

根据教育部学科教学内容最新调整方案修订

向45分钟要效益

名师设计 精讲精练
(与试验本新教材同步)

高中数学 一

南京师范大学出版社

修订本

系列丛书

向 45 分钟要效益

(修订版)

高中数学精讲精练(一)

(与试验本新教材同步)

南京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中数学精讲精练(一)/《向45分钟要效益》丛书编委会编著.—2版(修订本).—南京:南京师范大学出版社,1997.7

(向45分钟要效益)

ISBN 7-81047-092-2 / G·48

I. 高… II. 向… III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 19902 号

南京师范大学出版社出版发行

(江苏省南京市宁海路 122 号 邮编 210097)

江苏省新华书店经销 南京京新印刷厂印刷

*

开本 850×1168 1/32 印张 16.25 字数 408 千

2000 年 8 月第 3 版 2000 年 8 月第 2 次印刷

定价:16.00 元

(南京师大版图书若印、装错误可向承印厂退换)

系列丛书

向 45 分钟要效益

(高中部分)

编委会主任:张留芳

编委:(以姓氏笔画为序)

王仁元	王政红	王欲祥	白 莉
许可正	孙宏杰	陈志裕	张留芳
张德钧	庞 宏	金立建	周叔范
周海忠	岳燕宁	喻旭初	高朝俊
黄 允			

高中数学精讲精练(一)

主 编:祁建新

副主 编:陆云泉 周建勋

编写人员:陈江辉 李洪祥 夏建新

祁建新 陆云泉 周建勋

再版说明

《向 40 分钟要效益》(适用小学)、《向 45 分钟要效益》(适用中学)问世以来,风行大江南北、城市乡村,许多学校把它作为教学的必备书。数以千计的读者来信,讲述了许多令人感动的故事。譬如,有的边远乡村的学生为了买到这套书,步行几十千米;有的学生为了得到这套书,不惜卖掉自己收藏多年的珍品邮票;有的贫困地区几个同学合买一套,相互传阅,共同研讨;有的同学热情来信质疑指错……

正是因为广大读者的厚爱,这套丛书已经成为南京师范大学出版社的品牌书。它被评为全国优秀教育畅销书;在长春举行的全国第八届书市上,荣登销售排行榜第七名,是排行榜前十名中唯一的教育类图书;在 1998 年西安全国第九届书市上,这套书再展雄风,继续受到书业界的青睐。

近几年来,素质教育的观念日渐深入人心。在这样的背景下,《向 45 分钟要效益》丛书畅销全国,当非偶然。我们认为,如何提高学生的学科文化素质,是素质教育中远未解决的重大问题之一。这套丛书试图在这个问题上有所突破,把功夫下在准确把握教材和设计精当的练习上,这无疑对提高学科教学质量大有帮助。众多特级教师的参与,使这套丛书不时闪烁出智慧和经验的火花。因而,这套丛书既适合自学又便于自练,令莘莘学子一旦接触便爱不释手。种瓜得瓜,种豆得豆,诚哉斯言!

2000 年,试验本修订版在九省一市推广使用。我们立即根据新的大纲要求和教学内容的调整情况,着手《向 45 分钟要效益》的修订再版工作。编著者经过几个月的认真梳理,使这套书又以新

的面目呈现在广大读者面前。

一套书要经得过读者和时间的考验,在知识爆炸、竞争激烈的今天,诚非易事。但我们相信,经过编著者、书业界和广大读者的共同努力与相互理解,《向 40 分钟要效益》、《向 45 分钟要效益》系列丛书,会在书店里、课堂上以及人们的话语中保持长久的身影。藉此再版的机会,谨向广大读者和书业界的朋友们,表示衷心的感谢!

南京师范大学出版社

2000 年 8 月

修订版前言

本书内容以全日制高级中学数学教学大纲为依据,与“人教版”高中数学教材(试验本修订版)同步,旨在帮助高中学生更好地掌握数学基础知识、基本技能和基本方法,顺利通过高中阶段的数学会考以及高等学校招生考试。

全书共分精讲、精练、参考答案三部分,覆盖高一数学的全部内容,精讲部分配有“重点精讲”、“本章小结”两个栏目,前者以节为单位,逐节对教材中学习的重点、难点以及容易出错的内容进行简要阐述,并通过典型例题的分析、评述,对数学概念、定理的理解和应用以及解题技巧等进行具体的指导;后者出现在章末,它系统地分析了本章的知识要点,具有提纲挈领的作用,并通过“典型例题”的讲解将全章知识融入其中,读后能起到举一反三的效果。精练部分包括“习题精练”、“阶段检测”和“习题精选”。“习题精选”按节编排,题量、难度适中,是对本节所学知识的同步消化;“习题精选”出现在每章小结之后,题目综合性强,知识覆盖面广;“阶段检测”含有A组和B组试题,A组用于学完每一章后的复习巩固,B组有一定难度,可供进一步提高。全书最后附有参考答案,供学习时参考。

全书紧扣教学大纲和教材,突出重点,抓住难点,以精讲和精练为主线贯穿每一知识点。我们力图通过这种讲练结合的编排,能使这本书为高中数学教学“向45分钟要效益”提供有益的参考。

这次修订再版,一方面根据教育部关于调整教学内容和教学要求的指示精神,删减了有关内容;另一方面在此基础上根据“人

教版”(试验本修订版)对全书进行了全部修订,力求使所讲解内容和习题,跟上现代教育改革的步伐,使本书的内容更为精练、更为实用.

本书由祁建新任主编,陆云泉、周建勋任副主编,参加编写的有陈江辉、李洪祥、夏建新、祁建新、陆云泉、周建勋.

由于编者水平有限,书中错误和疏漏之处在所难免,期望广大师生指正.

编 者

2000 年 8 月

目 录

第一章 集合与简易逻辑

1.1 集合	(1)
1.2 子集、全集、补集	(5)
1.3 交集、并集	(10)
1.4 含绝对值的不等式解法	(18)
1.5 一元二次不等式	(24)
1.6 逻辑联结词	(35)
1.7 四种命题	(41)
1.8 充分条件与必要条件	(48)
1.9 本章小结	(54)
阶段检测	(67)

第二章 函数

2.1 映射	(75)
2.2 函数	(80)
2.3 函数的单调性和奇偶性	(92)
2.4 反函数	(105)
2.5 指数	(116)
2.6 指数函数	(122)
2.7 对数	(134)
2.8 对数函数	(141)
2.9 函数的应用举例	(155)
2.10 本章小结	(163)
阶段检测	(169)

第三章 数列

3.1 数列	(176)
3.2 等差数列	(184)
3.3 等差数列前 n 项和	(191)
3.4 等比数列	(200)
3.5 等比数列前 n 项和	(207)
3.6 研究性课题:分期付款中的有关计算	(216)
3.7 本章小结	(216)
阶段检测	(230)

第四章 三角函数

4.1 角的概念的推广	(237)
4.2 弧度制	(245)
4.3 任意角的三角函数	(255)
4.4 同角三角函数的基本关系式	(268)
4.5 正弦、余弦的诱导公式	(283)
4.6 两角和与差的正弦、余弦、正切	(294)
4.7 二倍角的正弦、余弦、正切	(317)
4.8 正弦函数、余弦函数的图像和性质	(328)
4.9 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像	(343)
4.10 正切函数的图像和性质	(352)
4.11 已知三角函数值求角	(357)
4.12 本章小结	(362)
阶段检测	(380)

第五章 平面向量

5.1 向量	(387)
5.2 向量的加法和减法	(392)
5.3 实数与向量的积	(400)
5.4 平面向量的坐标运算	(409)

5.5	线段的定比分点	(415)
5.6	平面向量的数量积及运算律	(422)
5.7	平面向量数量积的坐标表示	(429)
5.8	平移	(434)
5.9	正弦定理、余弦定理.....	(439)
5.10	解斜三角形应用举例.....	(452)
5.11	实习作业.....	(460)
5.12	本章小结.....	(466)
	阶段检测.....	(476)
	参考答案.....	(481)

第一章 集合与简易逻辑

1.1 集 合

● 重点精讲

1. 集合的概念.

①某些指定的对象集在一起就成为一个集合,也简称集.

②集合有三个特性.

确定性:任意给定的一个对象,都可判定它是不是某一给定集合的元素.如: π ,它属于实数集,即 π 为 $\mathbf{R}$ 的一个元素,但 π 不是有理数集的元素.

互异性:给定的集合中如果有两个或两个以上元素,那么,这集合中任两个元素都是不相同的对象(即任一集合中,元素没有重复现象).

无序性:在一个集合里,不考虑元素之间的顺序.如:集合 $\{a, b, c\}$ 与 $\{b, a, c\}$ 及 $\{b, c, a\}$ 表示同一个集合.

2. 集合的表示法.

列举法:把集合中的每一个元素列举出来.如:不大于 8 的正奇数集合,可表示为 $\{1, 3, 5, 7\}$. 当集合中的元素较少时,可用列举法.

描述法:把集合的元素的公共属性描述出来,写在大括号内的方法.

例如:不大于 18 的正偶数集合,可表示为 $\{x | 2 \leq x \leq 18, x \text{ 是偶数}\}$,其特点简洁明了.

3. 集合与元素的关系.

集合符号常用大写的拉丁字母表示,如 A, B 等.

元素符号常用小写的拉丁字母表示,如 a, b 等.

$\mathbf{N}$ 为非负整数集. $\mathbf{N}_+$ 或 $\mathbf{N}^*$ 表示自然数集. $\mathbf{Z}$ 表示整数集. $\mathbf{Q}$ 表示有理数集. $\mathbf{R}$ 表示实数集. 这些专用集合符号必须熟记.

元素 a 属于集合 P 可记作 $a \in P$.

元素 a 不属于集合 P 可记作 $a \notin P$.

有限集、无限集的定义应理解掌握.

例 1 用列举法表示下列集合.

(1) 不大于 10 的质数集合;

(2) $\{x \mid 2 \leq x \leq 9, x \text{ 为偶数}\}$.

解: (1) 不大于 10 的质数集合是 $\{2, 3, 5, 7\}$.

(2) $2 \leq x \leq 9$, 又 $\because x$ 为偶数,

$\therefore x$ 为 2, 4, 6, 8. 答案为 $\{2, 4, 6, 8\}$.

例 2 用描述法表示下列集合.

(1) 正偶数集合;

(2) 被 3 除余 1 的整数集合;

(3) 坐标平面内不在第一、三象限的点集.

解: (1) $\{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{N}_+\}$.

(2) $\{x \mid x = 3n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$.

(3) $\{(x, y) \mid xy \leq 0\}$.

例 3 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空.

(1) 0 $\mathbf{N}$, -1 $\mathbf{N}$, $\sqrt{3}$ $\mathbf{N}$, $\frac{1}{3}$ $\mathbf{N}$;

$$(2) 0 \text{ --- } \emptyset, -\frac{1}{2} \text{ --- } \mathbf{Q}, \pi \text{ --- } \mathbf{Q}, \sqrt{2} \text{ --- } \mathbf{R};$$

$$(3) \sqrt{3} \text{ --- } \{x | x \leq 2\};$$

$$(4) (1, 2) \text{ --- } \{(x, y) | y = x + 1\}.$$

解: (1) $\in, \notin, \notin, \notin$.

(2) $\notin, \in, \notin, \in$.

(3) $\because \sqrt{3} < 2, \therefore \sqrt{3} \in \{x | x \leq 2\}$.

(4) 点 $(1, 2)$ 在直线 $y = x + 1$ 上, 而 $\{(x, y) | y = x + 1\}$ 表示直线 $y = x + 1$ 上的点集, 故 $(1, 2) \in \{(x, y) | y = x + 1\}$.

注意: $\{x | x \leq 2\}$ 表示小于或等于 2 的实数集, 大括号内 $x \in \mathbf{R}$ 一般可以省略, 即 $\{x | x \leq 2, x \in \mathbf{R}\} = \{x | x \leq 2\}$.

集合是一种数学语言, 因此, 学习集合时, 要先理解集合表示的内容及意义, 要从语言的角度来学习集合.

例 4 已知 $x \in \mathbf{N}$, 则方程 $x^2 + x - 2 = 0$ 的解集是().

(A) $\{x | x = 2\}$

(B) $\{x | x = 1 \text{ 或 } x = -2\}$

(C) $\{x | x = 1\}$

(D) $\emptyset$

解: 由题意得: $(x - 1)(x + 2) = 0$, 但 $x \in \mathbf{N}$, $\therefore x = 1, x = -2$ (舍去), 选(C).

例 5 用集合表示方程组 $\begin{cases} x + y = 1, \\ x - y = -1 \end{cases}$ 的解.

解: 易得 $\begin{cases} x = 0, \\ y = 1. \end{cases}$

故原方程组的解集为 $\{(x, y) | \begin{cases} x = 0, \\ y = 1 \end{cases}\}$.

注: 例 5 的结果也可表示为平面上的点集 $\{(0, 1)\}$, 把 $x + y = 1, x - y = -1$ 看成两直线.

例 5 的结果用描述法表示即为 $\{(x, y) | x=0, \text{且 } y=1\}$.

例 6 在实数 $x, -x, |x|, \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3}$ 中选若干数组成集合 P , P 中元素的个数最多有几个?

解: $\because |x| = \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3} = -x$.

$\therefore x > 0$ 时(或 $x < 0$)这列数仅表示两个不同的数,故 P 中元素的个数最多有 2 个.

● 习题精练

一、选择题:

1. 下面四个命题正确的是().

(A) 10 以内的质数集合是 $\{0, 3, 5, 7\}$

(B) “个子较高的人”不能构成集合

(C) 方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的解集是 $\{1, 1\}$

(D) 偶数集为 $\{x | x = 2k, x \in \mathbf{N}\}$

2. 下面的结论正确的是().

(A) $ax \in \mathbf{Q}$, 则 $a \in \mathbf{N}$

(B) $a \in \mathbf{N}$, 则 $a \in \{\text{自然数}\}$

(C) $x^2 - 1 = 0$ 的解集是 $\{-1, 1\}$

(D) 正偶数集是有限集

二、填空题:

3. 设 $P = \{x | x \leq \sqrt{15}\}$, $m = 3\sqrt{2}$, 则 m _____ P .

4. 0 _____ $\emptyset$.

5. 1 _____ $\{x | x = -a^2 + 1, a \in \mathbf{N}_+\}$.

6. 设直线 $y = 2x + 3$ 上的点集为 P , 则 $P =$ _____.

点 $(2, 7)$ 与 P 的关系为 $(2, 7)$ _____ P .

7. 集合 $\{x | 8 < x < 12, x \in \mathbf{N}\}$, 用列举法可表示为 _____.

三、解答题:

8. 已知 $A = \{(x, y) | y = 2x - 1\}$, $B = \{(x, y) | y = x + 3\}$, $a \in A, a \in B$, 求 a .

9. 已知 $P = \{x | 2 < x < k, x \in \mathbf{N}\}$, 若集合 P 中恰有 3 个元素, 求 k .

10. 已知集合 $A_1 = \{0\}$, $A_2 = \{(x, y) | y^2 = -x^2, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, $A_3 = \{x | 2x^2 + 3x - 2 = 0\}$, $A_4 = \{y | y = -x^2 - 2x - 1, y \in \mathbf{N}\}$, 所给集合中有空集吗? 若有, 请说明理由.

11. 已知集合 $P = \{x | x^2 - 2x + k = 0\}$, 若集合 P 中的元素少于两个, 求 k .

1.2 子集、全集、补集

● 重点精讲

1. 有关概念.

①对于两个集合 A 与 B , 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 则集合 A 是集合 B 的子集, 记作 $A \subseteq B$ (也可说集合 A 包含于集合 B 或集合 B 包含集合 A).

②如果 A 是 B 的子集, 即 $A \subseteq B$ 且 $A \neq B$, 则集合 A 是集合 B 的真子集, 记作 $A \subsetneq B$.

③如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素, 这个集合就可以看作一个全集 (全集可由我们自由规定, 有时 $\mathbf{R}$ 为全集, 有时 $\mathbf{Q}$ 为全集……).

④设 S 是一全集, A 是 S 的一个子集, 由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合叫做 S 中子集 A 的补集, 记作 $\complement_S A$, 即 $\complement_S A = \{x | x \in S, \text{且 } x \notin A, A \subseteq S\}$.

2. 注意点.

①要证明两集合 A 与 B 相等,必须分两步证.先证 $A \subseteq B$,再证 $B \subseteq A$.

即:对于集合 A 与 B ,若 $A \subseteq B$,且 $B \subseteq A$,则 $A = B$.

②集合的包含关系具有传递性.

即:若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 A 也为 C 的子集($A \subseteq C$).

③任一集合是自己的子集,空集 $\emptyset$ 是任何集合的子集,空集 $\emptyset$ 是任何非空集合的真子集.

④两集合之间绝不能用 $\in$ 或 $\notin$ 连接.

⑤要学会用数轴及韦恩图来分析有关复杂的集合问题.

例 1 设 $P = \{x | x \leq 8\}$, $a = \sqrt{61}$,则下列关系中,正确的是 ().

(A) $a \subseteq P$ (B) $a \notin P$ (C) $\{a\} \in P$ (D) $\{a\} \subset P$

解: $\because 8 = \sqrt{64} > \sqrt{61}, \therefore a \in P$,故 $\{a\} \subseteq P$,选(D).

注意:(A)用错了符号,“ $\subseteq$ ”只能连结集合与集合.

例 2 已知 $P = \{x | 2 \leq x \leq 6\}$, $Q = \{x | a \leq x \leq a + 1\}$,若 $Q \subseteq P$,求 a 的范围.

解:由题意可知 $\begin{cases} a \geq 2, \\ a + 1 \leq 6, \end{cases}$ 即 $2 \leq a \leq 5$ (所求的 a 的范围也可表示为 $\{a | 2 \leq a \leq 5\}$).

例 3 集合 $\{s, t\}$ 的子集有几个?

解: $\{s, t\}$ 的子集有三类:

第一类:子集 $\{s\}, \{t\}$;

第二类:子集 $\{s, t\}$;

第三类:子集 $\emptyset$.