根据教育部最新教学大纲编写

一体化
教案与学案

主编 浦云龙

高二数学

教师为主导

学生为主体

方法为主线

语文出版社

一体化教案与学案

高二数学

主编　浦云龙

语文出版社

YITIHUA JIAO'AN YU XUE AN

一体化教案与学案

高二数学

主编　浦云龙

*

YUWEN CHUBANSHE CHUBAN FAXING

语文出版社出版发行

北京朝阳门南小街 51 号　邮政编码:100010

新华书店经销　　山东·蓬莱印刷厂印刷

*

850×1168 毫米　1/32　印张:11.75　380 千字

1999 年 7 月北京第 1 版　1999 年 7 月第一次印刷

印数:1—20000 册　定价:11.20 元

ISBN 7-80126-551-3/G·370

主　编　浦云龙
作　者　何志奇　陈建新　王　凡
　　　　储一平　范　刚　朱卓君

前　言

伴随着素质教育的浪潮，一场学习的革命已悄然拉开帷幕。教学观念、教学形式、教学内容都在顺应改革的要求而发生变化。传统的教学辅导用书，难以发挥为基础学科教学导向和服务的功能。广大师生企盼着真正实用、反映教学改革新成果新经验、素质教育含金量高的新型教辅用书的出版。

奉献在广大师生面前的这套《一体化教案与学案》是中华人民共和国教育部直属语文出版社经过充分论证，精心策划，组织江苏、浙江地区重点中学的特、高级教师认真编写而成。它体现了这样一种形式结构：教与学合一设计，但以学生为主体，体现教学相长；学与练分层进行，有利于目标教学和分类教学，从而提高教学效益与质量。

教案与学案一体，知识与能力同步，是近年来国内多所重点中学在教学实践中总结出的成功经验。其特点是将“怎么学”与“怎么教”放在一起同步设计，以方法为主线实施教学，使学生掌握基础知识，提高综合能力。同时减轻了教师的备课工作量，节省了学生用于记笔记的时间和精力。一些有名的重点中学正陆续通过“网校”向全国推介。本丛书以全新的视角向广大师生介绍这种符合教学规律的立体化的教学方案。其鲜明的特点反映在以下几个方面：

点——知识点。【知识要点表解】以表解的形式系统归纳梳理各节知识，使其一目了然。此为学科基本文化素质的基石。

线——方法、思路。【方法主线导析】以问题和例解形式将各知识点串起来，进行精辟的讲析。此为学科基本文化素质的构建框架和支柱。

面——能力层面。【能力层面训练】围绕教学目标，根据认知规律将精当的训练题分为知识掌握，能力提高，延伸拓展等层次，循序渐进。此为学科文化素质的基本层面。

体——上述点、线、面构成的立体，教与学相互联动，相互促进，涵盖全部知识点的教学学法设计，抓住重难点的讲练结合编排，使这个主体内充满鲜活而翔实的内容。【单元立体检测】较全面地检查教学效果和学生的智能素质，为教学提供了有效的反馈信息。

本丛书例题和习题的选取充分考虑最新考题走向，既博采众长，又自成系统。各学科体例相对统一，但又根据学科特点和各年级教学实际有所不同，各具特点。

随着考试制度的改革，考试中的变数将越来越多。但是，真正学会了学习，掌握了方法，成为学习的主人，就能从容应试，试用过教案与学案合一的师生已经有了切身的经验体会，并获得巨大成功。编者、出版者、发行界都充满信心极力推荐该套书。让每一位师生都能尽快分享这种成功，这是我们隆重推出本丛书的最大心愿。

该套系列丛书的编辑与出版，得益于教学、出版、发行界一些朋友的热情帮助和大力支持，他们提出了许多很好的建议，在此深表谢意。衷心希望广大师生和教育专家在这套系列书问世后，提出宝贵意见，以便修订时改进。

《一体化教案与学案》系列丛书

编委会

1999.7

目　　录

代数部分

平面解析几何部分

简名	条件	结论
除法	$a>b>0$，$0<c<d$	$\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$
	$a>b>0$	$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$
乘方	$a>b>0$	$a^n>b^n$（$n\in N$）
开方	$a>b>0$	$\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$（$n\in N$，$n>1$）

【方法主线导析】

●学法建议

本节课的重点是不等式的性质，它是解不等式与证明不等式的理论依据，关键是要正确理解和运用. 对不等式的每条性质，要弄清条件与结论，注意条件的加强与放宽，条件与结论的关系.

●释疑解难

1. 不等式的性质与等式的性质有哪些主要区别？

答：在乘除法和乘方开方上差别较大，在等式两边同乘上一个数，等式仍然成立，但在不等式两边同乘上一个数，就要看这个数的符号，如是正数，不等号不变，如是负数，不等号要变向；如是零，应将不等号改成等号. 又如等式 $a=b\neq0\Rightarrow\frac{1}{a}=\frac{1}{b}$，但对于不等式$a>b$，就不能简单地得出：$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$（或$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$）了，在乘方开方中，要在正数条件下才能确保乘方开方后的不等式与原不等式同向，在加减法中，不等式与等式也有所不同，不等式的加减需要注意方向，同向才可相加，异向才能相减，而等式是没有方向的.

2. 对于不等式的乘方与开方要注意什么问题？

答：要注意数的正负，如$a>b>0$时，可推出$a^2>b^2$，但$0>a>b$时，却推出了$b^2>a^2$，而$a>0>b$时就不能确定a^2、b^2的大小了，可见同样是$a>b$，就有完全不同的结果，还要注意指数的奇偶，如对于$a^3>b^3$，只要条件$a>b$就够了，不需要考虑它们的符号，这是由于$y=x^3$是奇函数，它在（$-\infty$，$+\infty$）上是单调递增的原因，对于开方的情况也是类似的，只是当根指数为偶数时，被开方数只能为非负数，情况就简单多了.

●典型题例

例1 若a、b是任意实数，且$a>b$，则 （　　）

(A) $a^2>b^2$　　(B) $\frac{b}{a}<1$

(C) $\lg(a-b)>0$　　(D) $(\frac{1}{2})^a<(\frac{1}{2})^b$

〔**分析**〕 逐个考察各个选项，根据不等式的性质判断真假.

〔**解答**〕 当$a>b>0$时，可得$a^2>b^2$，$\frac{a}{b}<1$，但该题的条件是$a>b$，故$a^2>b^2$，$\frac{a}{b}<1$不一定成立，由$\lg(a-b)>0$，则需$a-b>1$，即$a>b+1$，但由已知$a>b$不能得到$a>b+1$，故(C)不一定成立，对于(D)，可视为指数函数$y=(\frac{1}{2})^x$，当$a>b$时，得$(\frac{1}{2})^a<(\frac{1}{2})^b$，故(D)成立.

例2 比较大小

(1) $m^3-m^2n-3mn^2$与$2m^2n-6mn^2+n^3$　(m、$n\in R$)；

(2) $\frac{3}{7}$与$\log_5 2$.

〔**分析**〕 利用实数的大小与它们的差的关系，可先考虑它们的差，第(2)小题利用对数的运算法则与性质进行变形.

〔**解答**〕 (1) $(m^3-m^2n-3mn^2)-(2m^2n-6mn^2+n^3)$

$=m^3-3m^2n+3mn^2-n^3=(m-n)^3$

当$m=n$时，$(m-n)^3=0$，

$\therefore\ m^3-m^2n-3mn^2=2m^2n-6mn^2+n^3$.

当$m>n$时，$(m-n)^3>0$，

$\therefore\ m^3-m^2n-3mn^2>2m^2n-6mn^2+n^3$.

当$m<n$时，$(m-n)^3<0$，

$\therefore\ m^3-m^2n-3mn^2<2m^2n-6mn^2+n^3$.

(2) $\frac{3}{7}=\log_5 5^{\frac{3}{7}}=\log_5\sqrt[7]{125}<\log_5\sqrt[7]{128}$

$=\log_5 2$.

例3 已知$a>b>0$，$c<d<0$，求证：$\frac{b}{a-c}<\frac{a}{b-d}$.

〔**分析**〕 利用不等式的性质进行证明

证明

$$\left.\begin{array}{l}a>b>0\\c<d<0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}a-c>b-d>0\\a>b>0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}a(a-c)>b(b-d)\\(a-c)(b-d)>0\end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow\frac{a}{b-d}>\frac{b}{a-c}\Rightarrow\frac{b}{a-c}<\frac{a}{b-d}$$

例4 已知$x>0$，$x\neq1$，$f(x)=1+\log_x 3x$，$g(x)=2\log_x 2$，试比较$f(x)$与$g(x)$

的大小.

〔**分析**〕　考虑 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的差，并根据对数的底数 x 进行讨论.

〔**解答**〕　$\because f(x)-g(x)=\log_x 3x-\log_x 4=\log_x \frac{3x}{4}$

若 $\log_x \frac{3x}{4}>0$，则 $\begin{cases}0<x<1\\0<\frac{3x}{4}<1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>1\\\frac{3x}{4}>1,\end{cases}$

解得　$0<x<1$，或 $x>\frac{4}{3}$

若 $\log_x \frac{3x}{4}=0$，则 $x=\frac{4}{3}$

若 $\log_x \frac{3x}{4}<0$，则 $\begin{cases}0<x<1\\\frac{3x}{4}>1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>1\\0<\frac{3x}{4}<1,\end{cases}$

解得 $1<x<\frac{4}{3}$.

故当 $x\in(0,1)\cup(\frac{4}{3},+\infty)$ 时，$f(x)>g(x)$；

当 $x=\frac{4}{3}$ 时，$f(x)=g(x)$；当 $x\in(1,\frac{4}{3})$ 时，$f(x)<g(x)$.

例5　已知 $f(x)=ax^2-c$ 且 $-4\leqslant f(1)\leqslant -1$，$-1\leqslant f(2)\leqslant 5$，求 $f(3)$ 的取值范围.

〔**分析**〕　将 a、c 用 $f(1)$、$f(2)$ 来表示，而 $f(3)$ 又可用 a、c 表示，从而可得出 $f(3)$ 关于 $f(1)$、$f(2)$ 的线性表达式，由条件就可得出 $f(3)$ 的取值范围.

〔**解答**〕　$\because \begin{cases}a-c=f(1)\\4a-c=f(2)\end{cases}$　解得 $\begin{cases}a=\frac{1}{3}[f(2)-f(1)]\\-c=\frac{4}{3}f(1)-\frac{1}{3}f(2)\end{cases}$

$\therefore\quad f(3)=9a-c=\frac{8}{3}f(2)-\frac{5}{3}f(1)$，

$\because\quad -1\leqslant f(2)\leqslant 5$，$\therefore\quad -\frac{8}{3}\leqslant\frac{8}{3}f(2)\leqslant\frac{40}{3}$，

$\because\quad -4\leqslant f(1)\leqslant -1$，$\therefore\quad \frac{5}{3}\leqslant-\frac{5}{3}f(1)\leqslant\frac{20}{3}$，

$\therefore\quad -\frac{8}{3}+\frac{5}{3}\leqslant\frac{8}{3}f(2)-\frac{5}{3}f(1)\leqslant\frac{40}{3}+\frac{20}{3}$，

即 $-1\leqslant f(3)\leqslant 20$.

【能力层面训练】

●知识掌握

1. 若$a>b$，$c>d$，则下面不等式中成立的是 ( )

A. $a+d>b+c$ B. $ac>bd$

C. $\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$ D. $d-a<c-b$

2. a，b 满足$0<a<b<1$，下面不等式中正确的是 ( )

A. $a^a<a^b$ B. $b^a<b^b$

C. $a^a<b^a$ D. $b^b<a^b$

3. 已知$a+b>0$，$b<0$，那么a，b，$-a$，$-b$ 的大小关系是 ( )

A. $a>b>-b>-a$ B. $a>-b>-a>b$

C. $a>-b>b>-a$ D. $a>b>-a>-b$

4. 设$m+n=1$，且$m>n>0$，则四个数$\frac{1}{2}$，m，$2mn$，m^2+n^2 中最大的是 ( )

A. $\frac{1}{2}$ B. m C. $2mn$ D. m^2+n^2

5. 已知$a<b<0$，$c>0$，在下列空白处填上恰当的不等号：

(1) $ad>bd$，则d ________ 0；

(2) $(a-2)c$ ________ $(b-2)c$；

(3) $\sqrt{|a|}$ ________ $\sqrt{|b|}$；

(4) $\frac{c}{a}$ ________ $\frac{c}{b}$.

6. 已知$a<0$，$-1<b<0$，则a，ab，ab^2 的大小关系是__________.

7. 设$-\frac{\pi}{2}<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$，则$\alpha-\beta$ 的取值范围是________.

8. 比较大小：

(1) $3x^2-x+1$ 和 $2x^2+x-1$；

(2) $\frac{1}{4}$，$\log_8\sqrt{3}$，$\log_9\frac{3}{2}$；

(3) $\frac{b}{a}$ 和$\sqrt{\frac{b^2+1}{a^2+1}}$ $(a, b\neq0)$

●能力提高

9. 若$a>b$，$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，求证$a>0$，$b<0$.

10. 若$a>1$，比较$a+\frac{a}{a+2}$与$1+\frac{a-1}{a+2}$的大小.

11. 已知$f(x)=x^m-x^n$，(m，$n\in N$) 且$m>n\geqslant1$，若$x_1>1$，$x_2>1$，且$x_1<x_2$，求证$f(x_1)<f(x_2)$.

12. 不等式$(a^2-1)x^2-(a-1)x-1<0$对任意实数x都成立，求实数a的取值范围.

13. 设$a>b>0$，$m>0$，$n>0$，将$\frac{b}{a}$，$\frac{a}{b}$，$\frac{b+m}{a+m}$，$\frac{a+n}{b+n}$按从小到大的顺序排列.

14. 已知$x^2+(m-3)x+(7-m)=0$的两根都比3大，求实数m的取值范围.

●延伸拓展

15. 已知$1\leqslant a-b\leqslant2$，$2\leqslant a+b\leqslant4$，求$4a-2b$的取值范围.

16. 已知关于x的方程$x^2-5x\log_a k+6\log_a^2 K=0$的两根中较小的根在区间 (1，2) 内，($a>0$且$a\neq1$)，试用$a$表示$k$的取值范围.

第二节 不等式的证明

【知识要点表解】

证明不等式，应以不等式的性质作为推理的依据. 最常用的证明方法有比较法、综合法、分析法，还有分析综合法，现将它们的思路、过程、特点列表如下.

方法	思路	过程	特点
比较法	作差	$a-b>0\Rightarrow a>b$	判断差式的正负
	作商	$\frac{a}{b}>1$ 且 $b>0\Rightarrow a>b$	判断商式与1的大小
综合法	由因导果	$A\Rightarrow A_1\Rightarrow A_2\Rightarrow\cdots\Rightarrow A_n\Rightarrow B$	从已知看可知
分析法	执果索因	$B\Leftarrow B_1\Leftarrow B_2\Leftarrow\cdots\Leftarrow B_n\Leftarrow A$	从未知找需知
分析综合法	两点挤	$A\Rightarrow A_1\Rightarrow A_2\Rightarrow\cdots$ $B\Leftarrow B_1\Leftarrow B_2\Leftarrow\cdots$ C	分析与综合互为前提互为转化

用综合法证明不等式时，要利用一些基本不等式作为基础，常用的基本不等式如下表.

条　件	结　论	等号成立的条件
a，$b\in R$	$a^2\geqslant 0$（或$(a-b)^2\geqslant 0$）	$a=0$（或$a=b$）
a，$b\in R$	$a^2+b^2\geqslant 2ab$	$a=b$
a，$b\in R^+$	$\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$	$a=b$
$ab>0$	$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2$	$a=b$
a，b，$c\in R^+$	$a^3+b^3+c^3\geqslant 3abc$	$a=b=c$
a，b，$c\in R^+$	$\frac{a+b+c}{3}\geqslant\sqrt[3]{abc}$	$a=b=c$

●学法建议

证明不等式应重点掌握上述几种基本方法.此外，还有一些其他方法，这些方法常常涉及到换元，配方，放缩，函数的单调性，有界性，函数的图象，一元二次方程的判别式，反证等方面的知识.在证不等式时要弄清题意，既要重视基本方法的运用，又要能选择其他的证法.

●释疑解难

1. 求商比较法证明不等式时，要注意什么问题？

答：在使用求商比较法时，作为除式的式子的值，要有确定的符号，应特别注意它为负值时的情况.例如，$\frac{a}{b}<1$，当$b<0$时，应为$a>b$.

2. 在利用算术平均数与几何平均数的关系求某些函数的最大值、最小值时，应注意什么？

答：简单地说要做到“一正，二定，三相等”，即函数式中的各数（将函数式看成是这些数的和或积）必须是正数；函数式中含变量的各数的积或和必须是常数（定值）；各数相等时等于号才能成立，此时得的函数值才是函数的最小值或最大值.

3. 运用放缩法证明不等式时，有哪些技巧？

答：用放缩法证不等式其实质是进行不等变换.通常有：(1) 以小换大或以大换小；(2) 合项或添项；(3) 分式中放缩分子或分母，也可分子、分母同时按相反方向放缩等，从形式上看有局部放缩，整体放缩，逐项放缩等，不管何种放缩都须注意放缩应适度.

●典型题例

例1 （1）已知a，$b\in R^{+}$，且$a\neq b$，求证：$a^4+b^4>a^3b+ab^3$；

（2）已知$a>b>c>0$，求证：$a^{2a}b^{2b}c^{2c}>a^{b+c}b^{c+a}c^{a+b}$.

〔**分析**〕 都可以用比较法来证明，对（1）可采用作差法，对于（2），由于两边都是积的形式更适用作商法.

证明 （1） $a^4+b^4-(a^3b+ab^3)$

$=a^3(a-b)+b^3(b-a)$

$=(a-b)^2(a^2+ab+b^2)$

$\because$ a，$b\in R^{+}$且$a\neq b$，

$\therefore$ $(a-b)^2>0$，$a^2+ab+b^2>0$，

$\therefore$ $(a-b)^2(a^2+ab+b^2)>0$

$\therefore$ $a^4+b^4>a^3b+ab^3$.

（2） $\dfrac{a^{2a}b^{2b}c^{2c}}{a^{b+c}b^{c+a}c^{a+b}}$

$=\dfrac{a^{2a}}{a^{b+c}}\cdot\dfrac{b^{2b}}{b^{c+a}}\cdot\dfrac{c^{2c}}{c^{a+b}}$

$=a^{(a-b)+(a-c)}b^{(b-c)+(b-a)}c^{(c-a)+(c-b)}$

$=(\dfrac{a}{b})^{a-b}(\dfrac{b}{c})^{b-c}(\dfrac{c}{a})^{c-a}$

$\because$ $a>b>0$，$\therefore$ $\dfrac{a}{b}>1$，$a-b>0$

$\therefore$ $(\dfrac{a}{b})^{a-b}>1$，

同理$(\dfrac{b}{c})^{b-c}>1$，$(\dfrac{a}{c})^{a-c}>1$

$\therefore$ $\dfrac{a^{2a}b^{2b}c^{2c}}{a^{b+c}b^{c+a}c^{a+b}}>1$，

即$a^{2a}b^{2b}c^{2c}>a^{b+c}b^{c+a}c^{a+b}$.

例2 已知a，b，c都是非负实数，求证：

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{b^2+c^2}+\sqrt{c^2+a^2}\geqslant\sqrt{2}(a+b+c)$$

〔**分析**〕 利用基本不等式$a^2+b^2\geqslant 2ab$，采取综合法.

证明 $\because$ $a^2+b^2\geqslant 2ab$

$\therefore$ $a^2+b^2=\dfrac{a^2+b^2+a^2+b^2}{2}\geqslant\dfrac{a^2+b^2+2ab}{2}=\dfrac{(a+b)^2}{2}$

$\because$ a、$b\geqslant 0$，$\therefore$ $a+b\geqslant 0$

$\therefore$ $\sqrt{a^2+b^2}\geqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2}(a+b)$