

院士教你学数学

张景中◎著



中国科普大奖图书典藏书系

囊括新中国成立以来，著名科普、科幻作家经典获奖作品，
展现科学之真、善、美，传播知识、激发兴趣、启迪智慧！

中国科普作家协会选编推荐

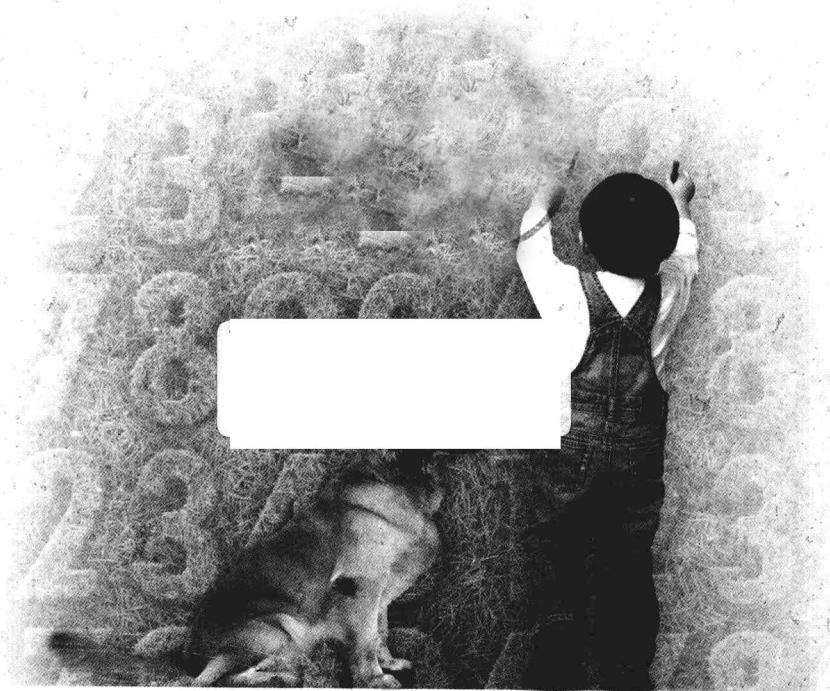
湖北科学技术出版社



中国科普大奖图书典藏书系

院士教你学数学

张景中◎著



长江出版传媒 | 湖北科学技术出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

院士教你学数学/张景中著. —武汉: 湖北科学技术出版社, 2013. 3

(中国科普大奖图书典藏书系/叶永烈 刘嘉麒主编)

ISBN 978-7-5352-5548-8

I. ①院… II. ①张… III. ①数学—普及读物
IV. ①O1—49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 034591 号

责任编辑: 宋志阳

封面设计: 戴 旻

出版发行: 湖北科学技术出版社

电话: 027—87679468

地 址: 武汉市雄楚大街 268 号

邮编: 430070

(湖北出版文化城 B 座 13—14 层)

网 址: <http://www.hbstp.com.cn>

印 刷: 仙桃市新华印务有限公司

邮编: 433000

700 × 1000 1/16

16.5 印张

2 插页

219 千字

2013 年 3 月第 1 版

2013 年 3 月第 1 次印刷

定价: 28.00 元

本书如有印装质量问题 可找本社市场部更换

总序

ZONGXU

我热烈祝贺“中国科普大奖图书典藏书系”的出版！“空谈误国，实干兴邦。”习近平同志在参观《复兴之路》展览时讲得多么深刻！本书系的出版，正是科普工作实干的具体体现。

科普工作是一项功在当代、利在千秋的重要事业。1953年，毛泽东同志视察中国科学院紫金山天文台时说：“我们要多向群众介绍科学知识。”1988年，邓小平同志提出“科学技术是第一生产力”，而科学研究和科学技术普及是科学技术发展的双翼。1995年，江泽民同志提出在全国实施科教兴国的战略，而科普工作是科教兴国战略的一个重要组成部分。2003年，胡锦涛同志提出的科学发展观则既是科普工作的指导方针，又是科普工作的重要宣传内容；不是科学的发展，实质上就谈不上真正的可持续发展。

科普创作肩负着传播知识、激发兴趣、启迪智慧的重要责任。“科学求真，人文求善”，同时求美，优秀的科普作品不仅能带给人们真、善、美的阅读体验，还能引人深思，激发人们的求知欲、好奇心与创造力，从而提高个人乃至全民的科学文化素质。国民素质是第一国力。教育的宗旨，科普的目的，就是为了提高国民素质。只有全民的综合素质提高了，中国才有可能屹立于世界民族之林，才有可能实现习近平同志最近提出的中华民族的伟大复兴这个中国梦！

新中国成立以来，我国的科普事业经历了1949—1965年的创立与发展阶段；1966—1976年的中断与恢复阶段；1977—

1990年的恢复与发展阶段;1990—1999年的繁荣与进步阶段;2000年至今的创新发展阶段。60多年过去了,我国的科技水平已达到“可上九天揽月,可下五洋捉鳖”的地步,而伴随着我国社会主义事业日新月异的发展,我国的科普工作也早已是一派蒸蒸日上、欣欣向荣的景象,结出了累累硕果。同时,展望明天,科普工作如同科技工作,任务更加伟大、艰巨,前景更加辉煌、喜人。

“中国科普大奖图书典藏书系”正是在这60多年间,我国高水平原创科普作品的一次集中展示,书系中一部部不同时期、不同作者、不同题材、不同风格的优秀科普作品生动地反映出新中国成立以来中国科普创作走过的光辉历程。为了保证书系的高品位和高质量,编委会制定了严格的选编标准和原则:一、获得图书大奖的科普作品、科学文艺作品(包括科幻小说、科学小品、科学童话、科学诗歌、科学传记等);二、曾经产生很大影响、入选中小学教材的科普作家的作品;三、宏扬科学精神、普及科学知识、传播科学方法,时代精神与人文精神俱佳的优秀科普作品;四、每个作家只选编一部代表作。

在长长的书名和作者名单中,我看到了许多耳熟能详的名字,倍感亲切。作者中有许多我国科技界、文化界、教育界的老前辈,其中有些已经过世;也有许多一直为科普事业辛勤耕耘的我的同事或同行;更有许多近年来在科普作品创作中取得突出成绩的后起之秀。在此,向他们致以崇高的敬意!

科普事业需要传承,需要发展,更需要开拓、创新!当今世界的科学技术在飞速发展、日新月异,人们的生活习惯和工作节奏也随着科学技术的进步在迅速变化。新的形势要求科普创作跟上时代的脚步,不断更新、创新。这就需要有更多的有志之士加入到科普创作的队伍中来,只有新的科普创作者不断涌现,新的优秀科普作品层出不穷,我国的科普事业才能继往开来,不断焕发出新的生命力,不断为推动科技发展、为提高国民素质做出更好、更多、更新的贡献。

“中国科普大奖图书典藏书系”承载着新中国成立 60 多年来科普创作的历史——历史是辉煌的，今天是美好的！未来是更加辉煌、更加美好的。我深信，我国社会各界有志之士一定会共同努力，把我国的科普事业推向新的高度，为全面建成小康社会和实现中华民族的伟大复兴做出我们应有的贡献！“会当凌绝顶，一览众山小”！

中国科学院院士
华中科技大学教授

杨叔子^{二〇一三}_{九·廿八}

一、帮你学数学

猴子吃栗子	2
交换和条件	4
口令的计算	6
有趣的变换	8
钟表和星期	10
在放大镜下	12
炸馒头和桶	14
云雾和下雨	16
动物的大小	18
看起来简单	20
宽度和直径	22
常宽度图形	24
扩大养鱼塘	26
用机器证题	29
聪明的邻居	32
我们来试试	33

列方程求解	34
其实并不难	36
先想想再看	38
这不算麻烦	40
啤酒瓶换酒	42
西瓜子换瓜	44
回收破胶鞋	46
字母代替数	48
该怎么办呢	50
再前进一步	52
猴子分桃子	53
动脑又动手	54
方法靠人找	56
问个为什么	58
巧用加和减	60
二次变一次	62
0 这个圈圈	64
有名的怪题	66
你的脸在哪里	69
放在一起考虑	70
到处都有集合	72
鸡和蛋的争论	74
什么叫做鸡蛋	76
白马不是马吗	77
“是”是什么意思	78
公孙龙的花招	79
你能吃水果吗	81

符号神通广大	83
不能这样回答	86
一种新的加法	88
什么叫做相交	91
没有来的举手	93
猜生年的游戏	95
怎样设计卡片	98
怎样分配钥匙	100
驯鹿有多少只	102
这个办法真好	104
巧排诗的窍门	106
重视先后顺序	108
请问什么是 1	110
用尺子来运算	112
老伯伯买东西	114
能不能更多呢	116
有用的二进制	118
用假选手凑数	121
怎样拿十五点	123
数学一大法宝	125
想一想再回答	127
猴儿水中捞月	129
到处都有映射	131
为什么算得出	133
0 和 1 的宝塔	135
映射产生分类	137
一样不一样呢	138

应用抽屉原则	140
伽利略的难题	142
康托尔的回答	144
怪事还多着呢	146
无穷集的大小	148
平凡中的宝藏	150
历史令人神往	151

二、少年数学迷

方格纸上的数学	156
方格纸上的速算	167
“错”也有用	170
花园分块	175
巧分生日蛋糕	178
“ $1+1 \neq 2$ ”的形形色色	182
用圆规巧画梅花	185
从朱建华跳过 2.38 米说起	189
逃不掉的老鼠	192
石子游戏与同余式	197
石子游戏与递归序列	202
镜子里的几何问题	207
在“代”字上做文章	212
计算机的“绝活”是什么	216
计算机是怎样工作的	218
数学的野心	221
不当数学家	224

古代的数字	227
记数法	229
有没有更简单的记数方法	231
负数	233
度量衡与分数	234
无理数的诞生 ($\sqrt{2}$ 之谜)	236
实数连续性的奥秘	238
什么是运算	240
为什么 $-(-a)=a$	241
能交换与不能交换	242
代数运算的三个级别	243
两位数加减法的心算	244
两位数平方的速算	246
两位数乘法的速算	248
接近 10、100、1000、10000 的数的乘法速算	250
除法的速算	252



帮你学数学

帮你学数学

猴子吃栗子

002

有一位少年养了2只猴子。

每天早晨,他给每只猴子4个栗子吃,它们十分高兴地吃了。到了晚上,再给它们3个,猴子就大吵大闹起来。它们想不通:为什么晚上比早晨少了一个呢?

这位爱动物的少年,当然希望猴子愉快一点,不要天天吵闹。可他又没有更多的栗子。于是,改为早上给3个,晚上给4个。

说也奇怪,猴子高兴了。它们发现:每天晚上,都比早晨吃到了更多的栗子。

$3+4=4+3$ 。猴子到底是猴子。它不懂得交换律,所以早3晚4和早4晚3,收到了不同的效果。

算术里还有结合律、分配律和别的律。我们用惯了,往往认为那是理所当然的事,并不觉得“律”有什么宝贵,就像不觉得空气的宝贵一样。

想一想,要是这些律不成立,做起题来该多麻烦。你得按次序算,许多简便的方法也没有了。比如:

$$4 \times 73 \times 25 = 73 \times (4 \times 25) = 7300$$

$$23 \times 68 + 32 \times 23 = 23 \times (68 + 32) = 2300$$

这些简便的方法,就是用交换律、结合律和分配律得到的。

不过,也不是什么运算都能交换、结合和分配的。初学代数的时候,我常在作业本上写:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2; \sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$(3a)^2 = 3a^2; \frac{2x+1}{4} = \frac{x+1}{2}$$

那结果,是红色的“×”子很多。后来,逐步吸取教训,知道了什么运算可以用什么律,“×”子才少起来。

为什么不同的运算有不同的律呢?要是所有运算用一样的律,岂不方便吗?

偏偏不行。世界上的事是复杂的。不同的事,各有自己的特点和规律。

交换和条件

004

算术里的交换律,在日常生活中一样有用。不过,你也一样不能乱用。

猴子吃栗子的故事,当然是人编出来的,并非确有其事。可是,喂猪的饲养员知道:给猪开饭的时候,要先喂粗饲料,后加精饲料,让它越吃越香,才能吃得饱,睡得好,长得快。交换律在这里不成立。

还有一些事,它们的顺序是根本不能交换的。先穿袜子,后穿鞋,很对。反过来,先穿鞋,后穿袜子,还像什么样子呢?拧开钢笔帽,灌上墨水,再写字,很对。反过来,就不可能了。

也有这样的情况:两件事交换之后,照样讲得通,只是含意不同了。

说“小宁吃东西的时候还在看书”,马上给人一个印象:小宁太爱学习了。你看,吃东西的时候还在看书。要注意身体,别得了胃病。

交换一下,说“小宁看书的时候还在吃东西”,这就会使人觉得他馋嘴,看书的时候还在吃零食。

体育老师喊的口令,有的时候是可以交换的,有的时候又不可以随便交换。

要是把“向前5步走”和“向前3步走”交换一下,结果就一样。反正总共是向前走了8步。

要是把“向前5步走”和“向后转”交换一下,那就不同了。先向后转,再向前5步走,结果,和刚才的位置正好相差10步。

所以,做事、说话和做题一样,得讲究顺序,不能随便交换。

算术里的别的律,也有类似的情况。

用水和米煮饭,用酱油、姜、蒜烧鱼,然后一起吃。要是应用结合律,把米和酱油、姜、蒜放在一起煮饭,把水和鱼放在一起烧鱼,这怎么做,又怎么吃呢?



口令的计算

006

在算术里,任何两个数可以相加。

要是我们把两个口令连续执行的结果,叫做这两个口令相加所得到的和,那么,任何两个口令就可以相加了。相加之后,可能得到一个新口令,也可能得到一个老口令。

这“新”和“老”是什么意思呢?

你看:

向左转 + 向后转 = 向右转

向前1步走 + 向前3步走 = 向前4步走

前一个式子的结果——向右转,是一个老口令;而后一个式子的结果——向前4步走,便是一个新口令。不信去问体育老师,他从来不会叫你们“向前4步走”。体育课上的口令,是不兴叫4步或者6步走的,因为最后的一步,不许落在左脚上。

不过,我们可以把思想解放一下:走4步就走4步,又有什么不可以的呢?好在我们这里说的是数学,允许推广,也允许产生新的数。

在算术里,只要有了 $1, 1+1=2, 1+2=3, \dots$ 所有的正整数就都出来了。在口令的算术里,要产生出多种多样的口令,只有一个口令可不够了。要是只有一个“向前1步走”,那就只能向前走,想转一个弯都不行。要是只有一个“向左转”,那就只能原地转来转去,想走1步都不行。不过,只要有了一个“向前1步走”和一个“向左转”,便可以组成多种