

2014跨考专业硕士 书系



适用于MBA / MPA / MPAcc等专业硕士

管理类联考

综合能力核心笔记 · 数学

编著◎牛渤海

总策划◎跨考考研专业硕士研究院

本书专为基础 **一般及薄弱者**

- 大纲考点，一网打尽
- 技巧点拨，明晰思路
- 题目精选，严扣真题



北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

跨考教育
管综数学经典教材

适用于MBA / MPA / MPAcc等专业硕士

管理类联考 综合能力核心笔记·数学

编 著○牛渤海

总策划○跨考考研专业硕士研究院

编委会○刘京环 吕建刚



北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有 侵权必究

图书在版编目 (CIP) 数据

管理类联考综合能力核心笔记·数学 / 牛渤海编著. —北京：北京理工大学出版社，2013. 5

ISBN 978-7-5640-7751-8

I. ①管… II. ①牛… III. ①高等数学 - 研究生 - 入学考试 - 自学参考资料
IV. ①G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 111306 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (办公室) 68944990 (批销中心) 68911084 (读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 三河市文阁印刷厂

开 本 / 787 毫米 × 1092 毫米 1/16

印 张 / 13.5

字 数 / 316 千字

责任编辑 / 张慧峰

版 次 / 2013 年 5 月第 1 版 2013 年 5 月第 1 次印刷

责任校对 / 周瑞红

定 价 / 29.80 元

责任印制 / 边心超

图书出现印装质量问题，本社负责调换

前言

管 理类联考综合试卷包括了数学、逻辑和写作三部分。数学是其中分值最高的，占 200 分中的 75 分，也是最容易拉开差距的。数学考试的内容涵盖了初中、高中数学的大部分知识，覆盖面大、范围广。同时数学题目的灵活性强，技巧性要求高，时间要求紧。这些特点导致部分考生（特别是工作时间长或者文科专业的数学基础比较差的考生）产生了畏难情绪，也有些考生由此陷入题海之中，做了大量的题，花了大量的时间，但成绩并没有达到预期目标。

在此，渤海提醒广大考生，在学习中应该把握并理顺以下几种关系：

一、精与广的关系

毋庸讳言，为了应付考试，一定程度上的题海战术是有效的，甚至是必需的。但盲目的、没有总结的做题一定是事倍功半的。认真分析理解一道经典的题目要比囫囵吞枣的做十道题目更有效，所以渤海建议大家在备考的初期不要过分求广，而应该求精，精选参考书，精选习题，将经典题目（题型）的内涵外延完全掌握，在备考的后期，基础扎实之后再加大习题量。同时，在题海战术中还应注意一点：不要盲目做很多没用的题。例如，三角形全等的证明、弦切角定理等是初中几何的重点，但我们的考试则从未涉及过。如果在这些地方花了很多功夫，则纯属浪费时间了。

二、基本功与技巧的关系

我们的数学题目要求一定的技巧性，所以我们的教学中也特别强调技巧的讲授。但由此带来一个问题：很多同学由此只关注各种技巧，而放弃了基本功的练习。在此，渤海提醒广大考生：没有基本功的技巧，如同沙滩上的大厦。请读者在学习技巧的同时（或者之前），务必将基本的计算、因式分解等基本功自行练熟。从一定意义上说，技巧只是更巧妙一点的基本功，如果用 5 分钟寻找巧妙的解法，那还不如用 3 分钟认真计算；只有技巧性解法，像因式分解的公式，能自动进入你的脑海，这种技巧才是真正有效的。

三、理论与应用的关系

部分数学基础很好的考生喜欢深入的研究，对理论性的难题很感兴趣——例如与均



值定理相关的一些不等式问题。但管理类联考是十分侧重应用的考试,真题中的三分之一左右是应用题,几何部分基本只考计算面积等应用类问题,证明性的问题很少考查。所以考生们要把握好复习的方向,不要过分研究过难的理论,将有限的精力放在对知识的应用和解决问题的熟练程度上。

针对以上特点,本书在详略的取舍上做如下安排。

①详细讲解技巧性的解决问题的方法,而略讲理论知识。由于书中的知识,大部分都是读者们已经学习过的,所以对于整数奇数偶数的定义、简单的集合应用、点线面的定义等不需讲解的部分,本书予以略过。而对于解题技巧,本书尽可能详尽地讲解。

②详于应用和计算,而略于推导。对于很多定理,本书不再予以推导。对于比较重要,但在局部讲解占篇幅过多的理论知识,本书列于附录之中,读者可以自取所需,已经熟悉的,不必阅读;已经忘记的,认真学习。

③详于中等难度的经典问题,而略于高难度问题。数学的难度永无止境,而近年来的真题难度有稳中下降的趋势——这是为了照顾很多工作多年后考研的考生,所以过分地求难求怪是不负责任的。本书在选择例题时高度重视其经典性,并剔除难度过高的题目,将整体难度控制在与真题一致或略高的水平。

综上,本书具有以下特点:

①**新**:根据最新大纲编写,精准把握最新命题趋势。

②**精**:精选经典例题,并大量采用一题多解、一题多变等形式,力求一题顶百题,并配以细致入微的讲解,力求将考生从题海中解脱出来。

③**实**:摒弃人云亦云的推导和过难过怪的题目,给出大量行之有效的固定套路和经典结论。

④**巧**:平实的演算和巧妙的解法完美结合,供考生各取所需。零基础的可以看懂;高起点的一定受益。

由于水平有限兼之时间仓促,书中疏漏错误之处在所难免。若读者有任何建议,或需要讨论的问题,可以通过博客(<http://blog.sina.com.cn/boxiongmba>)或E-mail(1533117310@qq.com)与作者联系,并有机会获得最新的学习资料与信息。

最后,祝广大考生金榜题名!

牛渤海
2013年4月

引子

管理类联考综合试卷的数学部分包括问题求解题 15 道和条件充分性判断题 10 道，每题 3 分，共 75 分。其中问题求解题即普通的单项选择题，条件充分性判断题将在后文介绍。作为综合试卷的一部分（综合试卷总时间要求为 3 小时），数学部分一般应在 70 分钟内完成，每题仅有约 2.5 分钟的时间。注意到这两种考题均为客观题型，仅要求选出正确且唯一的答案，而完全不看做题过程，所以考生在应试时除了可以依靠自己的数学水平外，还可以应用一些技巧，以节省宝贵的考试时间。本节针对问题形式向读者介绍一些一般性的技巧。由于尚未讲解具体的数学知识，本节例题仅为示例，所以难度明显低于实战水平。同时，也希望抛砖引玉，能启发读者自行总结出更多的解题技巧。

关于问题求解题

大部分问题求解题都需要正常的求解计算，但作为单选题，五个选项中必然有一个是答案，且仅有一个是答案，所以如果能灵活运用排除法、验证法等技巧，则可以大大节省时间并提高正确率。

【引例 1】 当 $x=1$ 时， $|x^2-3x-6|+2=(\quad)$ 。

- (A) -5 (B) 1 (C) 10 (D) -8 (E) 0

【解析】 本题当然可以代入计算，但注意到式子的形式，显然答案不会小于 2，所以排除选项(A)、(B)、(D)、(E)，可以直接选择(C)。

【引例 2】 关于 x 的方程 $\frac{x^2-6x+5}{x-5}=1$ 的解为 $x=(\quad)$ 。

- (A) 5 (B) 2 (C) 5 或者 2 (D) 1 (E) 0

【解析】 本题当然可以通过正常地解分式方程求得答案。但应注意，代入法是一个不错的办法，(A)显然不可以，否则分母为 0。将选项(B)代入后发现，其确为方程的解。注意到是单选题，则答案必然为(B)。

【引例 3】 有黑、白两堆棋子，黑、白子数量比为 5 : 3。分别取走两个黑子和两个白子后黑、白子数量比变为 2 : 1。则此时，黑子的数量为()。

- (A) 7 (B) 21 (C) 8 (D) 5 (E) 1

【解析】 本题有多种做法，这里强调的是，“此时”黑子数量为白子的 2 倍，所以黑子只能为偶数，所以答案必然为(C)。

关于条件充分性判断题

条件充分性判断的题目要求如下：

条件充分性判断：第 16~25 小题，每小题 3 分，共 30 分。要求判断每题给出的条件(1)和条件(2)能否充分支持题干所陈述的结论。(A)、(B)、(C)、(D)、(E)五个选项为判



断结果,请选择一项符合试题要求的判断,在答题卡上将所选项的字母涂黑.

- (A) 条件(1)充分,但条件(2)不充分
- (B) 条件(2)充分,但条件(1)不充分
- (C) 条件(1)和(2)单独都不充分,但条件(1)和条件(2)联合起来充分
- (D) 条件(1)充分,条件(2)也充分
- (E) 条件(1)和条件(2)单独都不充分,条件(1)和条件(2)联合起来也不充分

这种题型对于大部分考生来说是陌生的,所以在此说明几个关键问题.

1. 什么是充分条件

有两个命题 A, B , 若 A 成立, 则 B 一定成立, 那么 A 就是 B 的充分条件. 例如:

$$A: x=1; B: x^2-x=0.$$

若 $x=1$, 则 $x^2-x=1-1=0$ 一定成立, 所以 $x=1$ 是 $x^2-x=0$ 的充分条件, 即 A 是 B 的充分条件. 但若 $x^2-x=0$, 则 $x=1$ 或 $x=0$, 并非一定 $x=1$, 所以 B 不是 A 的充分条件.

2. 充分并非等价,也不需要等价

将上例改写为一道试题.

【引例 4】 $x^2-x=0.$

- (1) $x=1.$ (2) $x=0.$

【解析】 本题非常简单,但请初学者注意,本题的答案是(D)而非(C).

注意:选择(C)的前提是“单独都不充分”,而对于本例,(1),(2)单独都是充分的,所以答案为(D),而不可能是(C).

而 $x=1$ 与 $x^2-x=0$ 并非等价的,但充分并不要求等价. 可以这样记忆,充分条件的范围常常会小于结论. 以本题为例,题干有两个解,但作为答案的充分条件每个仅为其中之一.

【引例 5】 $x \geqslant 0.$

- (1) $x > 0.$ (2) $x = 0.$

【解析】 同理,本题答案也是(D).

同样,两个选项每一个的范围均小于题干的范围.

3. 应敢于选择(E)

很多初学者不敢选择(E). 实际上,近年来,每年真题中的条件充分性判断题都会有1到2个答案为(E).

4. 自上而下与自下而上相结合

由于思维的惯性,很多初学者在求解时——特别是题干为方程或不等式时——总是先求解题干,再核对条件. 其实,很多时候,将条件分别代入题干更为简便.

【引例 6】 $a^2+4a=21$ 成立.

- (1) $a=5.$ (2) $a=3.$

【解析】 对于本题,直接求解方程当然是可以的,但若直接将条件代入试验则更为



简便,答案为(B).

5. 几个结论

若可以确定条件(1)是充分的,则答案只可能是(A)或(D),绝不可能是(C).

若可以确定条件(1)是不充分的,则答案只可能是(B)或(C)或(E).

若可以确定条件(2)是充分的,则答案只可能是(B)或(D),绝不可能是(C).

若可以确定条件(2)是不充分的,则答案只可能是(A)或(C)或(E).

若可以确定两条件单独都不充分,则答案只可能是(C)或(E).



● 第一章 算术	1
1.1 重要知识点	2
1.1.1 实数的概念和性质	3
1.1.2 绝对值	3
1.1.3 比和比例	4
1.1.4 平均值和均值定理	4
1.2 题型与技巧	5
1.2.1 奇数、偶数	5
1.2.2 质数、合数	5
1.2.3 有理数、无理数	7
1.2.4 分数、小数	8
1.2.5 整除和带余除法	8
1.2.6 比较大小	9
1.2.7 数值计算	11
1.2.8 整(小)数部分问题	14
1.2.9 末位数——一个技巧	14
1.2.10 绝对值的计算	15
1.2.11 绝对值专题一—— $ x-A \pm x-B $	16
1.2.12 绝对值的专题二—— $\frac{ x }{x}$	18
1.2.13 非负性问题	18
1.2.14 比例计算	19
1.2.15 平均数问题	20
1.3 习题	21
一、问题求解	21
二、条件充分性判断	22



C 第二章 代数式和函数	26
2.1 重要知识点	27
2.1.1 整式的运算	28
2.1.2 多项式除法与因式定理、余式定理	28
2.1.3 多项式的因式分解	29
2.1.4 分式	30
2.2 题型与技巧	30
2.2.1 多项式相等问题	30
2.2.2 因式分解问题	31
2.2.3 余式定理和因式定理的应用	32
2.2.4 分式计算	34
2.2.5 根式计算	34
2.2.6 式子求值	35
2.2.7 两个重要的恒等变形	39
2.2.8 两直线问题	40
2.2.9 展开式系数问题	41
2.3 习题	42
一、问题求解	42
二、条件充分性判断	43
C 第三章 方程和不等式	47
3.1 重要知识点	48
3.1.1 一次方程(组)	49
3.1.2 一元二次方程	49
3.1.3 一次不等式(组)	50
3.1.4 一元二次不等式	51
3.2 题型与技巧	51
3.2.1 韦达定理的应用	51
3.2.2 根的分布问题	53
3.2.3 两个易忽略之处	56
3.2.4 二次曲线的应用	56
3.2.5 穿线法解高次和分式不等式	58
3.2.6 含绝对值的方程和不等式	61
3.2.7 指数、对数方程和不等式	63
3.2.8 最值问题及均值定理的应用	64
3.3 习题	66
一、问题求解	66
二、条件充分性判断	68
C 第四章 应用题	71
4.1 里程问题	72



4.1.1 一般里程问题	72
4.1.2 相对速度问题	73
4.1.3 顺水(风)逆水(风)问题	74
4.1.4 跑圈问题	75
4.2 浓度问题	76
4.2.1 简单混合问题	76
4.2.2 倒后加满问题	76
4.2.3 蒸发、稀释及加浓等问题	77
4.2.4 复杂的互倒问题	77
4.3 比例和百分比问题	79
4.4 收益问题	82
4.5 效率问题	83
4.6 集合(饼图)问题	84
4.6.1 两饼图问题	84
4.6.2 三饼图问题	85
4.7 与整数相关的问题	87
4.7.1 人数比例问题	87
4.7.2 年龄问题	89
4.7.3 答题评分问题	90
4.7.4 其他问题	90
4.8 其他题型	90
4.8.1 与数列相关的问题	90
4.8.2 阶梯价格问题	91
4.8.3 不等式问题	92
4.8.4 还原问题	93
4.9 习题	93
一、问题求解	93
二、条件充分性判断	95
C 第五章 数列	98
5.1 重要知识点	98
5.1.1 一般数列	99
5.1.2 等差数列	99
5.1.3 等比数列	99
5.2 题型与技巧	100
5.2.1 等差数列基本结论的应用	100
5.2.2 等差数列求和公式的应用	102
5.2.3 等差数列奇数项与偶数项	104
5.2.4 等差数列的前 n 项和与二次函数的关系	105
5.2.5 等比数列基本结论的应用	106
5.2.6 等比数列的正负	107



5.2.7 等比递减数列	108
5.2.8 等差和等比的综合	109
5.2.9 一般数列问题	110
5.3 习题	112
一、问题求解	112
二、条件充分性判断	113
第六章 数据分析	117
6.1 排列组合	119
6.1.1 重要知识点	119
6.1.2 题型与技巧	120
6.2 概率	131
6.2.1 重要知识点	131
6.2.2 题型与技巧	133
6.3 数据描述	140
6.3.1 重要知识点	140
6.3.2 题型与技巧	140
6.4 习题	142
一、问题求解	142
二、条件充分性判断	144
第七章 几何	147
7.1 平面几何	148
7.1.1 重要知识点	149
7.1.2 题型与技巧	157
7.2 解析几何	172
7.2.1 重要知识点	173
7.2.2 题型与技巧	176
7.3 立体几何	189
7.3.1 重要知识点	189
7.3.2 题型与技巧	190
7.4 习题	191
一、问题求解	191
二、条件充分性判断	194
附录	197
附录 1 最大公约数与最小公倍数	197
附录 2 十字交叉	198
附录 3 指数函数、对数函数	200
附录 4 配方法	202
附录 5 等比数列求和公式的证明和应用	203



第一章 算术

→ 大纲要求

1. 整数
 - (1) 整数及其运算；
 - (2) 整除、公倍数、公约数；
 - (3) 奇数、偶数；
 - (4) 质数、合数.
2. 分数、小数、百分数
3. 比和比例
4. 数轴与绝对值

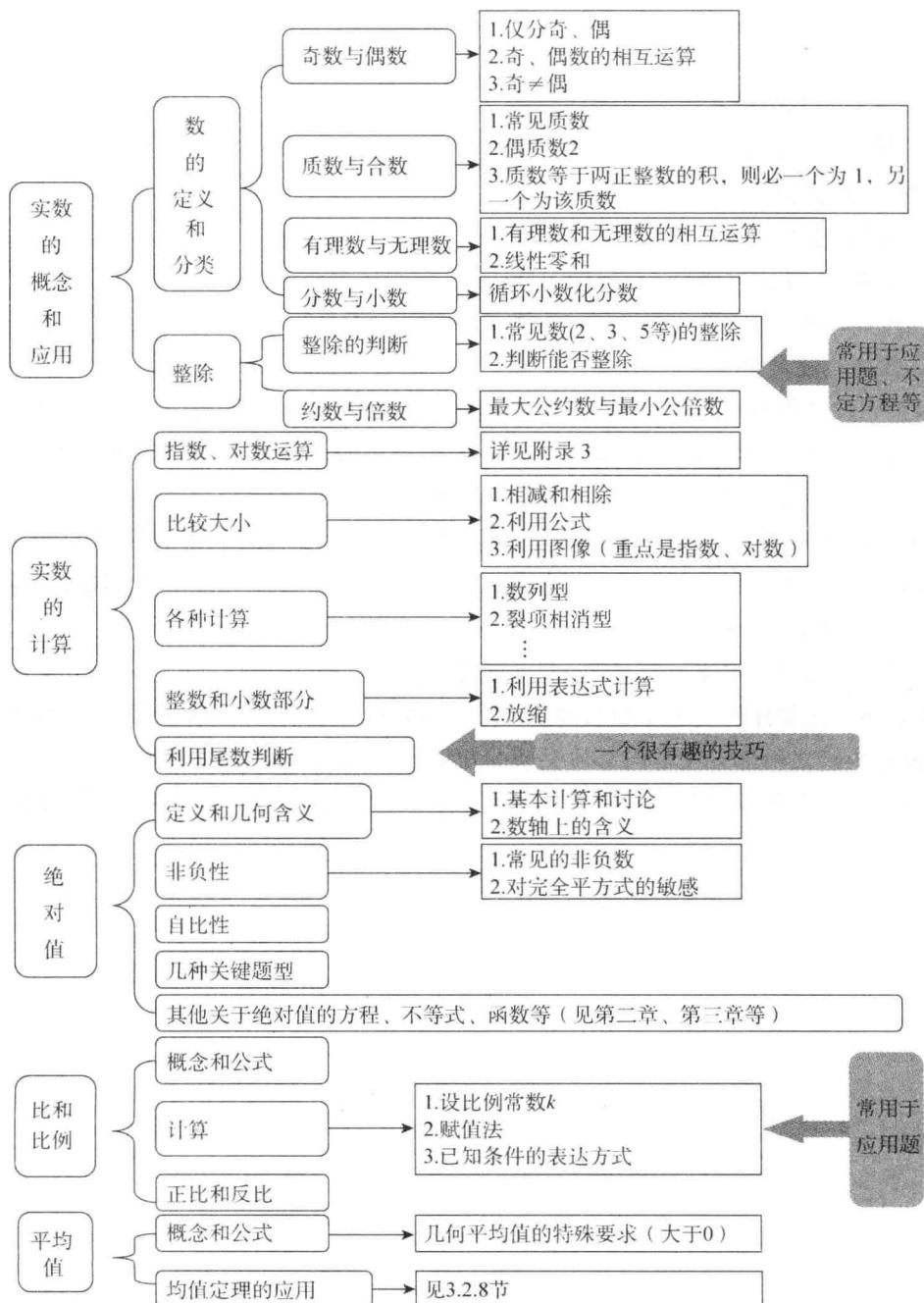
以上系原文引自《全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力考试大纲》(以下简称《大纲》),可以供读者参考. 大纲为我们的复习提供了基本的方向,但在实践中又不能过分地拘泥于大纲或者迷信大纲. 例如, 大纲中没有有理数和无理数的要求,但考试中曾经考查过; 大纲中没有明确提及应用题,但考试中考的最多的就是应用题. 所以,本书的架构以考试的实践为依据,对知识点进行了适当地增删调整,而并不拘泥于大纲的体例.

上述说明适用于本书所有章节,不再重复.

本章内容在每年的真题中直接考查的并不多,从这个角度说,本章属于一般重要的章节. 但其中绝对值部分经常与其他章节的知识联合出题,整数、比例的知识则在应用题中大量地应用,这些知识都是非常重要的,从这个角度说,本章是比较重要的、基础性的章节.



1.1 重要知识点





1.1.1 实数的概念和性质

1.1.1.1 实数的分类及基本概念

(1)自然数是非负整数集,是由正整数和零组成的.注意:自然数包括0.

(2)相邻整数必然一奇一偶.

(3)实数包括有理数与无理数.有理数是能表述为 $\frac{n}{m}$ ($n \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z}^+$)形式的数.而无理数是无限不循环小数.

(4)相反数:只有符号不同的两个数互为相反数.实数 a 的相反数为 $-a$,0的相反数为0,相反数总是成对出现的.

(5)倒数:乘积为1的两个实数互为倒数.只有零没有倒数,其他任何实数都有倒数.

(4)非负数:若数 $a \geq 0$,则称 a 为非负数.常见的非负数有三种: $|a| \geq 0, a^2 \geq 0, \sqrt{a} \geq 0$.若几个非负数之和为0,则这些非负数均等于0.

1.1.1.2 关于整除

(1)倍数、约数:当 a 能被 b 整除时,称 a 是 b 的倍数, b 是 a 的约数.

(2)质数(素数):只有1和它本身两个约数的数.

(3)除了最小质数2是偶数外,其余质数均为奇数.

(4)合数:除了1和它本身之外还有其他的约数的数.任何一个合数都能分解为若干个质数之积.

(5)关于公约数和公倍数,参见附录1.若两正整数的公约数只有1,则称其为互质数.

(6)常见的整除关系:

①能被2整除:个位为0,2,4,6,8,或者说,偶数.

②能被3整除:各位数字之和能被3整除.

③能被5整除:个位为0或5.

④能被9整除:各位数字之和能被9整除.

⑤能被10整除:个位为0.

1.1.2 绝对值

1.1.2.1 绝对值的定义

实数 a 的绝对值用 $|a|$ 表示,

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{当 } a > 0 \text{ 时,} \\ 0, & \text{当 } a = 0 \text{ 时,} \\ -a, & \text{当 } a < 0 \text{ 时.} \end{cases}$$

1.1.2.2 绝对值的几何意义

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.数轴上的点与实数一一对应,数轴



上的点表示的数,右边的总比左边的大.一个实数在数轴上所对应的点到原点的距离就是这个数的绝对值.

1.1.2.3 绝对值的性质

非负性: $|a| \geq 0$.

等价性: $|-a| = |a|$.

自比性: $\frac{a}{|a|} = \frac{|a|}{a} = \begin{cases} 1, & a > 0, \\ -1, & a < 0. \end{cases}$

基本不等式: $|x| > a \Rightarrow x > a$ 或 $x < -a (a > 0)$; $|x| < a \Rightarrow -a < x < a (a > 0)$.

三角不等式: $|a| - |b| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$. 请读者自行讨论其等号成立的条件.

1.1.3 比和比例

(1) 比的定义: 两个数相除, 又叫这两个数的比.

(2) 百分比: 常把比值表示百分数, 称百分数形式的比值为百分比.

(3) 相等的比称为比例, 记作 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

(4) 比例的性质: 对于比例 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 有下列性质:

① 基本性质: $ad = bc$.

② 合比定理: $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

③ 分比定理: $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$.

④ 合分比定理: $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$.

关于比例增减性的关系, 参见【例 1.22】.

(5) 正比和反比: 若 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$, 则称 y 与 x 成正比, k 称为比例系数; 若 $y = kx (k \neq 0)$, 则称 y 与 x 成反比, k 称为比例系数.

1.1.4 平均值和均值定理

(1) 算术平均值: n 个数 x_1, x_2, \dots, x_n 的算术平均值为 $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$.

(2) 几何平均值: n 个正数 x_1, x_2, \dots, x_n 的几何平均值为 $G = \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n}$.

(3) 均值定理: 对于 n 个正数 x_1, x_2, \dots, x_n , 它们的算术平均值不小于它们的几何平均值, 即 $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n}$, 当且仅当 $x_1 = x_2 = \dots = x_n$ 时等号成立.

均值定理的两个重要推论:

(1) $\frac{x_1 + x_2}{2} \geq \sqrt{x_1 x_2}$, 当且仅当 $x_1 = x_2$ 时等号成立.



(2) $x + \frac{1}{x} \geq 2$ ($x > 0$), 当且仅当 $x=1$ 时等号成立.

关于均值定理在不等式中的应用, 见 3.2.8 节.

1.2 题型与技巧

1.2.1 奇数、偶数

【例 1.1】 关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 没有整数根.

(1) a, c 是偶数, b 是奇数. (2) a, b 是偶数, c 是奇数.

【解析】 答案是(B).

对于条件(1), 若其为真, 假设方程有整数根. 设根为偶数, 则 ax^2 为偶数, bx 为偶数, 方程的左边为“偶数+偶数+偶数=偶数”, 在奇偶性上是合理的. 所以该方程并非一定“没有整数根”. 所以条件(1)不充分.

对于条件(2), 若其为真, 假设方程有整数根. 则无论该根是奇数还是偶数, ax^2+bx 一定是偶数(想一想为什么), 则方程的左边为“偶数+偶数+奇数=奇数”, 无论如何不会等于方程右边的偶数 0, 所以上述假设不合理, 该方程不会有整数根. 可见条件(2)是充分的.

渤海点睛

- 整数仅分为奇数和偶数, 也就是说, 整数不是奇数就是偶数.
- 奇数、偶数的相互计算根本不需要记忆, 只要用 1, 2 这两个典型的奇数、偶数试一下即可.
- 奇数永远不会等于偶数, 而最常用的偶数就是方程右侧的 0.

1.2.2 质数、合数

【例 1.2】 记不超过 15 的质数的算术平均值为 n , 则比 n 小且与 n 最接近的整数是 ().

- (A) 10 (B) 7 (C) 6 (D) 8 (E) 9

【解析】 答案是(C).

“不超过 15 的质数”有: 2, 3, 5, 7, 11, 13. 其算术平均值为 $n = \frac{2+3+5+7+11+13}{6} \approx 6.8$.

显然, 答案为 6.

【例 1.3】 已知三个质数的倒数和为 $\frac{1}{3} \frac{879}{495}$, 则这三个质数的和为().

- (A) 1 879 (B) 253 (C) 262 (D) 241 (E) 284

【解析】 答案是(D).