

试验结构动力学

[美] Robert E. Coleman 著
Randall J. Allemang

刚宪约 杨茂洪 译
杨智春 审校

试验结构动力学

[美] Robert E. Coleman 著
Randall J. Allemang

刚宪约 杨茂洪 译



清华大学出版社
北京

Experimental Structural Dynamics

Robert E. Coleman

ISBN: 1-4184-1137-X(e)

Copyright © <2004> by Author House All rights reserved.

版权所有,侵权必究。侵权举报电话: 010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

试验结构动力学/(美)科尔曼(Coleman, R. E.)等著;刚宪约,杨茂洪译. --北京:清华大学出版社, 2012. 12

书名原文: Experimental Structural Dynamics

ISBN 978-7-302-30914-7

I. ①试… II. ①科… ②刚… ③杨… III. ①结构动力学 IV. ①O342

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第291784号

责任编辑: 杨倩 赵从棉

封面设计: 傅瑞学

责任校对: 刘玉霞

责任印制: 李红英

出版发行: 清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址: 北京清华大学学研大厦A座 邮 编: 100084

社总机: 010-62770175 邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印装者: 北京鑫海金澳胶印有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 175mm×245mm 印 张: 9.25 字 数: 179千字

版 次: 2012年12月第1版 印 次: 2012年12月第1次印刷

印 数: 1~3000

定 价: 25.00元

产品编号: 047831-01

关于 本书

经常会发现这样的现象,许多在实验室或设计部门工作的工程师很少用到大学所学的数学工具,然而一旦遇到振动问题,往往由于对振动过程的机理缺乏深入的理解而感到束手无策。本书的目的就是为工程技术人员建立振动问题与数学工具之间的桥梁,从较低的起点出发,循序渐进地讨论振动问题的一般理论方法,最终利用特征向量和傅里叶变换建立起对振动问题更为成熟的数学分析方法。

本书不是从特征值问题的角度来讨论结构的模态振型,而是根据二维、三维空间中的坐标变换更直接简单地阐述了这一概念,可以帮助读者更好地从矩阵算子的角度来理解模态矩阵在模态分析中的作用,最终直接推导出频率响应函数的相关公式。

通过本书,工科专业本科生、研究生和工程技术人员不但可以更好地理解、掌握振动问题的分析方法,而且还可以不时地发现一些新的观点和方法。例如将模态力看作一个逆变向量,可以更清楚地理解物理频响函数与模态频响函数之间的关系。

感谢原著 NASA 资深研究学者 Robert E. Coleman 的授权和辛辛那提大学结构动力学试验室教授 Randall J. Allemang 的修正补充。Randall J. Allemang 教授为本书的出版提供了必不可少的贡献,没有他的帮助也许根本就不会有修订版。他是辛辛那提结构动力学试验室的创始者,其在试验模态分析领域中的地位也是世界上最权威的,因此能邀请到他参与本书的修订起草是非常幸运的。Randall J. Allemang 教授在模态参数辨识方面的工作是对 Robert E. Coleman 原著的有益补充,也是试验结构动力学必不可少的组成部分。因此本书将两位资深学者的工作结合在一起翻译出版,希望对广大读者有所裨益。感谢山东理工大学副教授刚宪约老师和德国 m+p 国际公司杨茂洪先生的翻译修正,感谢西北工业大学航空结构工程系教授杨智春老师细致深入的审校。

目 录

第 1 章 振动的基本概念	1
1.1 引言	1
1.2 简谐振动	1
1.3 振动速度的正弦和余弦函数描述	5
1.4 振动加速度的正弦函数描述	7
1.5 速度和加速度的幅值	8
第 2 章 振动输入和响应	10
2.1 基础运动激励下单自由度系统的共振响应	10
2.2 基础猝发正弦激励	12
2.3 基础正弦扫频激励	13
2.4 幅值放大因子随激励频率的变化关系	16
2.5 响应与激励的相位差随激励频率的变化关系	17
第 3 章 信号处理	19
3.1 采样(抽样)定理	19
3.2 正弦信号的叠加	22
3.3 傅里叶分析	23
3.4 在 FFT 变换中考虑相位角	25
3.5 FFT 的相关运算	28
第 4 章 物理坐标与模态坐标	32
4.1 广义物理坐标	32
4.2 广义模态坐标	34
4.3 模态振型叠加	37
4.4 坐标变换	38

4.5	二自由度系统的模态	39
4.6	标量不变量	40
4.7	物理坐标变换到逆变模态坐标	43
4.8	矩阵算子	45
4.9	矩阵算子的变换	46
第5章	结构的自由振动	50
5.1	动力学方程的特征值与特征向量	50
5.2	逆变特征向量	51
5.3	二自由度系统的特征值问题求解	53
5.4	二自由度系统的进一步研究	60
5.5	特征值方程的矩阵算子描述	62
第6章	试验动力学方程	64
6.1	动力矩阵	64
6.2	频响函数矩阵	66
6.3	模态频响函数	69
6.4	模态坐标系中的运动微分方程	71
6.5	模态频响函数的深入分析	75
第7章	模态频响函数叠加	81
7.1	模态力与模态响应	81
7.2	多模态力叠加	83
7.3	模态响应的叠加	84
7.4	模态频响函数的叠加	85
7.5	模态频响函数的虚部	88
7.6	标定模态质量和模态系数	89
7.7	H 和 Ψ 的应用	91
第8章	试验模态分析概述	93
8.1	试验建模	93
8.2	直接峰值辨识法	94
8.3	直接峰值辨识法存在的问题	95
8.4	试验模态分析的背景	98

8.5	曲线拟合	98
8.6	模态辨识方法的分类	102
第9章	奈奎斯特圆模态辨识方法	105
9.1	奈奎斯特圆的模态振型辨识方法	105
9.2	模态振型的最小二乘解	107
9.3	奈奎斯特圆的共振频率辨识方法	109
9.4	奈奎斯特圆阻尼比辨识方法	110
9.5	改进的奈奎斯特圆阻尼比辨识方法	111
第10章	基于矩阵多项式统一模型的模态参数辨识算法	113
10.1	模态参数辨识的基本概念	114
10.2	矩阵多项式统一模型	116
10.3	模态参数辨识的两阶段线性求解过程	118
10.4	构造多项式系数矩阵的线性方程	119
10.5	第一阶段:模态频率与模态参与向量的辨识	123
10.6	第二阶段:留数的辨识	124
10.7	模型阶数的确定	127
10.8	改善频域高阶算法的数值稳定性	132
附录A	频响函数的奈奎斯特圆方程	135
A.1	频响函数的奈奎斯特圆	135
A.2	奈奎斯特圆的数学方程	136
附录B	奈奎斯特圆共振频率定位方法	138

振动的基本概念

1.1 引言

本书主要讲述结构的振动。这里所指的结构,可以从电视机、计算机等电子设备,到轿车、卡车、火车、飞机、火箭等载运工具,还可以是桥梁或高楼大厦等大型结构。如果没有采取适当的措施,这些结构都有可能由于机械振动产生损伤,甚至失效。例如,飞机在飞行过程中,空气动力载荷会引起结构振动,在飞机设计时,需要做大量的分析和测试来使其达到设计的结构特性以承受飞行中遇到的空气动力载荷。汽车在高速行驶时,不但会受到来自发动机和路面的振动和噪声激励,车身表面还受到紊流的激励作用。为了减少和避免汽车部件的振动失效,提高整车的乘坐舒适性,在汽车设计时必须充分考虑整车的振动特性。

对于大多数结构,其振动过程非常复杂,人们可能难以理解和掌握。但实践证明,复杂结构的复杂振动过程都可以分解成若干相对简单的基本振动过程的叠加。

这里首先介绍简单的基本振动过程——简谐振动,然后在此基础上在后续章节中循序渐进地分析复杂结构的复杂振动过程。但是由于篇幅所限,本书仅讨论线性结构系统的振动,并作如下假设:

- (1) 所有结构位移均为小位移,不改变结构的原始构型;
- (2) 结构的质量、刚度、阻尼特性保持恒定,与时间历程和结构变形无关。

1.2 简谐振动

从最简单的结构自由振动开始讨论。图 1.1 所示是一个弹簧-质量系统:弹簧一端固定,另一端连接一个集中质量块,质量块处于自由振动状态。初始时将质量块从平衡位置向上移动到某个位置,在该位置释放质量块,在弹簧的拉力作用下,质量块向下加速运动;通过平衡位置后质量块继续向下运动,弹簧不断受到压缩;到达最低位置后弹簧向上的推力使质量块加速向上,再次通过平衡位置后质量块减速向上,直到到达初始释放位置时速度减为零。此后,质量块重复刚才的振荡运动过程。在图 1.1 中以实线来表示质量块的连续运动,并给出了质量块在一些关键

时刻点的瞬间位置。本例中质量块的振荡周期是 1s ，在没有外界影响，如摩擦和人为干预的情况下，质量块会按照这种方式无休止地继续振荡下去。

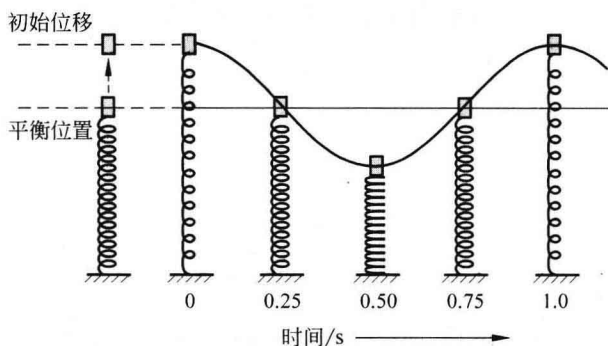


图 1.1 初始位移引起的单自由度系统的自由振动

下面具体分析图 1.1 中质量块在各个关键时刻点的运动。

在 0s 时，质量块被释放的瞬间，弹簧的拉力使质量块产生向下的加速度，而此时它的速度为零，质量块仍处于初始静止状态。因此在 0s 时，质量块有最大的正向位移，速度为零，加速度为负向最大（向下）。

在 0.25s 时，质量块回到平衡位置，位移为零，但质量块向下的速度达到最大值。平衡位置处，质量块所有外力合力为零，因此其加速度为 0 ，质量块依靠惯性通过平衡位置，此后，质量块压缩弹簧，弹簧开始阻止质量块向下运动。

在 0.5s 时，质量块在持续压缩弹簧后，弹簧力克服了质量块的动量，质量块的速度减小为零，向下运动停止。此时质量块有最大的负向位移，速度为零，压缩弹簧向上的推力使质量块产生正向（向上）的最大加速度。

在弹簧推力的作用下，质量块加速向上。在 0.75s 时，弹簧再次回到平衡位置，弹簧作用力变为零，因而质量块的加速度也减小为零，同时质量块的位移为零，速度达到正向最大。

最后，在 1.0s 时刻，质量块在其惯性和弹簧力作用下又回到正向最大位移位置，完成一个振动周期。此时质量块的状态与被释放时的初始状态相同：具有最大正向位移、零速度和最大负向加速度。

图 1.1 是一个最简单的弹簧-质量系统在初始位移作用下进行自由振动的例子，现在我们来讨论在初始速度作用下的自由振动问题。图 1.2 所示为弹簧-质量系统处于静平衡状态，用一个锤子突然敲击质量块使之获得向上的速度。假定锤子敲击过程时间非常短，质量块在瞬间获得了最大初速度。

下面分析图 1.2 所示系统的运动过程。

在 0s 时质量块的位移为零，速度为正的最大值，加速度为零（不考虑锤击瞬间

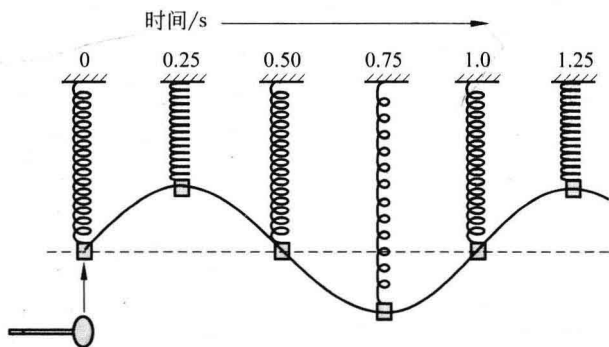


图 1.2 初始速度引起的单自由度系统的自由振动

的速度变化);在 0.25s 时质量块的位移为正向最大值,速度为零,加速度为负向最大值;在 0.5s 时质量块的位移为零(回到平衡位置),速度为负向最大值,加速度为零。在 0.75s 时质量块的位移为负向最大值,速度为零,加速度为正向最大值,随后至 1.0s 时质量块重新回到平衡位置,具有与初始状态相同的状态——零位移、最大正向速度和零加速度。

对于振动系统中质量块的运动,主要分析其位移、速度或加速度随时间的变化规律。图 1.3 用实线绘出了图 1.2 中的质量块受到敲击之后 5 个周期的位移曲线。

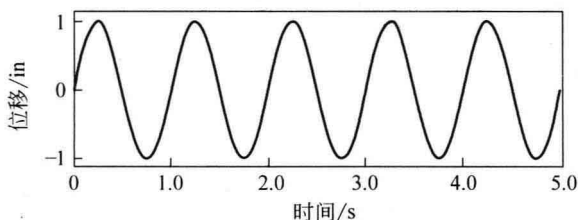


图 1.3 初始速度引起的质量块振动位移随时间的变化规律

可以采用三角函数来描述质量块的振荡运动过程,这里要用到两个参数:振幅和频率。图 1.3 中的振幅是指位移的最大值或峰值,在本例中为 1in。频率指的是振荡的速率,即每秒的运动周期数,单位为赫兹(Hz)。图 1.3 中的质量块每秒完成一个运动周期,因此其频率为 1Hz。质量块的运动规律可用三角函数表示为

$$Y(t) = Y_{\max} \sin 2\pi \nu t \quad (1.1)$$

式中, $Y(t)$ 为质量块在任意时刻 t 的位移; $Y_{\max}$ 为质量块的振幅; ν 为振动频率。

图 1.2 和图 1.3 中质量块的运动称为简谐振动或正弦振动。对于公式(1.1)给出的位移随时间的正弦变化关系,可以借助于图 1.4 来帮助我们进一步理解这

种简谐振动规律。

图 1.4 的左边部分为一个质点在一个半径为 $Y_{\max}$ 的圆周上作逆时针等速圆周运动,连续通过圆周上间隔为 45° 的 8 个位置点,这些点分别以序号 1~8 进行标记。不妨假设该质点每 1s 绕圆周运动一圈,则其圆周运动的频率即为 1Hz。

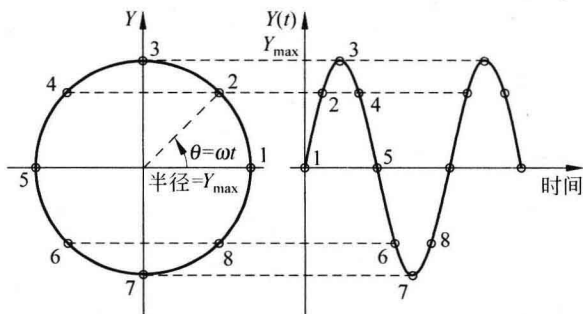


图 1.4 作等速圆周运动的质点的垂直位移变化规律

下面看一下质点运动到各编号位置处的垂直位移。将 y 轴定义为通过圆心垂直向上,质点的垂直位移用符号 Y 表示。质点在 Y 轴上的投影位置即为质量块沿 Y 轴方向的位移。我们可以根据质点的圆周运动分析如何利用正弦函数、振幅和相位来描述振动规律。

图 1.5 为一直角三角形,其一锐角为 θ 。根据三角函数定义, θ 的正弦可以表示为

$$\sin\theta = \frac{Y}{\text{半径}} \quad (1.2)$$

如果用 $Y_{\max}$ 来取代斜边或半径,则

$$\sin\theta = \frac{Y}{Y_{\max}} \quad (1.3)$$

从式(1.3)中可以看出,对于任一角度 θ ,对应的位移值 Y 可以表示为

$$Y = Y_{\max} \sin\theta \quad (1.4)$$

本书除特殊说明外,角度单位一律采用弧度(rad)。物体作圆周运动时,沿圆周走过的长度等于其半径时,物体所扫过的角度即为 1rad。圆的周长等于半径的 2π 倍,因而一个圆周对应 $2\pi\text{rad}$,即 360° 。图 1.4 中的运动点一个周期扫过的角度就是 $2\pi\text{rad}$,因此

$$1 \text{ 周期} = 2\pi \quad (1.5)$$

用 ω 表示弧度角随时间的变化率,也就是角速度。任意时刻 t ,圆周上运动的质点的角位移 θ 可以表示为

$$\theta = \omega t \quad (1.6)$$

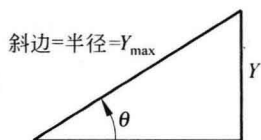


图 1.5 正弦函数的定义

对于任意时刻 t , 质点沿 Y 轴的垂直位移可以表示为

$$Y(t) = Y_{\max} \sin \omega t \quad (1.7)$$

既然一个振动周期对应的角度为 2π , 而频率 ν 为每秒周期数, 则角频率 (rad/s) 和频率 (Hz, 1/s) 之间的关系可以表示为

$$\omega = 2\pi\nu \quad (1.8)$$

将式 (1.8) 代入式 (1.7), 可以得到

$$Y(t) = Y_{\max} \sin 2\pi\nu t \quad (1.9)$$

根据式 (1.9) 及质点的等速圆周运动规律, 可以得到图 1.3 及图 1.4 中右边的正弦曲线。

简谐运动是理解结构振动概念的基础。在后面将会发现, 任意复杂结构的不规则振动都可以分解为若干不同振幅和频率的简谐运动的叠加。

1.3 振动速度的正弦和余弦函数描述

对于图 1.2 中的振动模型, 分析几个关键点的振动速度: 质量块受到敲击瞬时获得最大速度并开始向上运动, 然后在弹簧力作用下, 0.25s 时质量块的速度减小到零 (最大位移处), 0.5s 时速度增大为负的最大值 (平衡位置), 0.75s 时速度再次减小为零 (最大负位移处), 最后在 1.0s 时完成一个振荡周期, 质量块回到初始位置, 并具有最初的最大速度。图 1.6 为质量块振动速度随时间的变化曲线。

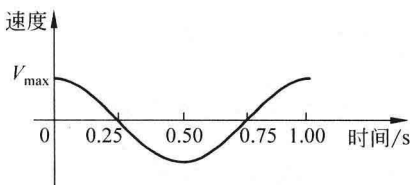


图 1.6 初始速度引起的质量块振动速度随时间的变化规律

图 1.6 中的速度-时间曲线可以用正弦函数来表示。因为质量块在 $t=0$ s 时的速度为最大值 $V_{\max}$, 可以用 90° 或 $\pi/2$ 来表示正弦函数的初始相位:

$$V(t) = V_{\max} \sin(\omega t + \pi/2) \quad (1.10)$$

如果将这一运动过程采用类似于图 1.4 所示的圆周运动来表示, 则质点的起点不再是 $\theta=0$ 处, 而是在 $\theta=\pi/2$ 处, 如图 1.7 所示。

式 (1.10) 表示的运动规律也可以用余弦函数来表示。众所周知, 余弦和正弦函数之间的代数关系为

$$\cos \theta = \sin(\theta + \pi/2) \quad (1.11)$$

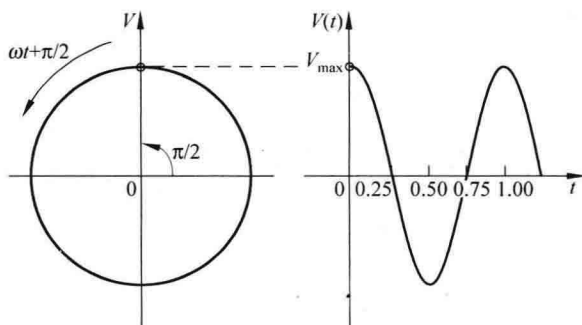


图 1.7 采用相移正弦函数描述具有初始最大速度的简谐振动

因此,式(1.10)可以用余弦函数表示为

$$V(t) = V_{\max} \cos \omega t \quad (1.12)$$

式(1.12)也可以表示为

$$V(t) = V_{\max} \cos 2\pi \nu t \quad (1.13)$$

上述的位移正弦曲线和速度正弦曲线(或速度余弦曲线)可以绘制在同一图中进行比较,如图 1.8 所示。

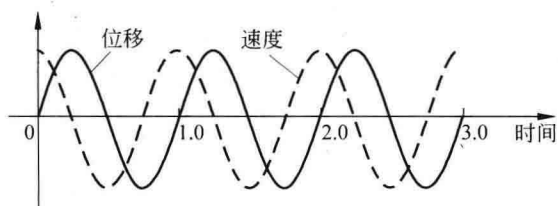


图 1.8 初始速度引起的质量块振动位移与速度曲线

从图中可以看到,位移正弦曲线的初始值为零,而速度正弦曲线的初始值为正的最大值。图中只绘出了从零时刻到 3s 过程中的运动曲线,频率为 1Hz。

如图 1.9 所示, θ 的余弦函数可以表示为

$$\cos \theta = V/V_{\max} \quad (1.14)$$

因此

$$V = V_{\max} \cos \theta \quad (1.15)$$

根据角度与角速度之间的关系,式(1.15)可以表示为式(1.16),它与式(1.12)完全相同:

$$V(t) = V_{\max} \cos \omega t \quad (1.16)$$

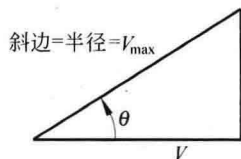


图 1.9 余弦函数的定义

图 1.10 分别用正弦和余弦曲线绘出了质点的速度随时间的变化规律。

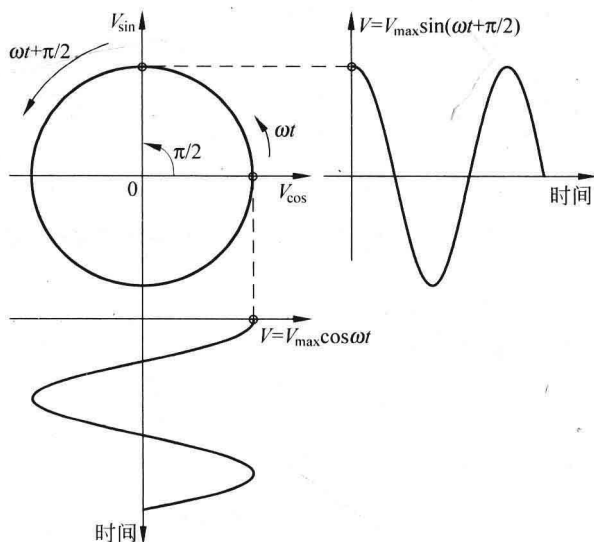


图 1.10 初始速度引起的质量块振动速度的正弦和余弦函数描述

1.4 振动加速度的正弦函数描述

这里再讨论一下图 1.2 中质量块在关键位置的加速度特性:在零时刻,质量块加速度为零;在 0.25s 时,位移为正的最大值,加速度为负的最大值;在 0.5s 时,质量块处于平衡位置,加速度为零;在 0.75s 时,加速度为正的最大值,而位移为负的最大值;在 1.0s 时,完成一个周期运动,加速度重新减小为零。随时间变化的加速度 $A(t)$ 也是一个正弦函数,但符号与位移相反

$$A(t) = -A_{\max} \sin \omega t \quad (1.17)$$

质量块加速度随时间的变化规律如图 1.11 所示。

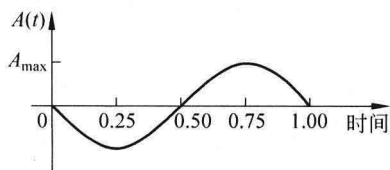


图 1.11 初始速度引起的质量块振动加速度随时间的变化规律

根据图 1.8 和图 1.11,图 1.2 所示模型中质量块的位移、速度和加速度之间的关系如图 1.12 所示。

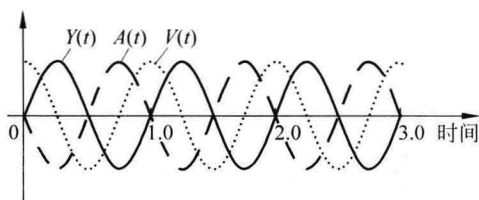


图 1.12 初始速度引起的质量块振动位移、速度与加速度曲线

1.5 速度和加速度的幅值

图 1.12 只是定性地绘出了位移、速度、加速度之间的相位关系,并没有精确给出它们之间的幅值关系。我们可以根据这三个参数之间的物理关系,采用微分运算建立它们之间的幅值关系。将位移表示为正弦函数

$$Y(t) = Y_{\max} \sin \omega t \quad (1.18)$$

因为速度 $V(t)$ 是位移对时间的一阶导数,所以

$$V(t) = \omega Y_{\max} \cos \omega t \quad (1.19)$$

式(1.19)用频率 ν 表示为

$$V(t) = 2\pi\nu Y_{\max} \cos 2\pi\nu t \quad (1.20)$$

比较式(1.20)与式(1.13),速度幅值(最大值)与振动频率、位移幅值之间的关系可以表示为

$$V_{\max} = 2\pi\nu Y_{\max} \quad (1.21)$$

因为加速度是位移对时间的二阶导数,速度对时间的一阶导数,因此

$$A(t) = -\omega^2 Y_{\max} \sin \omega t \quad (1.22)$$

用频率 ν 表示为

$$A(t) = -4\pi^2 \nu^2 Y_{\max} \sin 2\pi\nu t \quad (1.23)$$

比较式(1.23)与式(1.17),可以得到得加速度幅值(最大值)与振动频率、位移幅值之间的关系

$$A_{\max} = 4\pi^2 \nu^2 Y_{\max} \quad (1.24)$$

从式(1.24)中注意到,加速度幅值相当于位移幅值乘以振动角频率的平方。在实验室中我们经常看到这样的物理现象,一些低频大位移振动的加速度很小,而一些高频小位移振动的加速度却非常大。

式(1.20)和式(1.23)中速度和加速度的单位取决于位移的单位。如果位移的计量单位是 in,则速度的单位是 in/s,加速度的单位是 in/s²。

在实际工程测试中,往往通过测量振动加速度来掌握结构的振动特性。这是因为很难在较宽的频带范围内实现对位移和速度的精确测量,并且在有些情况下

没有足够的空间安装位移或速度传感器(它们的体积一般比加速度传感器大得多)。而对加速度进行测量却非常便捷,精度也容易保证。在实验室或实际工程测试中,经常以“重力加速度” g_0 作为加速度的单位,称之为工程单位。测量结果一般表示为

$$G(t) = \frac{1}{g_0} A(t) \quad (1.25)$$

其中 $g_0 = 386.4 \text{ in/s}^2$ 。以 g_0 为加速度单位表示式(1.17),得

$$G(t) = -\frac{A_{\max}}{386.4} \sin 2\pi \nu t \quad (1.26)$$

即

$$G(t) = -G_{\max} \sin 2\pi \nu t \quad (1.27)$$

第 2 章

振动输入和响应

2.1 基础运动激励下单自由度系统的共振响应

在第 1 章中已经学习了单自由度弹簧-质量系统的自由振动,包括质量块在初始位移和初始速度作用下的自由振动响应问题。现在我们来分析弹簧-质量系统在基础正弦运动激励下的响应,如图 2.1 所示。

为了更真实地模拟实际结构的振动特性,我们在图 2.1 所示单自由度系统中考虑阻尼的作用。假设基础为理想刚性,这样就可以控制基础实现任意幅值和频率的正弦运动。下面分析质量块振动响应与基础运动激励之间的关系。

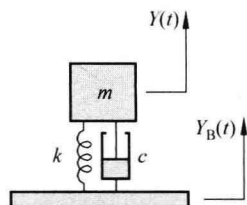


图 2.1 单自由度弹簧-质量系统在基础运动激励下的振动

图 2.2 给出了基础的输入位移和质量块的振动响应位移随时间的变化规律。在图 2.2 中,在零时刻给基础施加一个频率为 1Hz 的正弦运动位移,这也是系统的共振频率。关于非共振频率的基础运动激励将在后文中进行讨论。

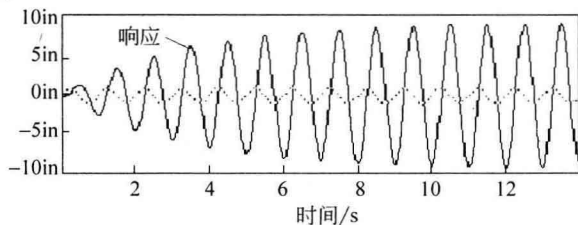


图 2.2 基础位移正弦运动激励与质量块的振动位移响应

回顾第 1 章中的两个例子,图 1.1 和图 1.2 分别为单自由度系统在给定初始位移和在锤击下产生 1Hz 的自由振动,振动响应频率等于系统的共振频率,也就是大家所熟知的共振条件。如果忽略锤子本身的物理特性,可以用一个简单的公式来计算无阻尼单自由度系统的共振频率(也称为固有频率)