 可判断出，在  $0 \sim 90^\circ$  范围内  $\theta_1 < \theta_2 < \theta_3$ 。当入射角  $\theta_1$  增大时，折射角  $\theta_2$  和  $\theta_3$  也随之增大。当  $\theta_3$  增大到  $90^\circ$  时，光在上界面上要发生全反射。如果入射角  $\theta_1$  继续增大，使得  $\theta_2$  也增大到  $90^\circ$  时，光在下界面上也要发生全反射。光发生全反射时所

对应的入射角称为临界角。由式 (1.1-3) 可得到光在下、上两个界面上发生全反射时的临界角  $\theta_{12}$ 、 $\theta_{13}$  分别为

$$\theta_{12} = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \quad \theta_{13} = \arcsin \frac{n_3}{n_1} \quad (1.1-4)$$

因为  $n_2 > n_3$ , 所以  $\theta_{12} > \theta_{13}$ 。

当入射角较小时, 使得光在上下两个界面上都不发生全反射。在这种情况下, 光在传输过程中不断地有折射光进入上下包层, 即光能量不断地从上下包层中辐射出去, 这种模式称为空间辐射模。因此若产生空间辐射模, 入射角  $\theta_1$  必须满足下述条件:

$$\theta_1 < \theta_{13} = \arcsin \frac{n_3}{n_1} \quad (1.1-5)$$

由此可以得到

$$n_1 \sin \theta_1 < n_3 \quad (1.1-6)$$

我们定义  $N = n_1 \sin \theta_1$  为模式的有效折射率。引入有效折射率的概念后, 产生空间辐射模的条件又可写为

$$N = n_1 \sin \theta_1 < n_3 \quad (1.1-7)$$

令  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ , 称  $k_0$  为真空中波数,  $\lambda_0$  为真空中光波长, 并定义  $\beta = k_0 N$  为模式的传播常数, 它是波矢  $k$  沿波传播方向 (常取为  $z$  方向) 上的分量, 即  $k_z = \beta$ 。引入传播常数后, 式 (1.1-7) 两端同乘以  $k_0$ , 因此产生空间辐射模的条件又可写为

$$\beta = k_0 N < k_0 n_3 \quad (1.1-8)$$

有效折射率  $N$  是一个无量纲的物理量, 传播常数  $\beta$  的单位通常采用  $\text{cm}^{-1}$  或  $\text{mm}^{-1}$  来表示。

### 1.1.2 衬底辐射模

如果入射角  $\theta_1$  增大到使光在上界面发生全反射但在下界面还没发生全反射, 如图 1-2 所示, 此时光在传输过程中不断地有折射光进入下包层, 即光能量不断地从下包层 (有时也为衬底) 中辐射出去, 这种模式称为衬底辐射模。因此若产生衬底辐射模, 入射角  $\theta_1$  必须满足下述条件:

$$\arcsin \frac{n_3}{n_1} = \theta_{13} < \theta_1 < \theta_{12} = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \quad (1.1-9)$$

由此还可把产生衬底辐射模的条件写为

$$n_3 < N = n_1 \sin \theta_1 < n_2 \quad (1.1-10)$$

式 (1.1-10) 两端同乘以真空中波数  $k_0$ , 产生衬底辐射模的条件又可写为

$$k_0 n_3 < \beta = k_0 N < k_0 n_2 \quad (1.1-11)$$

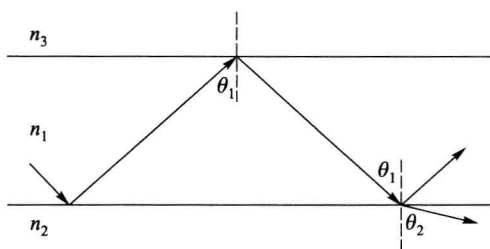


图 1-2 衬底辐射模

### 1.1.3 导模

如果入射角  $\theta_1$  增大到使光在上下两个界面都发生全反射，此时上下包层中不再有折射光，如图 1-3 所示。在这种情况下，光能量不再向包层中辐射，光被限制在波导芯中以锯齿波的形式沿  $z$  方向传输，这种模式称为导模。因此若产生导模，入射角  $\theta_1$  必须满足下述条件：

$$\arcsin \frac{n_2}{n_1} = \theta_{12} < \theta_1 \quad (1.1-12)$$

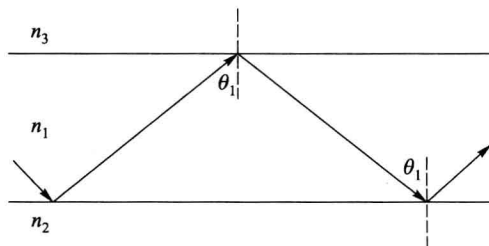


图 1-3 导模

由此还可把产生导模的条件写为

$$n_2 < N = n_1 \sin \theta_1 < n_1 \quad (1.1-13)$$

式 (1.1-13) 两端同乘以真空中波数  $k_0$ ，产生导模的条件又可写为

$$k_0 n_2 < \beta = k_0 N < k_0 n_1 \quad (1.1-14)$$

导模的有效折射率  $N$  不可能大于波导芯的折射率  $n_1$ ，传播常数  $\beta$  不可能大于  $k_0 n_1$ 。

### 1.1.4 表面模

对于某些特殊结构的波导，如金属包层型波导和非线性波导，会出现其有效折射率  $N$  大于波导芯折射率  $n_1$ 、传播常数  $\beta$  大于  $k_0 n_1$  的情况。这种  $N > n_1$  或  $\beta > k_0 n_1$  的模式称为表面模。

令真空中光波长为  $\lambda_0$ ，频率为  $f$ ，角频率为  $\omega$ ，在波导中光波长为  $\lambda$ ，则波导中模式传

播的相速度为

$$v = f\lambda = \frac{\omega}{2\pi} \frac{\lambda_0}{N} = \frac{\omega}{k_0 N} = \frac{\omega}{\beta} \quad (1.1-15)$$

在上面讨论的几种模式中，辐射模的传播常数最小，因此辐射模的相速度最大称为“快波”，而表面模的传播常数最大，因此表面模的相速度最小称为“慢波”。

对于一般的由线性、非导电和非磁性介质组成的三层平板波导，其中所能存在的模式类型及相应的人射角  $\theta_1$ 、有效折射率  $N$  和传播常数  $\beta$  的变化范围总结见表 1-1。

表 1-1 线性、非导电和非磁性介质组成的三层平板波导的模式类型及相应的入射角  $\theta_1$ 、有效折射率  $N$  和传播常数  $\beta$  的变化范围

折射率分布	模式类型	$\theta_1$	$N$	$\beta$
$n_1 > n_2 > n_3$	空间辐射模	$0 < \theta_1 \leq \theta_{13}$	$0 < N \leq n_3$	$0 < \beta \leq k_0 n_3$
	衬底辐射模	$\theta_{13} < \theta_1 \leq \theta_{12}$	$n_3 < N \leq n_2$	$k_0 n_3 < \beta \leq k_0 n_2$
	导模	$\theta_{12} < \theta_1 \leq 90^\circ$	$n_2 < N \leq n_1$	$k_0 n_2 < \beta \leq k_0 n_1$
$n_1 > n_2 = n_3$	空间辐射模	$0 < \theta_1 \leq \theta_{12}$	$0 < N \leq n_2$	$0 < \beta \leq k_0 n_2$
	导模	$\theta_{12} < \theta_1 \leq 90^\circ$	$n_2 < N \leq n_1$	$k_0 n_2 < \beta \leq k_0 n_1$

由于在本书中所介绍的光波导器件中没有涉及辐射模和表面模，因此在以下的章节中只分析导模的模式特性。

## 1.2 平板波导的横向亥姆霍兹方程

我们应用电磁理论从麦克斯韦方程组出发，可以导出波动方程和亥姆霍兹方程。分析波导模式特性都是从亥姆霍兹方程出发，在一定边界条件下求其解，得到波导的特征方程和场分布函数，进一步数值求解特征方程则可得到波导的模有效折射率和相应的模传播常数。因此我们首先给出波导中电场  $\mathbf{E}$  和磁场  $\mathbf{H}$  满足的矢量亥姆霍兹方程如下

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k_0^2 \varepsilon \mathbf{E} = 0 \quad (1.2-1)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k_0^2 \varepsilon \mathbf{H} = 0 \quad (1.2-2)$$

式中，微分算符  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \mathbf{i} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \mathbf{j} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathbf{k}$ ， $\mathbf{i}$ ， $\mathbf{j}$ ， $\mathbf{k}$  分别为直角坐标系  $O-xyz$  三个坐标轴上的单位矢量， $\varepsilon = \varepsilon(x, y, z)$  为波导的相对介电常数分布函数，一般情况下为坐标  $x$ 、 $y$ 、 $z$  的函数。上述矢量方程含有 6 个分量方程，可统一地用下述的标量亥姆霍兹方程来表示

$$\nabla^2 \phi(x, y, z) + k_0^2 \varepsilon(x, y, z) \phi(x, y, z) = 0 \quad (1.2-3)$$

式中  $\phi$  代表电磁场 6 个分量  $E_x$ 、 $E_y$ 、 $E_z$ 、 $H_x$ 、 $H_y$ 、 $H_z$  中的任何一个分量。

对于平板波导，其相对介电常数  $\varepsilon$  只是坐标  $x$  的函数， $\varepsilon = \varepsilon(x)$ ，此时电磁场某一横向分量  $\phi = \phi(x, y, z)$  满足的标量亥姆霍兹方程 (1.2-3) 取下述形式

$$\nabla^2 \phi(x, y, z) + k_0^2 \varepsilon(x) \phi(x, y, z) = 0 \quad (1.2-4)$$

应用分离变量法求解上述方程，可令

$$\phi(x, y, z) = \psi(x) \eta(y) \xi(z) \quad (1.2-5)$$

代入式 (1.2-4) 得到

$$\frac{1}{\psi(x)} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + k_0^2 \varepsilon(x) + \frac{1}{\eta(y)} \frac{d^2 \eta(y)}{dy^2} + \frac{1}{\xi(z)} \frac{d^2 \xi(z)}{dz^2} = 0 \quad (1.2-6)$$

式 (1.2-6) 中的第一、二项只是  $x$  的函数，第三项只是  $y$  的函数，第四项只是  $z$  的函数，三者之和为零，因此应各自等于某一常数，于是可令

$$\frac{1}{\eta(y)} \frac{d^2 \eta(y)}{dy^2} = -\gamma^2 \quad (1.2-7)$$

$$\frac{1}{\xi(z)} \frac{d^2 \xi(z)}{dz^2} = -\beta^2 \quad (1.2-8)$$

式中， $\gamma$  为波矢  $\mathbf{k}$  沿  $y$  方向的分量，称为  $y$  方向传播常数， $\beta$  为波矢  $\mathbf{k}$  沿  $z$  方向的分量，称为  $z$  方向传播常数。注意，方程 (1.2-7)、(1.2-8) 的右端不能出现正号，因为出现正号时，其一组特解为  $\eta(y) \propto \exp(\gamma y)$ 、 $\xi(z) \propto \exp(\beta z)$ ，则当  $y$  或  $z$  趋于正无限大时， $\eta(y)$ 、 $\xi(z)$  变为无限大，这是场的有限性所不能允许的；类似地，其另一组特解为  $\eta(y) \propto \exp(-\gamma y)$ 、 $\xi(z) \propto \exp(-\beta z)$ ，则当  $y$  或  $z$  趋于负无限大时， $\eta(y)$ 、 $\xi(z)$  亦变为无限大，这也是场的有限性所不能允许的。方程 (1.2-7)、(1.2-8) 的解可取为

$$\eta(y) \propto \exp(-j\gamma y) \quad (1.2-9)$$

$$\xi(z) \propto \exp(-j\beta z) \quad (1.2-10)$$

令电磁场为时谐函数，即电磁场对时间  $t$  的依赖关系为  $\phi(t) \propto \exp(j\omega t)$ ，将其连同式 (1.2-9)、(1.2-10) 代入式 (1.2-5)，则  $\phi(x, y, z, t)$  可表示为

$$\phi(x, y, z, t) = \psi(x) \exp[j(\omega t - \gamma y - \beta z)] \quad (1.2-11)$$

式中， $\psi(x)$  为振幅，是坐标  $x$  的函数，称为沿  $x$  方向的横向场分布函数。式 (1.2-7)、(1.2-8) 代入式 (1.2-6)，则可得到横向场分布函数  $\psi(x)$  满足的方程为

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + [k_0^2 \varepsilon(x) - \gamma^2 - \beta^2] \psi(x) = 0 \quad (1.2-12)$$

对于  $\varepsilon = \varepsilon(x)$  的情况，常选  $z$  轴为光的传播方向，则  $y$  方向传播常数  $\gamma = 0$ ，则式 (1.2-11) 简化为

$$\phi(x, z, t) = \psi(x) \exp[j(\omega t - \beta z)] \quad (1.2-13)$$

而式 (1.2-12) 简化为



$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + [k_0^2\varepsilon(x) - \beta^2]\psi(x) = 0 \quad (1.2-14)$$

式 (1.2-14) 即为平板波导的横向亥姆霍兹方程, 此时  $z$  方向传播常数  $\beta$  简称为传播常数。在一定的电磁场边界条件下可求出其一系列特解  $\psi_m(x)$  和  $\beta_m$ , 这些特解称为本征模。

在平板波导中存在两种基本的本征模式, 一种称为 TE 模, 另一种称为 TM 模。两种模式用光的电场和磁场的偏振方向来定义比较直观。选择电场只沿平行于波导界面的  $y$  方向偏振, 此时电场垂直于光的传输方向  $z$ , 是横向的, 因而把这种模式称为横电模 (Transverse Electric Mode), 又称为 TE 模。选择磁场只沿平行于波导界面的  $y$  方向偏振, 此时磁场垂直于光的传输方向  $z$ , 是横向的, 因而把这种模式称为横磁模 (Transverse Magnetic Mode), 又称为 TM 模。而波导中其他形式的电磁场都可以按这两种基本模式进行傅里叶展开来表达。在以下两节中将分别讨论 TE 和 TM 模电磁场各分量之间的关系及其边界条件。

### 1.3 平板波导 TE 模的电磁场分量及边界条件

#### 1.3.1 电磁场分量

选择电场  $\mathbf{E}$  只沿  $y$  方向偏振, 即电场  $\mathbf{E}$  只有  $y$  分量  $E_y(x, z, t)$ ,  $x$  方向和  $z$  方向的分量  $E_x(x, z, t)$ 、 $E_z(x, z, t)$  皆为零, 因此电场  $\mathbf{E}$  垂直于光的传播方向, 是横向的, 于是这种 TE 模的电场分量可写为

$$E_x(x, z, t) = 0 \quad (1.3-1a)$$

$$E_y(x, z, t) = E_{y0}(x) \exp[j(\omega t - \beta z)] \quad (1.3-1b)$$

$$E_z(x, z, t) = 0 \quad (1.3-1c)$$

式中  $E_{y0}(x)$  为  $E_y(x, z, t)$  的振幅, 亦即沿  $x$  方向的横向场分布函数。TE 模磁场  $\mathbf{H}$  的分量可取为

$$H_x(x, z, t) = H_{x0}(x) \exp[j(\omega t - \beta z)] \quad (1.3-2a)$$

$$H_y(x, z, t) = H_{y0}(x) \exp[j(\omega t - \beta z)] \quad (1.3-2b)$$

$$H_z(x, z, t) = H_{z0}(x) \exp[j(\omega t - \beta z)] \quad (1.3-2c)$$

因为  $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ ,  $E_x = 0$ ,  $E_z = 0$ , 麦克斯韦方程  $\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$  可写成下述形式

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E_y & 0 \end{vmatrix} = -\mu_0 \left( \frac{\partial H_x}{\partial t} \mathbf{i} + \frac{\partial H_y}{\partial t} \mathbf{j} + \frac{\partial H_z}{\partial t} \mathbf{k} \right) \quad (1.3-3)$$

式中  $\mu_0$  为真空磁导率。由式 (1.3-3) 可以得到下述三个分量方程

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (1.3-4a)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = 0 \quad (1.3-4b)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (1.3-4c)$$

式 (1.3-1b)、(1.3-2) 代入式 (1.3-4), 并利用  $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$ 、 $\frac{\partial}{\partial z} = -j\beta$ , 可得到

$$H_{x0}(x) = -\frac{\beta}{\omega\mu_0} E_{y0}(x) \quad (1.3-5a)$$

$$H_{y0}(x) = 0 \quad (1.3-5b)$$

$$H_{z0}(x) = \frac{j}{\omega\mu_0} \frac{dE_{y0}(x)}{dx} \quad (1.3-5c)$$

由式 (1.3-1)、(1.3-5) 可知, TE 模电磁场的 6 个分量中有 3 个分量为零, 另外 3 个分量不为零, 即  $E_{x0}(x) = 0$ ,  $E_{z0}(x) = 0$ ,  $H_{y0}(x) = 0$ ,  $E_{y0}(x) \neq 0$ ,  $H_{x0}(x) \neq 0$ ,  $H_{z0}(x) \neq 0$ 。由式 (1.3-5) 还可看出, 只要知道  $E_{y0}(x)$  的表达式,  $H_{x0}(x)$ 、 $H_{z0}(x)$  的表达式都可以用  $E_{y0}(x)$  表示出来。因此对于 TE 模我们只要求出  $E_{y0}(x)$  的表达式, 则  $H_{x0}(x)$  和  $H_{z0}(x)$  的表达式亦可求出。

### 1.3.2 边界条件

在波导介质层的分界面处, 电场和磁场的切线分量都是连续的。y 方向和 z 方向都是介质分界面的切线方向, 因此  $E_{y0}(x)$ 、 $H_{z0}(x)$  在介质分界面处都是连续的。由式 (1.3-5c) 可知,  $H_{z0}(x)$  连续相当于  $\frac{dE_{y0}(x)}{dx}$  连续。令第  $i$  层介质与第  $j$  层介质在  $x = a$  处存在一个介质分界面, 则 TE 模在  $x = a$  处的边界条件可写为

$$E_{y0}^{(i)}(a) = E_{y0}^{(j)}(a) \quad \frac{dE_{y0}^{(i)}(a)}{dx} = \frac{dE_{y0}^{(j)}(a)}{dx} \quad (1.3-6)$$

## 1.4 平板波导 TM 模的电磁场分量及边界条件

### 1.4.1 电磁场分量

选择磁场  $\mathbf{H}$  只沿 y 方向偏振, 即磁场  $\mathbf{H}$  只有 y 分量  $H_y(x, z, t)$ , x 方向和 z 方向的分量  $H_x(x, z, t)$ 、 $H_z(x, z, t)$  皆为零, 因此磁场  $\mathbf{H}$  垂直于光的传播方向, 是横向的, 于是这种 TM