

澳门中华教育会 澳门教育丛书

学海浪花——数学教育闲思集

郑志民 编著

XUEHAI LANGHUA

中国社会科学出版社

新概念 活性

——新概念活性——



学海浪花

——数学教育闲思集

郑志民 编著

中国社会科学出版社

图书在版编目(CIP)数据

学海浪花——数学教育闲思集 / 郑志民编著. —北京：中国社会科学出版社，2012.12

ISBN 978 - 7 - 5161 - 1317 - 2

I. ①学… II. ①邓… III. ①中学数学课—教学研究
IV. ①G633. 602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 199738 号

出版人 赵剑英

责任编辑 史慕鸿

责任校对 刘俊

责任印制 李建

出 版 中国社会科学出版社

社 址 北京鼓楼西大街甲 158 号 (邮编 100720)

网 址 <http://www.csspw.cn>

中文域名:中国社科网 010 - 64070619

发 行 部 010 - 84083685

门 市 部 010 - 84029450

经 销 新华书店及其他书店

印刷装订 北京一二零一印刷厂

版 次 2012 年 12 月第 1 版

印 次 2012 年 12 月第 1 次印刷

开 本 710 × 1000 1/16

印 张 23.75

插 页 2

字 数 393 千字

定 价 65.00 元

凡购买中国社会科学出版社图书,如有质量问题请与本社联系调换

电话:010 - 64009791

版权所有 侵权必究

数理消宗——三精研

深矣浅

壬辰乾年立

允培阳立於濠江



学世兼易半生向盈

尤端阳校长题辞

澳门教育丛书编辑委员会

总策划 李沛霖

副总策划 何少金

编 委 陈 虹 杨灿基 陈志峰
李明基 岑耀昌 陈碧玲

顾 问 邓骏捷 王国强

资助：



澳門基金會
FUNDAÇÃO MACAU

总序

澳门回归后，在国家的大力支持下，特区政府致力于经济建设之余，高度重视教育发展，提出了“优先发展教育”的方针，逐步完善教育政策和教育法律、法规，持续加大资源投入，努力提升教育质量。在“科教兴澳”的社会背景下，澳门教育有了新的发展。而澳门教师在教育道路上默默耕耘，辛勤付出，在履行教师职责的同时，致力提升专业水平，努力探索具有澳门特色的教育发展路向和教育方法，其中总结出来的心得体会、实践经验和教研成果，值得积累和推广。

澳门中华教育会是澳门历史悠久的文化教育团体之一，一向以爱国爱澳，团结教育界，服务社会，促进教育发展为宗旨。澳门中华教育会于2011年制定“澳门教育丛书”出版计划，目的是积累、推广澳门教师的教育经验和研究成果，鼓励教师撰写教育心得，以供本澳乃至各地教育工作者交流学习和教育科研之用。作为一个恒常性的出版计划，每年均将出版若干本教育范畴的书籍，其中包括教师文选、教育研究和教师专著。本计划得到澳门基金会大力支持，予以经费赞助。

2011年澳门中华教育会出版了第一辑“澳门教育丛书”后，为进一步提升出版质量，于2012年与中国社会科学出版社签订合作协议，把丛书交与中国社会科学出版社出版发行，中华教育会则负责丛书的组织、策划、评审工作。

澳门教师的教学任务和培训工作十分繁重，能在工余挤出时间，耗费精力进行教育研究和撰写教育心得，实属不易，值得赞扬。“澳门教育丛书”真实反映了澳门教师的精神面貌、教育特色，以及其对澳门教育作出的思考，对构建澳门特色优质教育体系和推动教师专业成长，有莫大裨

2 澳门非高等教育范畴常用法律法规汇编

益。我们衷心希望广大澳门教师积极支持“澳门教育丛书”的出版工作，踊跃投稿，为推动澳门教育健康发展，贡献力量。

“澳门教育丛书”编辑委员会

2012年4月

作者简介

郑志民，男，1940年12月28日出生于福建省泉州市。

1961年6月毕业于福建师范学院（现福建师范大学）数学系，并留校任教。1980年定居澳门，经澳门政府审批，获颁发理学士学位（证书）。

大学毕业后，于福建师范学院数学系、福建省永春华侨中学、福建省泉州一中、澳门濠江中学等大、中学任职数学教师。

曾任福建省泉州市中学校际数学教研组长，澳门濠江中学数学科组长，教务副主任，教务主任等职务；现任澳门数学教育研究学会副理事长。

任职泉州一中数学教师期间，与他人合作编写了《初中数学参考习题集》一套共六册，畅销福建省各县市中学，受到好评。参加福建省教育厅中教室组织编写的《福建省高考数学总复习大纲》一书的编写工作。

任职澳门濠江中学教务主任期间，组织学校数学骨干教师编写濠江中学初、高中数学校本教材一套共十八册（作者负责编写初、高中几何、代数共五册的编写工作），并主编《濠江中学数学教学文选》一书，受到澳门教育界同仁的好评。

江泽民主席2000年12月20日视察澳门濠江中学时，欣然挥笔提出“五点共圆”几何题，要求数学老师解答一事轰动一时，作者是“五点共圆”问题四位解答者之一。

参与澳门数学教育研究学会《两岸三地十年高考数学试题详解》一书（上、下两册）的出版工作，并负责全书的校对和统稿工作。

十年来，澳门数学教育研究学会定期出版《澳门数学教育》杂志，作者一直负责杂志的编辑和统稿工作。

序

数学是一门科学，也是一种文化；教学是一种实践，也是一门艺术。《学海浪花——数学教育闲思集》的作者，以他对数学的理解、对教研的执著，努力为读者展示数学的魅力，探索文化的意义，总结实践的经验，追寻艺术的真谛。书中每一篇文章的背后，是一个个鲜活生动的案例，每一行文字的深处，是一串串艰难跋涉的足迹。捧读这本倾注作者心血、散发智慧芳馨的文集，一份敬意不禁油然而生。

本书的作者是从事数学教育工作长达半个世纪、前年刚刚退休的郑志民老师，也是我所敬重的同事兼师辈。从数学教师到濠江中学教务主任，再到澳门数学教育研究学会副理事长，郑老师始终辛勤耕耘在数学教育的第一线。尽管行政与教学工作繁忙，郑老师仍然坚持数学教育研究，努力学习并实践各种新的教学理念。难能可贵的是他还勤于笔耕，随时把自己的所思所想、所见所闻、所感所悟记录下来，集腋成裘，于是就有了眼前的这本文集，它是郑老师多年数学教学与研究的结晶。

收入本书的大小 10 篇文章，结构上分为“教学研究”与“数学研究”两大部分；内容涉及中学数学教学研究、教学设计、教学体会，教学反思等方方面面，资料丰富，极具参考价值；观点上既有传承亦不乏创见，博采众家之长又自成一家之言，从中我们可以看到，退而不休的郑志民老师依然关注时下课改的热点、焦点，依然活跃在澳门数学教育的舞台上。

熟悉郑志民老师的人都知道他平日好读书，爱买书；聊起数学教育来，滔滔不绝，乐此不疲。其情其状，颇似“飘然脱去世俗之乐而自乐其乐也”。他写文章，做报告，非为求名，更不为利，凭的是对教育事业的挚爱，凭的是薪火相传的使命感。前辈教师敬业乐业甘为人梯的高尚情怀令人感佩，值得大家学习。

2 学海浪花

我相信，本书的出版，对传播数学文化，弘扬数学精神，开阔读者的数学视野，激发他们的学习兴趣，特别是对促进青年数学教师的专业成长，推动澳门数学教育的进步，都将具有积极的意义。

陈 虹

2012年2月

目 录

上编 教学研究

例说“优化教学设计”	(3)
函数奇偶性说课稿	(14)
函数的奇偶性——函数图象对称性(I)(一)	(26)
函数的奇偶性——函数图象的对称性(I)(二)	(35)
函数的奇偶性——函数图象的对称性(I)(三)	(46)
数学教师应该教什么给学生?	
——初一代数教学的一些做法和体会	(57)
从“集合的解题教学之反思”谈起	
——兼谈如何指导学生“学会解题”	(68)

下编 数学研究

关于“对称方法如何解题”的思考	(87)
韦达定理及其逆定理之几何解释初探	(100)
“四个二次型”问题的探索和教学反思	
——初中数学教师培训教材之一	(113)
观察·归纳·猜想·论证	(239)
抽象函数及其相关问题初探(例题选讲)	(292)
化简二元二次方程的简化方法	(355)

上 编

教学研究

例说“优化教学设计”

教学设计是教师根据教学大纲的要求,从学生的实际(学科基础、思维基础和心理基础)和教师本身的实际(学科知识的水平和学科教学能力)出发所安排的教学活动方案。教学设计的实施便是教学活动的落实。优化的教学设计一般可以取得优质教学效果,这种效果便是优质教学;没有优化的教学设计就没有优质的教学效果。

研究某种教学设计,实施某种教学设计,乃至于评价某种教学设计,都受到一定的教育思想的影响。应试教育思想指导下的教学设计,侧重于“记忆——强化——再现”方面的教学活动;而素质教育观念指导下的教学设计,则侧重于“探索——发现——创新”方面的教学活动。前一种教学设计更多地是把学生当作知识的器皿,把教师当作向器皿灌输知识的工匠,教师是教学活动舞台上的演员,学生只是台下的观众;而在后一种教学设计中,老师扮演的则是类似于登山队的教练或队长的角色,在他(她)的率领下,学生勇敢地攀登知识的高峰。在整个教学活动的舞台中,学生始终是演员、是主角,而教师尽管可以客串演员,可以和学生“同台演戏”,但教师的主要职责则是“导演”。

“优化教学设计”的一个重要来源是各种先进的教学经验。诸如“趣题引入”、“一题多解”、“一题多变”、“数形结合”、“分类讨论”、“恒等变形”、“变式训练”、“错例分析”等都是优化教学设计的“优质元素”,在教学设计中,如果我们能够合情合理地引进教学的“优质元素”,并巧妙地加以有机组合,优化的教学设计将左右逢源,优化的教学效果也将瓜熟蒂落。

下面介绍几个“优化教学设计”的例子。

[例 1] 三角形的内角和及外角和。

问题 1: 如图[图 1(A)], 正方形的内角和 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = ?$

答: 正方形的内角和

4 学海浪花

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ.$$

问题 2: 如图 [图 1(B)], 正方形的外角和 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = ?$

答: 正方形的外角和

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 4 \times (180^\circ - 90^\circ) = 4 \times 90^\circ = 360^\circ.$$

问题 3: 如图 (图 2), 三角形的内角和是多少? 三角形的外角和是多少? 它们相等吗?

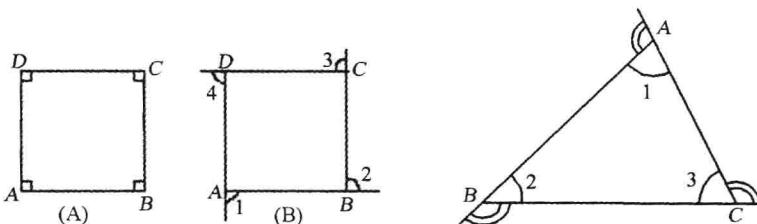


图 1

图 2

问题 4: 寻求三角形的内角和.

解法一: 如图 (图 3), 用剪纸拼图法 . $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ 可拼成一个平角 .

解法二: 如图 (图 4), 延长 BC 至 D , 作 $CE//AB$, 则 $\angle 1 = \angle B, \angle 2 = \angle A$, 因为 $\angle 1 + \angle 2 + \angle ACB = 180^\circ$, 所以 $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$.

解法三: 如图 (图 5), 过 A 作 $DAE//BE$, 则 $\angle 1 = \angle B, \angle 2 = \angle C$, 又 $\angle 1 + \angle BAC + \angle 2 = 180^\circ$, 所以 $\angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

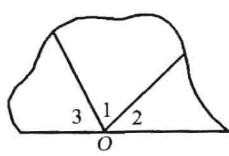


图 3

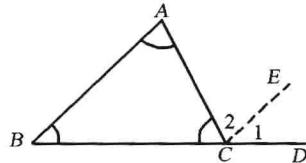


图 4

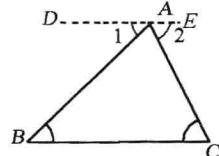


图 5

解法四: 如图 (图 6), 以 C 为中心点, 视线沿 CP 的方向, 第一次转一个 $\angle 1$, 使视线方向为 CA , 第二次再转一个 $\angle 4$, 使视线方向为 CQ (与 AB 平行), 第三次再转一个 $\angle 5$, 使视线方向合于 CP , 则

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 4 + \angle 5 = 360^\circ.$$

即“三角形外角和等于 360° ”!

而 $(\angle BAC + \angle 2) + (\angle ABC + \angle 3)$
 $+ (\angle ACB + \angle 1) = 3 \times 180^\circ$, 所以
 $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$.

问题5: 图7中的三个外角和设为 S_3 ; 图8中的三个外角和设为 S_4 ; 图9中的三个外角和设为 S_5 . 问 S_3, S_4, S_5 三者关系如何?

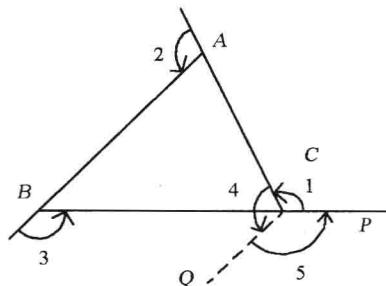


图6

解:按问题4的证法,可知 $S_3 = 360^\circ$,
 顺序转三个角共转了一圈!同理,站在图8和图9中的A点,分别转四个和五个角,也转了一圈!因此,可以得出 $S_3 = S_4 = S_5 = 360^\circ$!

由此,便可以大胆地指出:“任何多边形的外角和都为 360° !”

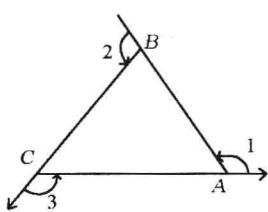


图7

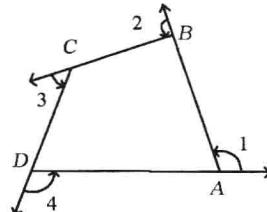


图8

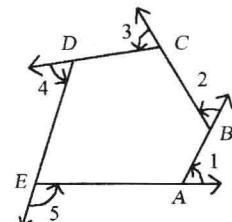


图9

问题6: n 边形的内角和是多少?

解:设 n 边形的内角和为 S'_n , 外角和为 S_n , 则 $S_n = 360^\circ$.

又 $S'_n + S_n = n \times 180^\circ$, 所以 $S'_n = n \times 180^\circ - 360^\circ = (n - 2) \times 180^\circ$.

即 n 边形的内角和等于 $(n - 2) \times 180^\circ$.

设想一只蚂蚁在多边形边界上绕圈子(图10). 每经过一个顶点, 它前进的方向要改变一次, 改变的角度恰好是这个顶点的外角. 爬了一圈, 回到原处, 方向和出发时一致了, 角度改变量之和当然恰好是 360° .

这样看问题, 不但“多边形外角和等于 360° ”这条普遍规律找到了直观上的解释, 而且立刻把我们的眼光引向更宽广的天地.

一条凸的封闭曲线——卵形线, 谈不上什么内角和与外角和. 可是蚂蚁在上面爬的时候, 它的方向仍在时时改变, 它爬一圈, 角度改变之和仍是