

北方民族大学文库

Numerical Simulation of the Flow and Bed Deformation
in the Continuous Bends of the Upper Reach of the Yellow River

黄河上游连续弯道水流运动及 泥沙运移数值模拟研究

景何仿 李春光 著



黄河水利出版社

北方民族大学文库

黄河上游连续弯道水流运动及 泥沙运移数值模拟研究

景何仿 李春光 著

黄河水利出版社

· 郑州 ·

内 容 提 要

本书结合作者的部分研究成果,以及在相关科研实践中的积累,在作者博士论文的基础上经过认真修改而成。本书主要建立了关于天然河流的平面二维紊流水沙数学模型,在局部弯道河段建立了三维紊流水流模型,研究了相应数值计算方法,并对黄河上游特定河段的水流运动、泥沙运移及河床变形进行了较为系统的研究。

本书适用于高等院校和科研单位的研究生、工程技术人员和研究人员,可作为计算数学和水利水电工程有关专业人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

黄河上游连续弯道水流运动及泥沙运移数值模拟研究/景何仿,李春光著. —郑州:黄河水利出版社,2012. 8
ISBN 978 - 7 - 5509 - 0333 - 3

I. ①黄… II. ①景… ②李… III. ①黄河 - 上游 - 河流动力学 - 数值模拟 - 研究②黄河 - 上游 - 泥沙运动 - 数值模拟 - 研究 IV. ①TV143②TV142

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 192800 号

组稿编辑:王路平 电话:0371 - 66022212 E-mail:hhsllwlp@163.com

出 版 社:黄河水利出版社

地址:河南省郑州市顺河路黄委会综合楼 14 层 邮政编码:450003

发行单位:黄河水利出版社

发行部电话:0371-66026940,66020550,66028024,66022620(传真)

E-mail:hhsllcbs@126.com

承印单位:黄河水利委员会印刷厂

开本:787 mm × 1 092 mm 1/16

印张:9

字数:210 千字

版次:2012 年 8 月第 1 版

印数:1—1 000

印次:2012 年 8 月第 1 次印刷

定价:35.00 元

前 言

黄河是中国的母亲河,孕育了伟大的中华文明,给中华民族带来了巨大的财富。特别是位于黄河上游的宁夏、内蒙古境内,黄河对流域内的重要性更是非同一般。由于宁夏、内蒙古境内大部分区域年降水量很小,其工农业用水及居民生活用水绝大部分直接或间接地来源于黄河。离开黄河,这些地区将成为不毛之地。然而,黄河具有典型的高含沙水流,含沙量为世界之最,具有含沙量高、水沙异源、水沙年际变化量大、年内分配不均等特点,长期以来又是一条闻名于世的灾难性河流。由于泥沙淤积,黄河河床抬高、河槽萎缩,部分河段甚至出现“二级悬河”,易于发生洪灾。

黄河上游含沙量较小,河床淤积没有中下游严重,发生洪灾的概率相对较小。因此,长期以来,关于黄河上游水流运动及泥沙运移规律的研究很难见到。但是,由于在黄河上游修建了较多的水利枢纽,如甘肃境内的刘家峡水利枢纽、宁夏境内的青铜峡水利枢纽和沙坡头水利枢纽等,改变了原有自然河流的来水、来沙条件,对该河段和下游河段的水流运动、泥沙运动及河床演变带来深刻影响。例如,由于早期运行方式不当等,目前青铜峡水库库容仅为建成时库容的 5%。又如,沙坡头水库自 2000 年投入运行后,仅仅经过 4 年时间,库容减少量约占总库容的 30%。因此,要科学管理和运行这些水利枢纽,必须对黄河上游的水流运动及泥沙运行规律进行深入细致的研究。

本书以位于宁夏境内的黄河大柳树—沙坡头河段为例,对黄河上游具有连续弯道的典型河段水流运动、泥沙运移及河床变形等规律进行了系统的数值模拟研究。该河段自黑山峡口拟建的大柳树水利枢纽坝址至沙坡头水利枢纽主坝,全长约 13 km,由若干个不规则弯道组成连续弯道,地形较为复杂。首先,建立了适体坐标系下的平面二维紊流数学模型,对黄河上游典型弯道河段的水流运动进行了数值模拟。为了反映弯道环流的影响,对动量方程进行了修正,紊流模型采用修正的 RNG $k-\varepsilon$ 模型。通过对所研究河段水流运动数值计算结果与实测结果的对比分析,表明该模型能够准确地计算具有复杂地形的天然河流弯道中的水流运动。其次,建立了适体坐标系下的平面二维全沙数学模型,分四种典型工况,对上述河段悬移质和推移质泥沙运移及其引起的河床变形分别进行了数值模拟。再次,建立了适体坐标系下三维可实现 $k-\varepsilon$ 紊流模型,对黄河上游沙坡头库区局部连续弯道的水流运动进行了三维数值模拟,得到了不同断面处垂线平均流速分布、断面流速分布、主流流速和二次流的数值模拟结果,对部分断面弯道环流及水面处离心环流进行了模拟和分析。最后,为了给数值模拟提供初边界条件并验证数值模拟结果,对所模拟河段典型断面处流速、河床高程、水位和悬移质泥沙粒径分布等进行了多次实测,并对实测结果进行了比较分析。

在研究过程中,不但在数学模型上针对所研究河段的特点作了一定的改进或修正,在数值模拟方法上也有所创新。首先,建立了一种自适应快速算法,可根据实测资料,自动调整各子河段曼宁系数的值,大大缩减了试算时间,并提高了模拟精度。其次,吸取了所

建立的水沙模型中水流模块与泥沙模块的耦合式算法及分离式算法的优点,建立了一种半耦合算法。

在研究过程中,研究人员亲自去现场进行实测,取得了十分宝贵的第一手资料,并进行了分析整理,这为数值模拟研究提供了很好的素材。在数值模拟研究中,当一些参数计算中涉及诸多公式可供选择时,研究人员不是随手拈来一个公式来用,而是不厌其烦地比较各个公式的计算结果的合理性后,从中选出较为理想的一个。在研究泥沙运移及河床变形时,研究人员根据实测结果及往年水文资料划分了四个大工况,又根据含沙量不同将每个大工况分成四个小工况分别进行了数值模拟,非常费时费力。

本书的研究成果不仅具有重要的学术意义,而且具有广阔的工程应用前景。研究结果对建立黄河上游水库泥沙数学模型及研究相应的数值计算方法具有较大的参考价值,可以为有关水库管理部门科学、合理调度水利枢纽,减小库区泥沙淤积和延长水库使用寿命提供依据。

本书中一些研究内容的开展得到了以下基金项目资助:国家自然科学基金项目(项目批准号:10961002)、宁夏自然科学基金项目(项目批准号:NZ1057)。本书在出版过程中,还得到了北方民族大学图书出版专项基金、计算数学和应用数学重点学科基金和重点科研项目(项目批准号:2012XZK05)的资助。在对所研究河段资料进行现场实测中,除本书作者外,吕岁菊、周炳伟、杨录峰、杨程等也积极参与其中。在此一并表示诚挚的谢意!

由于黄河泥沙问题的复杂性,研究仍待进一步深入。另外,由于作者水平有限,书中难免会出现错漏,敬请读者批评指正。

作 者

2012 年 2 月

主要符号表

C	Chezy 系数
D_{50}	床沙中值粒径
E_m	混合活动层的厚度
L_ξ, L_η	拉梅系数(曲线网格的长与宽)
J	Jacobi 行列式
J_p	水力坡降
P_{SL}, P_{bL}	第 L 粒径组悬移质泥沙级配、床沙级配
$P_{mL}, P_{mL,0}$	混合活动层床沙级配及初始床沙级配
R	水力半径, 浅水中可用水深 h 代替
R_η	等 η 线曲率半径
S	垂线平均含沙量
S_L	第 L 粒径组悬移质泥沙垂线平均含沙量
S^*	垂线平均水流挟沙力
S_L^*	第 L 粒径组悬移质泥沙的垂线平均水流挟沙力
S_v	体积含沙量($S_v = S/\rho_s$)
U, V	逆变流速分量
U_c, U'_c	泥沙的起动流速和止动流速
$\bar{U}$	垂线平均流速大小
$Z_s, Z_{s,L}$	悬移质泥沙引起的河床冲淤总厚度及其分粒径组冲淤厚度
$Z_b, Z_{b,L}$	推移质泥沙引起的河床冲淤总厚度及其分粒径组冲淤厚度
ΔZ_b	泥沙冲淤厚度
d, d_{50}, d_m	泥沙粒径、泥沙中值粒径、泥沙平均粒径
g	重力加速度
$g_{b,L}, g_{bx,L}, g_{by,L}$	第 L 粒径组推移质泥沙单宽输沙率、 x 方向和 y 方向第 L 粒径组推移质泥沙单宽输沙率
n	曼宁系数
p_L^*, p_L	第 L 粒径组悬移质泥沙挟沙力级配、来沙级配
u, v	直角坐标速度分量
$\bar{u}, \bar{v}$	ξ, η 方向流速(协变流速分量)
z_b	河床高程
Φ	通用变量
Γ_Φ	通用控制方程扩散系数
ξ, η, ζ	曲线坐标分量

Z	水位
k, ε	紊动动能及其耗散率
ν, η	水流运动黏性系数及动力黏性系数($\eta = \rho\nu$)
ν_t, η_t	水流紊动黏性系数及紊动动力黏性系数($\eta_t = \rho\nu_t$)
α_L	第 L 粒径组悬移质泥沙恢复饱和系数
$\gamma, \gamma_s, \gamma'_s$	水的比重、泥沙比重、泥沙干比重
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	x, y 方向的泥沙紊动扩散系数
κ	卡门常数
$\omega_L, \omega, \omega_s, \omega_0$	第 L 粒径组泥沙沉速、泥沙沉速、群体泥沙沉速、清水中泥沙沉速
ρ, ρ_s, ρ'	水的密度、泥沙密度、泥沙干密度

目 录

前 言

主要符号表

第一章 绪 论	(1)
第一节 问题的提出	(1)
第二节 国内外研究现状	(2)
第三节 水沙数学模型及数值计算中存在的一些问题	(17)
第四节 本书主要研究内容和创新之处	(18)
第二章 数学模型	(22)
第一节 平面二维紊流水沙数学模型	(22)
第二节 平面二维水沙数学模型中关键问题的处理	(30)
第三节 三维紊流水流数学模型	(40)
第四节 小 结	(44)
第三章 数值计算方法及初边界条件的处理	(45)
第一节 适体坐标变换	(45)
第二节 控制方程的离散	(47)
第三节 压力修正算法及其在同位网格中的实施	(55)
第四节 离散方程组的求解	(62)
第五节 平面二维水沙数学模型的初始条件和边界条件	(63)
第六节 水沙运移平面二维数值模拟基本过程	(66)
第七节 三维可实现 $k-\varepsilon$ 模型数值计算方法及边界条件处理	(70)
第八节 小 结	(71)
第四章 弯道水沙运移特点及水沙实测结果分析	(73)
第一节 大柳树—沙坡头河段概况	(73)
第二节 弯道水流运动及河床变形特点	(73)
第三节 主要测量仪器及测量人员	(74)
第四节 实测结果及分析	(75)
第五节 小 结	(82)
第五章 黄河大柳树—沙坡头河段平面二维水沙数值模拟	(83)
第一节 数值模拟区域及初边界条件	(83)
第二节 水流运动数值模拟结果及分析	(87)
第三节 泥沙运移及河床变形数值模拟结果与分析	(92)
第四节 小 结	(116)

第六章 黄河大柳树—沙坡头河段水流运动三维数值模拟	(118)
第一节 数值模拟区域及数值计算方法	(118)
第二节 数值模拟结果及分析	(120)
第三节 小 结	(125)
参考文献	(126)
作者简介	(136)

第一章 绪 论

第一节 问题的提出

自有人类历史以来,河流早就和人们的生活融为一体。人类的生存离不开河流,但河流也会威胁着人类的生存。千百年来,人们在河流上修建了无数大堤、桥梁、拦水大坝、水库等水工建筑物,洪水得到控制,耕地得到灌溉。河流的高度开发利用带来了灌溉、供水、发电、防洪等巨大的经济效益,同时也出现了一系列问题。由于修建了水库等水工建筑物,天然河流原有的水沙条件有所改变,使得部分河段河床淤积,水位抬高,甚至成为“地上悬河”,一旦发生溃坝,将会给两岸人民的生命财产带来不可估量的损失。这种现象在像黄河这种多泥沙河流上尤为严重。

针对我国河流的特性,可将河流按含沙量大小划分为以下几种类型^[1]:将平均含沙量大于 5 kg/m^3 的河流称为高含沙河流(或多沙河流),如黄河、海河;将平均含沙量为 $1.5 \sim 5 \text{ kg/m}^3$ 的河流称为大含沙河流(或次多沙河流),如辽河、汉江;将平均含沙量为 $0.4 \sim 1.5 \text{ kg/m}^3$ 的河流称为中度含沙河流(或中沙河流),如长江、松花江。

黄河是仅次于长江的中国第二大河,发源于青海省巴颜喀拉山北麓,流经青海、四川、甘肃、宁夏、内蒙古、陕西、山西、河南、山东等省(自治区),在山东省垦利县注入渤海,流程 5464 km ,总流域面积达 79.5 万 km^2 。黄河输沙量为世界之最,是典型的高含沙河流。黄河具有含沙量高、水沙异源、水沙年际变化量大、年内分布不均等特点。从河源到内蒙古的河口镇为上游,河口镇到郑州附近的桃花峪为中游,桃花峪以下为下游,97%的流域面积集中在上中游地区。

黄河上修建了为数众多的大中小型水利枢纽,其中大型水利枢纽有三门峡水利枢纽、三盛公水利枢纽、青铜峡水利枢纽、刘家峡水电站、盐锅峡水利枢纽、龙羊峡水电站、小浪底水利枢纽等。中小型水利枢纽有直岗拉卡水电站、沙坡头水利枢纽等,沙坡头水利枢纽位于黄河上游,坐落在宁夏回族自治区中卫市境内,是一个以灌溉、发电为主的综合水利、水电工程。库区自黑山峡口拟建的大柳树水利枢纽坝址至沙坡头水利枢纽主坝坝轴线,长约 13.4 km ,为由5个弯道组成的连续弯道,以下称为大柳树—沙坡头河段。河道由窄渐宽,其中左岸为较松软的河滩,而右岸为较坚硬的岩石和丘陵。在该库区左岸上方是跨经腾格里沙漠边缘的包—兰铁路线。铁路周围是著名的宁夏沙坡头旅游区和自然保护区。沙坡头水利枢纽的修建,改原来的无坝引水为有坝引水,改善了沙坡头灌区的供水水源,为灌区节水灌溉和分引黄河水创造了条件。随着灌区的建设,中卫及周边地区成为腾格里沙漠南侵的天然屏障,生态环境得以改善。因此,该工程是一个有着重要的社会、经济价值的综合工程。

然而,由于水利枢纽的修建,改变了天然水沙过程,库内不可避免地会发生淤积。水库淤积可引起以下几个方面问题^[2]:

(1) 由于淤积使兴利库容和防洪库容不断损失,导致水库综合效益降低。

(2) 淤积上延引起淹没与浸没。由于泥沙淤积的结果,加大了水库的坡降,使库内水位不断抬高,回水区和再淤积范围不断向上游延伸,出现水库“翘尾巴”现象,导致库内水位普遍抬高,从而引起对沿岸城市、农田的淹没或浸没。

(3) 变动回水区冲淤往往会不利于航运。

(4) 坝前泥沙淤积会增加停机抢修和降低出力。

(5) 坝下游河床变形会导致出现险工并影响航运。

(6) 水库淤积既可能加强水库的自净能力,也可能加重水库的污染。

同样,黄河宁夏沙坡头水利枢纽的建成和运行,改变了原有自然河流的状况,如河床情况、来水来沙条件等,对该河段和下游青铜峡库区的水流运动、泥沙运移及未来的河床演变带来深刻影响。如何科学合理地管理和运行,不仅是该水利枢纽,也是黄河上所有水利工程所共同面临的重要问题。沙坡头水库投入运行后,2004年11月,黄河水利委员会宁蒙水文局对该库区进行了首次“汛后淤积测验”。测验表明:“库容在正常蓄水位1240.5 m以下为1818万 m^3 ,与2000年原始资料相比,库容减少765万 m^3 。”^[3]减少量约占总库容的30%。因此,对黄河大柳树—沙坡头河段的水沙运行规律进行深入细致的研究,是科学管理、运行该水利枢纽的当务之急。

第二节 国内外研究现状

一、概述

目前对水流及泥沙运动规律的研究,一般可分为原型观测(Field Measurement)、理论分析(Theoretical Analysis)、物理模型试验(Physical Model Experiment)和数学模型(Numerical Modeling)等几种基本方法。

原型观测又称为现场实测,是利用一些专门仪器,赴河流现场对水文及水力的一些要素如流量、水深、河床高程、流速、河宽、泥沙含量、泥沙粒径级配等进行定时、定点测量的一种方法。它为理论分析、物理模型和数学模型提供必要的的数据,是人们对水流及泥沙运动规律认识的基础和来源。它不存在物理模型试验中比尺的选择问题,也不存在数学模型中有关参数选取是否恰当的问题。在长江、黄河等大江大河上设有为数众多的水文站,对一些水力要素进行长期、持续的观测。在沙坡头水库水沙运移规律的研究中,研究小组成员也多次赶赴现场进行实测,取得了第一手珍贵的资料。但原型观测方法常受制于外部环境和人力物力,耗时长、观测点少且不易进行。

理论分析方法是根据水沙运移的力学关系,应用基本力学原理,建立水沙运移各要素之间的数学力学关系。理论分析方法是流体力学中的一个重要的研究手段之一,它揭示的是水沙运移的普遍规律,比在一定条件下进行的物理模拟和数值模拟所得到的局部近似值要全面深刻得多。然而,理论分析往往受限于数学工具,只有少数特定条件下的问

题,可根据求解问题的特性对方程及边界条件作相应简化,得到解析解。大部分实际水利工程问题,一般需要借助原型观测、物理模型试验或数值模拟研究。关于河流水沙运移的理论分析方面,已有不少专著,如张瑞瑾主编的《河流动力学》^[4]、沙玉清的《泥沙动力学》^[5]、钱宁和万兆惠的《泥沙运动力学》^[6]、张瑞瑾和谢鉴衡等的《河流泥沙动力学》^[7]、窦国仁的《泥沙运动理论》^[8]、韩其为的《水库淤积》^[2]、Yalin 的《Mechanics of sediment transport》^[9]等。

水利工程中的物理模型试验即水工模型试验,是在按比尺缩小的模型中预演或复演原型相似的水流,进行泄水建筑物中各种水力学问题的研究。水工模型试验必须遵守模型水流和原型水流在空间上和时间上相似所必需的原理,即水力相似原理。物理模型较为直观,如果模型比较准确,测量工具精度较高,相似比尺较为合理,其模拟结果可信度较高,容易为工程部门所接受。但是,水工模型试验一般周期较长,投资较大,受场地限制。另外,由于受比尺效应和观测仪器的影响,其模拟结果往往与实际有较大出入。

数值模拟方法是借助电子计算机,数值求解描述水流、泥沙运动的控制方程组(偏微分方程组),得到一些水力要素在空间和时间离散点上的值。数值模拟方法具有原型观测和水工模型试验无法比拟的优点,如不受时空限制、模型使用的重复率高,提供信息的完整性和系统性,可以节约大量的人力、物力、财力和时间支出。20 世纪 70 年代以来,随着电子计算机性能的不断提高,数值模拟方法逐渐成为研究河流水沙运移的主要方法之一,并扮演着越来越重要的角色。这方面的专著有可参考文献[10]~[14]。

水利工程中的数值模拟过程需要用一定的数值计算方法求解相应的水流泥沙数学模型。该数学模型由一系列偏微分方程组成,可分为两个子模块:一个是描述水流运动的水流模块,另一个是描述泥沙运移的泥沙模块。水流模块由连续性方程、动量方程等组成;泥沙模块由泥沙连续性方程、河床变形方程等组成。数值计算方法从对控制方程的不同离散方法分类,可分为有限差分法、有限元法、有限体积法等^[15]。

二、紊流数学模型的研究进展

1885 年,雷诺(Reynolds)曾用试验揭示了实际液体运动存在的两种状态,即层流(Laminar Flow)和紊流(Turbulent Flow)^[16]。当流速较小时,各流层的液体质点是有条不紊地流动,互不掺混,这种形态就是层流;而当流速较大时,各流层的液体质点形成涡体,在流动过程中,互相掺混,这种流动状态就是紊流。紊流是一种高度复杂的非稳态三维流动,在流动过程中流体的各种物理参数如速度、压力等随时间的变化而发生随机的变化,称为脉动。

对明渠流来说,当雷诺数小于 500 时,流动状态一般为层流;而当雷诺数大于 500 时,流动状态一般为紊流。研究层流和紊流运动规律的数学模型,分别称为层流模型和紊流模型^[17]。天然河流中的水流运动,除了在非常靠近固壁边界的极小部分区域,雷诺数较小,流动为层流,称为边界层^[17],其他区域水流雷诺数一般较大,是紊流流动。因此,对天然河流的数值模拟,应该选用紊流模型。

目前,紊流的数值模拟方法可分为直接模拟方法和非直接模拟方法^[18]。所谓直接模拟方法,是指直接求解瞬时紊流控制方程,而非直接模拟方法,就是不直接计算紊流的脉

动特性,而是设法对紊流作某种程度的近似和简化处理。依赖近似和简化的方法不同,非直接模拟方法又分为大涡模拟、统计平均法和 Reynolds 平均法。统计平均法是基于紊流相关函数的统计理论,主要用相关函数和谱分析的方法来研究紊流结构,统计理论主要涉及小尺度涡的运动。这种方法在工程上应用不很广泛,现就其他各种方法作简要介绍。

直接数值模拟方法(Direct Numerical Simulation,简称 DNS 方法),是直接用瞬时的 Navier-Stokes 方程(简称 N-S 方程)对紊流进行计算。直接数值模拟方法的优点是无需对紊流作简化或近似处理,理论上可以得到比较准确的计算结果。然而,试验结果表明^[19],在 $0.1\text{ m} \times 0.1\text{ m}$ 的高 Reynolds 数的紊流流动区域中,包含 $10 \sim 100\text{ }\mu\text{m}$ 的涡,紊流脉动的频率为 10 kHz 左右。要分辨出紊流中详细的空间结构及物理量随机变化特性,计算网格节点数高达 $1 \times 10^9 \sim 1 \times 10^{12}$,时间步长取为 $1 \times 10^{-7}\text{ s}$ 以下。直接数值模拟方法对计算机的内存及计算速度等要求非常高,目前只用于求解低 Reynolds 数和理想边界条件下的紊流,在工程计算中尚不实用。然而,由于电子计算机的飞速发展,近年来 DNS 日益受到重视,并将成为未来紊流数值模拟的发展方向。Morinishi、Tamano 和 Nakabayashi^[20]用 DNS 方法对位于绝热和等温壁面间的可压缩流体进行了直接数值模拟;Wang 等^[21]利用 DNS 方法研究了具有微凹表面的水槽中紊流流动情况;Ikeda 和 Durbin^[22]对一边用肋条加糙的固壁而另一边光滑的水槽中的紊流现象进行了直接数值模拟;Liu 和 Lu^[23]运用 DNS 方法对顺翼展方向旋转紊流及热传导现象进行了直接数值模拟;Shmitt^[24]运用 DNS 方法对低 Reynolds 数边界层流动、明渠流动现象进行了直接数值模拟。

为了模拟紊流流动,要求计算区域的尺寸不仅要包含紊流中最大涡,而且小到足以分辨最小涡的运动。由于紊流的脉动和混合主要是由大尺度的涡造成的,因此可以用瞬时的 Navier-Stokes 方程直接模拟紊流中大尺度涡,不直接模拟小尺度涡,小尺度涡对大尺度涡的影响通过建立模型来模拟,这就是大涡模拟法(Large Eddy Simulation,简称 LES)。LES 对计算机的内存及计算速度要求仍较高,但大大低于 DNS 方法,目前在一般高档 PC 机和工作站上已经可以开展 LES 工作。Su and Li^[25]运用 LES 对有植被床面的明渠水流的水力特性进行了数值模拟研究;Camarri 等^[26]在粗网格非结构网格下对棱柱扰流进行了大涡数值模拟;Breuer 等^[27]运用 LES 等模型对大迎角平板扰流中的分离流的数值模拟结果进行了比较;Keylock 等^[28]讨论了 LES 在具有泥沙冲淤特性的天然河流中的应用前景。Wang 和 Milane^[29]用 LES 对混合层流动现象进行了数值模拟。

Reynolds 平均数值模拟方法(Reynolds Averaged Numerical Simulation,简称 RANS 方法)是目前使用最为广泛的紊流数值模拟方法。RANS 方法不直接求解瞬时的 Navier-Stokes 方程,而是将非恒定的 Navier-Stokes 方程对时间平均,得到一组以时均物理量和脉动量乘积的时均值等为未知量的新的不封闭方程组。流速脉动量的乘积平均值乘以流体密度取相反数,称为 Reynolds 应力,用 R_{ij} 来表示,即 $R_{ij} = -\rho \overline{u_i' u_j'}$ 。然后通过添加另外的方程来描述 Reynolds 应力,与时均 Navier-Stokes 方程组成闭合的方程组来描述紊流流动。

根据对 Reynolds 应力的处理方式不同,可将紊流模型分为两大类:Reynolds 应力模型和涡黏模型。

Reynolds 应力模型通过直接构建表示 Reynolds 应力的方程,然后联立求解时均

Navier-Stokes 方程和新建立的 Reynolds 应力方程。若 Reynolds 应力方程是微分形式的, 这时模型称为 Reynolds 应力方程模型 (Reynolds Stress Equation Model, 简称为 RSM)。在三维情形 Reynolds 应力有 6 个, 其中与坐标轴方向平行的正应力有 3 个 (R_{xx}, R_{yy}, R_{zz}), 与坐标轴垂直的平面内的切应力也有三个 (R_{xy}, R_{xz}, R_{yz})。这样需要至少增加 6 个偏微分方程才能使模型封闭。包括时均 Navier-Stokes 方程在内, 三维情形下仅描述水流运动的 RSM 模型中偏微分方程数目高达 11 个。因此, RSM 模型是 Reynolds 时均模型中最为复杂的紊流模型之一, 虽然计算量较大, 对计算机的要求较高, 但由于其直接求解关于 Reynolds 应力的偏微分方程而得到 Reynolds 应力, 计算结果精确度较高, 近年来受到了广泛重视。张雅、刘淑艳和王保国^[30]对叶轮机内三维流场应用 RSM 进行了数值模拟; Kang 和 Choi^[31]运用 RSM 对顺直水槽中紊流结构进行了三维数值模拟研究; Worth 和 Yang^[32]运用 RSM 对横向流动中的冲击射流进行了数值模拟; Sijercic 等^[33]用 RSM 对两相流中的自由射流进行了数值模拟研究; Jing H、Li C、Guo Y 等^[34,35]等使用 RSM 对具有天然河床和梯形断面的明渠水流中的紊流结构分别进行了三维数值模拟。

代数应力模型 (Algebraic Stress Model, 简称 ASM) 将 Reynolds 应力方程简化为代数方程, 从而达到既能对 Reynolds 应力直接求解, 又可节约计算工作量的目的。因此, ASM 是对紊流进行数值模拟的比较经济合理的数学模型之一, 近年来发展较快。许唯临等^[36]对含污染物的弯道水流运用 ASM 进行了数值模拟研究; Sugiyama 等^[37]运用 ASM 对复合弯曲明渠水流运动进行了数值模拟研究。但也有文献指出^[38], ASM 对一些复杂流动的数值模拟结果并不理想。

涡黏模型中, 不直接处理 Reynolds 应力项, 而是引入紊动黏性系数 (Turbulent Viscosity), 把 Reynolds 应力表示成紊动黏性系数的函数, 整个计算的关键在于确定这种紊动黏度。依据确定紊动黏性系数的微分方程的数目多少, 涡黏模型又分为以下几种模型。

(1) 零方程模型。

零方程模型是指不要求解微分方程而用代数关系式把紊动黏性系数与时均值联系起来的模型。比较常见的零方程模型有常系数模型和 Prandtl 混合长度理论^[19]。

常系数模型是最简单的紊流模型, 虽然这种方法比较粗糙, 但在大水体流动问题的计算中, 运动方程中的紊动黏性项并不十分重要, 常系数模型仍在工程领域得到广泛应用^[39,40]。但要精密地研究水流紊动的性质, 常系数模型往往是无法做到的。

Prandtl 混合长度理论假定紊动黏性系数与时均速度的梯度及“混合长度”成正比。在二维问题中, 紊动黏性系数可如下计算^[19]:

$$\eta_t = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad (1-1)$$

式中: ρ 为流体密度; u 为主流时均流速; y 为与主流方向垂直的坐标; l_m 为混合长度, 是这种模型中需要加以确定的参数。

混合长度理论的优点是简单直观, 对于诸如射流、混合层、边界层带有薄的剪切层的流动比较有效, 并已经被推广到三维情形^[41-45], 如 Patankar 等^[46]曾用混合长度理论计算了带纵向内肋片的平直圆管内的充分发展紊流换热, 获得了较好的模拟结果。然而, 只有在比较简单的流动中才容易给出混合长度, 对复杂流动如带有分离及回流的流动中很难

确定混合长度,这就限制了它在实际工程中的应用。

(2) 一方程模型。

在混合长度理论中,紊动黏性系数仅与几何位置及时均速度场有关,而与紊流的特性参数如紊流脉动动能无关。混合长度理论应用的局限性说明紊动黏性系数应与紊流本身的特性量如脉动的特性速度和脉动的特性长度有关。紊流脉动动能的平方根即 $\sqrt{k}$,可以看成是紊流脉动速度的代表。Prandtl 及 Klmogorov^[19]从上述考虑出发,提出了计算 η_t 的计算公式:

$$\eta_t = C'_\mu \rho k^{\frac{1}{2}} l \quad (1-2)$$

式中: C'_μ 为经验系数; l 为紊流脉动的长度标尺,与混合长度 l_m 有所不同。

采用式(1-2)确定 η_t 时,关键在于确定流场中各点的脉动动能 k 及紊流长度标尺 l 。

一方程模型中,确定 l 的常用方法类似于混合长度理论中 l_m 的确定方法,可根据具体问题得到与试验结果吻合的表达式,是一个经验参数。确定 k 的方法常用以下偏微分方程^[19]:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\eta + \frac{\eta_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \eta_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - C_D \rho \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l} \quad (1-3)$$

式中: σ_k 为脉动动能的 Prandtl 数,其值在 1.0 左右; C_D 为经验常数,在不同的文献中取值相差较大。

应用一方程模型来求解紊流流动可参见文献[47]~[48]。

在一方程模型中,紊动黏性系数与表征紊流流动特性的脉动动能联系起来了,这方面优于混合长度理论。然而,在这一模型中仍要用经验方法规定长度标尺的计算公式,对不同的具体问题,这一经验公式往往不同,模型的通用性较差。实际上,关于长度标尺应该也有一个偏微分方程来描述,这就导致了两方程模型。

(3) 两方程模型。

目前,已有较多两方程模型,但使用最广泛,也最为成熟的两方程模型是 $k-\varepsilon$ 模型。在 $k-\varepsilon$ 模型中,脉动动能 k 的方程仍为式(1-3),其中最后一项为紊动耗散项,可定义为

$$\varepsilon = \nu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \right) = C_D \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l} \quad (1-4)$$

从 N-S 方程可以推导出关于紊动耗散率 ε 的方程:

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\eta + \frac{\eta_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right] + \frac{C_1 \varepsilon}{k} \eta_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (1-5)$$

式中: C_1 、 C_2 、 σ_ε 为经验系数。

于是 k 方程可改写为

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\eta + \frac{\eta_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \eta_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \rho \varepsilon \quad (1-6)$$

计算紊动黏性系数的式(1-2)可改写为

$$\eta_t = C'_\mu \rho k^{\frac{1}{2}} l = \frac{(C'_\mu C_D) \rho k^2}{C_D k^{\frac{3}{2}} / l} = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon \quad (1-7)$$

式中: $C_\mu = C'_\mu C_D$ 。

计算出紊动黏性系数后, Reynolds 应力可以通过如下公式计算:

$$R_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = -\frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} + \eta_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1-8)$$

时均 Navier-Stokes 方程(包括时均动量方程和连续性方程)、 k 方程式(1-6)及 ε 方程式(1-5)一起构成了 $k-\varepsilon$ 紊流模型。模型中三个系数 C_1 、 C_2 、 C_μ 及两个常数 σ_k 、 σ_ε 的取值根据 Launder 和 Spalding 建议^[49], 如表 1-1 所示。

表 1-1 $k-\varepsilon$ 紊流模型中系数的取值

C_μ	C_1	C_2	σ_k	σ_ε
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

以上系数的取值在工程界得到广泛认可, 并成为 $k-\varepsilon$ 紊流模型中经验常数的标准取值。标准 $k-\varepsilon$ 模型在科学研究及工程实际中得到了最为广泛的检验和成功应用^[50,51]。 $k-\varepsilon$ 紊流模型通用性比零方程模型和一方程模型要好得多。采用同样的模型参数, 对许多种类的流动现象诸如自由剪切层、边界层、明渠和管道流动, 该模型比零方程模型和一方程模型的结果往往更加准确。另外, 该模型中新增加的 k 方程和 ε 方程与动量方程一起可以写成统一的对流扩散方程的形式, 控制方程的离散及求解方法可以得到统一, 为编写大型通用计算程序提供了条件。因此, $k-\varepsilon$ 紊流模型直到现在仍为工程界应用最为广泛的模型之一^[52,53]。

然而, 在标准 $k-\varepsilon$ 模型中, 对于 Reynolds 应力的各个分量, 假定紊动黏性系数是各向同性的标量。而在强旋流、弯曲壁面流动或弯曲流线流动等复杂流动现象中, 紊流是各向异性的, 紊动力黏性系数应该也是各向异性的张量。这样, 在使用标准 $k-\varepsilon$ 模型对这些流动现象进行模拟时, 会产生一定的失真^[54]。针对这种现象, 在近 30 多年来, 以 $k-\varepsilon$ 模型为基架, 提出了多种改进方案, 主要有非线性 $k-\varepsilon$ 模型、重整化群 $k-\varepsilon$ 模型、可实现 $k-\varepsilon$ 模型、多尺度 $k-\varepsilon$ 模型等。

非线性 $k-\varepsilon$ 模型(Non-Linear $k-\varepsilon$ Model), 又称为各向异性 $k-\varepsilon$ 模型(Anisotropic $k-\varepsilon$ Model), 是对 Boussinesq 提出的紊流应力的本构关系式(1-8)进行修正; 在线性项的基础上增加了速度梯度乘积的非线性项, 因而能够考虑紊流流场中同一地点上的紊流脉动所造成的附加扩散作用的特点。Acharya 和 Dutta^[55]应用非线性 $k-\varepsilon$ 模型计算了具有横向内肋片的平面通道中的紊流换热, 发现 Reynolds 应力的值比标准 $k-\varepsilon$ 模型的结果更符合实测值。Torri 和 Yang^[56]提出了能考虑紊流热扩散率各向异性的 $k-\varepsilon$ 模型, 并对平面通道内均热流及均匀壁温边界条件下充分发展对流换热情形获得了与实测数据较为吻合的数值模拟结果。Sofialidis 和 Prinos^[57]应用非线性 $k-\varepsilon$ 模型对复合弯曲明渠水流运动进行了数值模拟, 大部分物理量与实测结果较为一致, 但也有部分紊流特性参数模拟结果与实际有一定出入。

重整化群 $k-\varepsilon$ 模型(Renormalization Group $k-\varepsilon$ Model, 简称 RNG $k-\varepsilon$ 模型)由 Yakhot 和 Orzag^[58]提出, 对标准 $k-\varepsilon$ 模型作了部分改进。在 RNG $k-\varepsilon$ 模型中, 通过在大

尺度运动和修正后的黏度项体现小尺度涡的影响,而使这些小尺度运动有系统地从控制方程中去除。与标准的 $k-\varepsilon$ 模型相比, RNG $k-\varepsilon$ 模型通过修改紊动黏度,考虑了平均流动中的旋转及旋流流动情况;在 ε 方程中增加了一项,从而反映了主流的时均应变率。Speziale 和 Thangam^[59] 用 RNG $k-\varepsilon$ 模型对分离流进行了数值模拟。用 RNG $k-\varepsilon$ 模型对紊流进行数值模拟的文献近年来比较多,如文献[60]~[62]。

RNG $k-\varepsilon$ 模型可以更好地处理高应变率及流线弯曲程度较大的流动。RNG $k-\varepsilon$ 模型是高 Reynolds 数模型,在近壁区的流动及 Reynolds 数较低的流动中不能适用。

文献[63]指出,标准 $k-\varepsilon$ 模型对时均应变率特别大的情形,有可能会产生负的正应力。为使流动符合紊流的物理规律,需要对正应力进行某种约束。要实现这种约束,一种途径是使紊动黏度计算式中的 C_μ 不再是常数,而和应变率联系起来,从而提出了可实现 $k-\varepsilon$ 模型 (Realizable $k-\varepsilon$ Model), 又称为带旋流修正的 $k-\varepsilon$ 模型。

与标准 $k-\varepsilon$ 模型相比,可实现 $k-\varepsilon$ 模型的主要变化是^[64]: 紊动黏度的计算公式引入了与旋转和曲率有关的内容; ε 方程中不再包含 k 方程的产生项,可以更好地表示光谱的能量转换; ε 方程不再具有奇异性,即使 k 很小或等于零,方程源项中的分母也不会为零。目前,可实现 $k-\varepsilon$ 模型已经被广泛地应用于旋转均匀剪切流、包含有射流和混合流的自由流动、管道内流动、边界层流动、分离流等^[65,66]。

前面讨论的紊流模型都假定紊流运动只用单个时间尺度和单个长度尺度。但是,紊流的脉动包含了很宽的涡旋尺度范围及时间尺度范围。单尺度模型对诸如圆形射流、尾迹流、升浮力流动及有分离的流动,往往得不到满意的结果。因此,反映紊流迁移过程的多尺度模型 (Multiscale Model of Turbulence) 便应运而生^[67]。比较常用的是两方程模型,是将紊流中的涡旋分为两大类,即尺度较大的载能涡和尺度较小的耗能涡,前者从主流中获取能量 (产生脉动动能),而后者则耗散脉动动能,这样紊流脉动动能的谱可以分为产生区和转换区。大尺度和小尺度的涡的脉动动能及其耗散率分别用不同的控制方程来描述。目前,多尺度 $k-\varepsilon$ 模型已被用于计算贴壁射流、尾迹与边界层流间的相互作用、外掠后台阶及矩形肋片的扰流,都获得了与试验数据较为一致的结果^[68,69]。

除了 $k-\varepsilon$ 模型,两方程模型中比较常用的还有 SST $k-\omega$ 模型^[70]。SST $k-\omega$ 模型能够预测自由剪切流传播速率,像尾流、混合流动、平板绕流、圆柱绕流和放射状喷射,可以应用于墙壁束缚流动和自由剪切等流动现象的数值模拟。SST $k-\omega$ 模型对标准 $k-\omega$ 模型作了一定改进,比标准 $k-\omega$ 模型在广泛的流动领域中有更高的精度和可信度。近年来,标准 $k-\omega$ 模型和 SST $k-\omega$ 模型已用于冲击射流、微尺度流场、翼型动态失速等现象的研究,并取得了一定的研究成果^[70-72]。

三、水流数学模型的研究进展

由于天然河流上普遍存在弯道,因此对弯道水沙运移、河床变形、河岸冲刷和水质的研究,在河流治理、港口兴建、引水防沙、护岸工程、渠道设计以及改善河道航运等许多领域中占有重要的位置,并受到广泛重视。随着计算机的飞速发展,建立数学模型来模拟弯道水沙运移及河床演变成为研究弯道水流运动、泥沙运移、水温 and 水质变化规律的一种重要手段,近年来发展很快。而水流数学模型是泥沙、水温和水质等数学模型的基础,要准