

GAO ZHONG HUI KAO DAO YIN GAO ZHONG HUI KAO DAO YIN

高中会考导引

数学分册

王祖浩 主编



高中会考导引 高中会考导引 高中会考导引 高中会考导引

北京师范学院出版社

高中会考导引

数 学 分 册

王 祖 培 表 编

田 广 编 著

北京师范学院出版社

(京)新208号

高中会考导引数学分册

主 编	王祖浩
编 著 者	田广禾 吴中华
出版发行	北京师范学院出版社
社 址	北京西三环北路105号 (邮政编码100037)
经 销	全国新华书店
印 刷	北京顺义北方印刷厂印刷
开 本	787×1092 1/32 印 数 0.001—3,000册
字 数	175 千字 印 张 8.625
版 本	1993年 9 月 第 1 版
	1993年 9 月 第 1 次印刷
书 号	ISBN7-81014-745-5/G·604
定 价	5.20 元

前 言

十年的耕耘，五年的探索，浙江省的会考改革历经艰辛，终于走出了一条成功的路子。国家教委经实地调查后全面肯定这一“突破性的重大改革”（见光明日报，1990年1月24日），并作出“力争三年内在全国试行普通高中会考制度”的决定（见人民日报，1990年1月24日）。近年来，随着国家教委考试中心和浙江省教委“高中会考标准制订方法”课题研究的重大进展（见中国教育报，1992年10月31日），浙江省的各科会考命题技术日趋完善，倍受瞩目。

为了更好地贯彻执行《高中会考标准制订方法》，培养更多更好的合格高中毕业生，我们特请浙江教育学院王祖浩副教授组织浙江省参与会考研究的教研人员与经验丰富的优秀教师联手编写了《高中会考导引》丛书。该丛书以《高中会考标准》为指导思想，总结浙江省及其它省市会考工作和优秀教师行之有效的教学经验。本丛书各分册均由三部分组成。

第一部分：概述会考的功能和特征，介绍会考的常见题型和解题技巧，分析会考试题与高考试题的异同，提供会考复习的建议和方法。

第二部分：以教学大纲、必修教材和会考标准为依据，结合例题、会考试题分析重要的知识考点；提供与考点相关的练习，予以举一反三的强化训练。

第三部分：各科根据会考试卷的构成和能力要求，综合教材内容编制若干份模拟试卷，供学生模拟训练，以提高实

目 录

第一部分 高中数学会考试题评析

- 第一章 高中数学会考研究概述..... (1)
- 第二章 高中数学会考试题类型..... (4)
- 第三章 高中数学会考试题与高考试题的比
较..... (25)
- 第四章 高中数学会考复习要求..... (30)

第二部分 高中数学会考考点例析

- 第一章 幂函数、指数函数和对数函数..... (37)
- 第二章 三角函数..... (56)
- 第三章 两角和与差的三角函数..... (72)
- 第四章 不等式..... (82)
- 第五章 数列、极限、数学归纳法..... (92)
- 第六章 复数..... (106)
- 第七章 排列、组合、二项式定理..... (117)
- 第八章 直线和平面..... (128)
- 第九章 多面体和旋转体..... (152)
- 第十章 直线..... (173)
- 第十一章 圆锥曲线..... (191)

第三部分 高中数学会考综合训练

- 综合训练一..... (224)
- 综合训练二..... (231)

综合训练三..... (236)

综合训练四..... (240)

答案..... (244)

第一部分

高中数学会考试题评析

第一章 高中数学会考

研究概述

高中证书会考(以下简称会考)是国家承认的省级普通高中文化课的毕业水平考试。它用统一的标准衡量中学生是否掌握了高中阶段的数学基础知识和基本技能;是否具备了基本能力;是否达到了高中的毕业水平。会考由各省、市、自治区统一命题,统一组织考试,按地区使用统一的评分标准阅卷,实行统一报告成绩的方法进行的大规模的省级考试。它是检查、评价普通高中各学科教学质量的一种手段,也是考核普通高中学生文化课的学习是否达到必修课教学大纲中所规定的基本要求的重要措施。

证书会考的实施,是考试制度改革的一个重要方面,它既有利于对中学数学教学的正确导向,又有利于对学生的学业水平的正确评价;它对提高当前中学数学教学质量,公正、合理、正确的评价各校每学科的教学质量产生着深远的影响。因此,高中证书会考将越来越深入人心,受到广大师生的欢迎。

会考的成绩在社会招工、招干、征兵中作为评定毕业生文化课学习优劣的依据,说明会考已得到全社会的认可,更

进一步说明会考已经受到了全社会的重视和支持。所以会考在社会上有较高的信度。

会考的要求是凡按照教学要求，坚持正常学习的学生，一般都能达到会考的合格标准。同时也要注意对合格水平以上的学生有一定的区分度，有利于对学生学业水平的正确评价。为此，考试科目的卷面分采用百分制，报告成绩采用等第制的方法较好。等第划分从高到低分为A、B、C、D、E五等(或A、B、C、D四等)，分别代表优秀，良好，中等，合格，不合格(或优秀，良好，及格，不及格)。

各等第的临界分的确定目前有两种方法，一种是以A、B、C、D、E的比例确定，例如E等的比例为5%，那么计算出E等学生的人数，然后得到D、E等的临界分，这种方法会产生一种水涨船高的倾向，可能会挫伤原来学习成绩较差的学生的学习积极性，与“凡按照教学要求，坚持正常学习的学生，一般都能达到会考的合格标准”的宗旨相违背。另一种方法是以预选分布的临界分为标准进行划分等第，这种方法师生比较欢迎，但对命题者的要求较高。难度估计要准确，对各地的教学情况要有较充分的了解，否则会出现等第失控现象。

由于会考的性质是文化课的毕业水平考试。因此，它的目的是测试学生是否已掌握教学大纲中所规定的必学的基本内容，即以测试基本知识和基本技能、基本方法为主要内容，因此会考试题对知识点的覆盖面要大，每题中所涉及的知识要点要求较单一，运算过程要求不能太长，对知识的理解深度和综合能力的要求相对来说要低一些，基于这样的要求，会考试题的题量要适当多一些，并且应以选择题和填空题为主，其中极大部分试题应是基础题和中等题。但会考也要考察合

格水平以上的学生掌握知识的程度以及区分学生数学能力(即运算能力,逻辑推理能力,空间想象能力,严密的、清晰的陈述表达能力以及分析问题、解决问题、归纳问题及创造性思维方面的潜在的学习能力)方面的水平。因此,会考试题中应配置一定数量的、一定难度的解答题,以区分较高层次的数学水平,为了达到正确区分之目的,会考中采用多题把关的方法值得提倡,即在选择题或填空题中配置极少量的具有一定难度的试题。

鉴于会考结束到高考开始仅仅只有三个多月的时间,因此,会考与高考有一定的相关性是必要的。为此,会考的把关试题的难度必须达到一定的难度,一般相当于高考试题中倒数第二、三题的水平,否则会影响会考的测试信度和效度。

根据教育测量学的理论,水平考试试卷的总体难度应控制在0.75左右,这样能够比较正确地评价学生的学业水平,也有利于中学教学。

当前,在会考中有两个问题是值得探讨的。一是通过一张试卷要能区分五个等第的考生实在是比较困难的。许多师生提出考试分两场进行(可仿照全国数学、物理、化学竞赛),第一场为合格与不合格测试;第二场为等第测试,这样命题也容易掌握,等第的评价的可信度也比较大;另一个问题是目前的命题中随意性较大(虽然有命题原则,但这些命题原则的操作也可随人而定)。国家教委考试中心已制订等第标准,对命题操作进行约束、控制,使会考的等第划分具有较高的信度,但笔者认为操作仍会有一定的难度,为了提高会考的信度和效度,建立会考试题库已成为一个迫切需要解决的问题。

第二章 高中数学会考 试题类型

数学测试题型的确定，与考试的类型(选拔性考试、水平考试等)、指导思想等有着密切的关系。目前中学数学测试题的题型主要分成三类：选择题、填空简答题以及解答题(包括证明题)。现将它们的特点及主要功能介绍如下。

一 选 择 题

目前多为四选一的单选选择题。

此类选择题是在题干后提供若干个预选答案(其中有且仅有一个答案是正确的)，供考生从中选出正确结果，用A, B, C, D填充。选择题可以容纳较大的题量，而每小 题的分值又比较低(一般为3分或2分)，再加上选择支(即预选答案)具有一定的迷惑性，因此，选择题具有知识内容的覆盖面较大、试卷容量大、测量的信度较高的优点，它有利于全面考查基础知识和基本技能；可以较客观地考查学生对基本概念、公式、定理的理解和掌握是否正确，对它们的应用、计算的正确性和灵活性；可以考查学生运用基础知识解决较为简单问题的能力；同时可以考查学生解题的速度和灵活程度。另外，选择题有确定的标准答案，因此，可以排除评分中的随意性，有助于电子计算机等现代化的阅卷评分手

段的实施,从而提高阅卷评分的质量和效率,达到提高考试的信度和效度。因此,选择题是目前考试试题中的一种重要的题型。但选择题对学生掌握知识的熟练程度,对问题的完整的、严密的逻辑推理能力、对书写表达能力以及对学生的分析、联想、归纳及创造性思维方面的潜在的学习能力的测试较难达到理想的目的。另外,选择题易受暗示的影响,并且任意的猜测也可能有机会选中正确答案,在四选一的单选题中,每题选中正确答案的机率可达到25%。为此,在一般的考试中,必须有其它的题型与之搭配,形成一份能正确完成测试目的的试卷。

数学的选择题可分为:概念选择题;计算选择题;图像选择题;推理论证选择题等四种。

(一) 选择题的类型

1. 概念选择题

例1 两条异面直线,指的是 ()

- (A) 分别位于两个不同平面内的两条直线;
- (B) 在空间内不相交的两条直线;
- (C) 某一平面内的一条直线和这个平面外的一条直线;
- (D) 不在同一平面内的两条直线.

答案为D.

例2 如果全集 $I = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $M = \{a, c, d\}$, $N = \{b, d, e\}$, 那么 $M \cap N$ 等于 ().

- (A) ϕ ; (B) $\{d\}$;
- (C) $\{a, c\}$; (D) $\{b, d\}$.

答案为A.

2. 计算选择题

例1 $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2$ 的值等于 ().

(A) 1; (B) -1;

(C) i ; (D) $-i$.

答案为B.

例2 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\sin A = \frac{3}{5}$, $\cos B = \frac{5}{13}$, 那么 $\cos C$ 的值是 ().

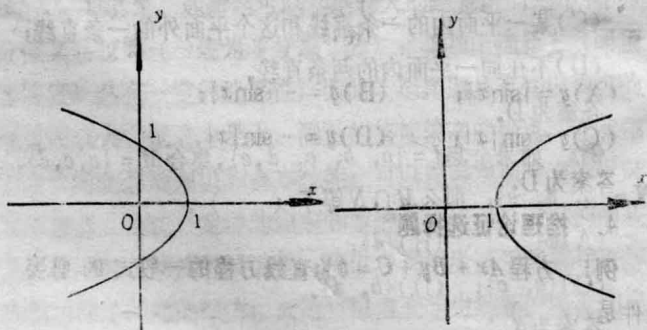
(A) $\frac{16}{65}$; (B) $\frac{56}{65}$;

(C) $-\frac{56}{65}$; (D) $-\frac{16}{65}$.

答案为A.

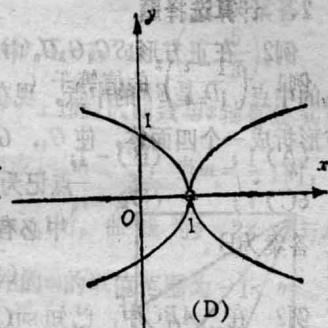
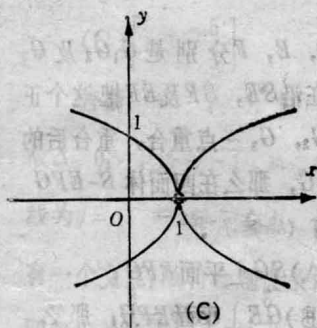
3. 图像选择题

例1 函数 $y = \sqrt{|x-1|}$ 的图像是 ().



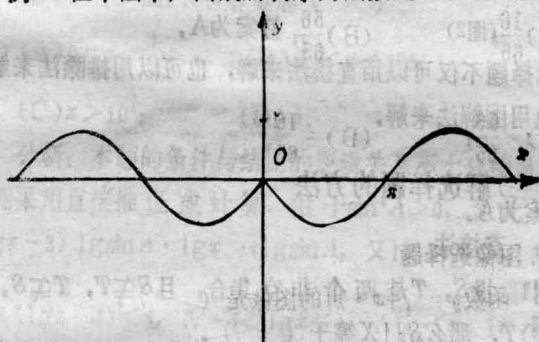
(A)

(B)



答案为D.

例2 在下图中，曲线所表示的函数是（ ）。



(图1)

(A) $y = |\sin x|$; (B) $y = -|\sin x|$;

(C) $y = \sin |x|$; (D) $y = -\sin |x|$.

答案为D.

4. 推理论证选择题

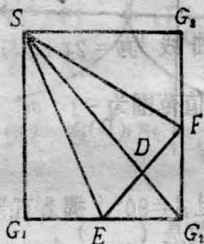
例1 方程 $Ax + By + C = 0$ 为直线方程的一般式的必要条件是（ ）。

(A) A, B 都不为零; (B) A, B 不都为零;

(C) A, B, C 不都为零; (D) A, B, C 都不为零.

答案为B.

例2 在正方形 $SG_1G_2G_3$ 中, E, F 分别是 G_1G_2 及 G_2G_3 的中点, D 是 EF 的中点, 现在沿 SE, SF 及 EF 把这个正方形折成一个四面体, 使 G_1, G_2, G_3 三点重合, 重合后的点记为 G , 那么在四面体 $S-EFG$ 中必有 ().



(图2)

(A) $SG \perp$ 平面 EFG ;

(B) $GE \perp$ 平面 EFG ;

(C) $GF \perp$ 平面 SEF ;

(D) $GD \perp$ 平面 SEF .

答案为A.

选择题不仅可以用直接法来解, 也可以用排除法来解, 有时也用图解法来解.

(二) 解选择题的方法

1. 直接法

例1 设 S, T 是两个非空集合, 且 $S \subsetneq T, T \subsetneq S$, 令 $X = S \cap T$, 那么 $S \cup X$ 等于 ().

(A) X ; (B) T ;

(C) ϕ ; (D) S .

分析: 由题设知: $X \subset S$ 且 $X \subset T$, 又 $S \subsetneq T$, 及 $T \subsetneq S$, 故 $S \cup X = S$, 故答案为D.

例2 如果曲线 $y = (m^2 - 1)x^2 + (m + 1)x + 1$ 和 x 轴有公共点, 那么 m 的取值范围是 ().

(A) $[-1, 1]$; (B) $\left[1, \frac{5}{3}\right]$;

$$(C) \left[-1, \frac{5}{3}\right]; \quad (D) [-1, 1) \cup \left(1, \frac{5}{3}\right).$$

分析: $m^2 - 1 \neq 0$, 即 $m \neq \pm 1$ 时, 因曲线与 x 轴有公共点, 故 $\Delta \geq 0$, 于是有 $-1 < m < 1$ 或 $1 < m \leq \frac{5}{3}$; 当 $m = -1$ 时, 曲线为 $y = 1$, 与 x 轴无交点; $m = 1$ 时, 曲线为 $y = 2x + 1$ 与 x 轴有一个交点, 故符合题设条件的 m 的取值范围为 $-1 < m \leq \frac{5}{3}$, 即答案为 C.

例3 若 A 是三角形的内角, 且 $A \neq 90^\circ$, 那么不等式 $x^{(\lg x - 3) \lg \sin A} > \sin^4 A$ 的解集是 ().

$$(A) 0 < x < \frac{1}{10}; \quad (B) \frac{1}{10} < x < 10^4;$$

$$(C) x > 10^4; \quad (D) \phi.$$

分析: 本题的条件与结论的逻辑关系不十分明显. 为此, 只能采用直接推证或计算. 由于 $\sin^4 A > 0$, 为此可得: $(\lg x - 3) \lg \sin A \cdot \lg x > 4 \lg \sin A$, 又 $\lg \sin A < 0$, 故有:

$$\lg x (\lg x - 3) < 4, \therefore -1 < \lg x < 4, \therefore \frac{1}{10} < x < 10^4, \text{即答案为 B.}$$

例4 PQ 为经过抛物线 $y^2 = 2Px$ 焦点的任意一条弦, MN 为 PQ 在准线 l 上的射影, PQ 绕 l 旋转一周所得的旋转面面积为 S_1 , 以 MN 为直径的球面面积为 S_2 , 那么 S_1 与 S_2 的大小关系是 ().

$$(A) S_1 < S_2; \quad (B) S_1 > S_2;$$

$$(C) S_1 \geq S_2; \quad (D) \text{不确定.}$$

分析: 设抛物线 $y^2 = 2Px$ 的焦点为 F , P, Q 在 l 上的射影分别为 M, N , 于是 $|PF| = |PM| = r_1$, $|QN| = |QF| = r_2$,

$\therefore |PQ| = r_1 + r_2, |MN|^2 = 4r_1r_2, \therefore S_1 = \pi(r_1 + r_2)^2,$
 $S_2 = 4\pi R^2 = \pi|MN|^2 = 4\pi r_1r_2,$ 于是 $S_1 - S_2 = \pi(r_1 - r_2)^2 \geq 0.$
 即 $S_1 \geq S_2,$ 故应选 C.

2. 排除法

对单选选择题来说, 由于受指令性语言“有且只有一个答案是正确的”的约束, 所以对某个选择题的所有 R 个选择支, 当其中 $(R-1)$ 个被判断是错误的, 那么剩余的 1 个, 虽然我们没有直接去研究它, 但是由于其余各选择支已全部被排除, 从而就间接地肯定了剩余的 1 个是正确答案. 从某种意义上说, 排除法正是体现了单选选择题所具有的特点, 因而是一种更重要、更优越的解题方法.

排除法还可分为特例排除法与逆推排除法.

(1) 特例排除法

例1 如果 $1 < a < b$, 那么 $P = \log_a b, Q = \log_b a,$
 $R = \log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{a}$ 的大小顺序是 ().

(A) $P < Q < R;$ (B) $Q < P < R;$

(C) $R < Q < P;$ (D) $Q < R < P.$

分析: $\because 1 < a < b$, 故取 $a = 2, b = 4$, 于是有: $P = \log_a b$
 $= \log_2 4 = 2, Q = \log_b a = \log_4 2 = \frac{1}{2}, R = \log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{a} = \log_{\frac{1}{2}} 2$
 $= -1$, 由此得知正确答案为 C.

例2 $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + n(n+1)$ 等于 ().

(A) $\frac{1}{6} n(2n+1)(n+2);$ (B) $\frac{1}{3} n(2n+1)(n+2);$

(C) $\frac{1}{3} n(2n+1)(n+1);$ (D) $\frac{1}{3} n(n+1)(n+2).$

分析: 此式应对一切 $n(n \in N)$ 均成立, 故取 $n = 1, n = 2$