大学物理学

习题解析

袁艳红 主编

清华大学出版社

袁艳红 主编

大学物理学
习题解析

清华大学出版社
北京

内容简介

本书是与袁艳红主编的《大学物理学》相配套的教学参考书。为了更好地巩固读者所学的物理知识，本书在解析主教材全部习题的基础上增加了基本要求和基础知识点，旨在使学生了解本课程的教学基本要求，明确物理基本概念和规律间的联系与区别，帮助学生运用所学的知识去正确地分析问题和解决问题。本书对教材中所有的习题进行了详细的分析，力图通过分析，使学生对相关的物理规律有更深刻的认识，拓宽解题思路，并通过讨论使学生进一步明确计算结果的物理意义，对于解题过程，则尽可能做到简明扼要。

本书适合选用袁艳红主编的《大学物理学》作为教材的师生作教学和学习参考书使用，也可供高等学校理工科各专业选用和自学读者阅读。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理学习题解析/袁艳红主编. —北京：清华大学出版社，2013
ISBN 978-7-302-31772-2

Ⅰ. ①大…　Ⅱ. ①袁…　Ⅲ. ①物理学—高等学校—题解　Ⅳ. ①O4-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 057818 号

责任编辑：邹开颜　赵从棉
封面设计：常雪影
责任校对：赵丽敏
责任印制：宋　林

出版发行：清华大学出版社
网　　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地　　址：北京清华大学学研大厦 A 座　　**邮　　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**邮　　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 刷 者：三河市君旺印装厂
装 订 者：三河市新茂装订有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：185mm×260mm　**印　　张**：10.25　**字　　数**：244 千字
版　　次：2013 年 5 月第 1 版　**印　　次**：2013 年 5 月第 1 次印刷
印　　数：1～3000
定　　价：19.00 元

产品编号：051556-01

主　编　袁艳红

编　者　袁艳红　柯　磊　陈　锐
　　　　贾　鑫　赵　华　林　璠

前言

本书是配套袁艳红主编的《大学物理学》教材的习题分析与解答。所选习题覆盖了教育部物理基础课程教学指导分委员会制订的“理工科非物理类专业大学物理课程教学基本要求”中的全部核心内容。所选习题具有基础性、应用性和典型性。有些题目与实际间的联系较密切，且物理原理清楚，有较强的实际应用意义和一定的趣味性。类型有填空题、选择题和计算题，难度由浅到深，有较好的适用性。此外，为了帮助学生掌握求解大学物理课程范围内的物理问题的思路和方法，在每一章前面撰写了涉及本章内容的基本要求和基础知识点，以期帮助学生启迪思维，提高运用物理学的基本定律来分析问题和解决问题的能力。

“基本要求”部分。根据国家教委颁布的“高等工业学校大学物理教学基本要求”，结合工科物理教学特点而编写。它扼要地指出了每章中哪些基本概念和定律必须掌握和熟练运用，哪些内容必须理解，哪些只需要了解即可。

“基础知识点”部分。为了使学生明了每章主要知识之间的联系，对每一章的重点内容做了概括性、综合性的阐述，对应掌握的基础知识和应用中必须注意的地方做了较为细致的分析。

“习题解析”部分。物理学的基本概念和规律是在分析具体物理问题的过程中逐步被建立和掌握的，解题之前必须对所研究的物理问题建立一个清晰的图像，从而明确解题的思路，提高自己分析问题和解决问题的能力，全书力求在分析中突出物理图像，引导学生以科学探究的态度对待物理习题，初步培养学生自主学习的能力，通过解题过程体验物理科学的魅力和价值，编者企盼这本书能对学生学习能力的提高和科学素质的培养有所帮助。

本书由袁艳红教授主编，柯磊、陈锐、贾鑫、赵华、林璠参与编写。陕西师范大学苗润才教授审阅了全书并提出了许多详细的修改意见，在此表示诚挚的感谢。

由于编者水平有限，书中错误之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

编　者

2013.3

目 录

第 1 章

质点运动学

在物质的多种多样的运动形式中，最简单而又最基本的运动是一个物体相对另一个物体位置的变化，这种运动称为机械运动。行星绕太阳的转动，宇宙飞船的航行，机器的运转，水、空气的流动等，都是机械运动。本章主要研究物体的位置随时间变化的规律——运动学。首先阐述描述机械运动的基本概念（如参考系、坐标系、质点、时间和时刻）和描写质点运动的基本物理量（如位置矢量、位移、速度、加速度）；其次，讨论几种常见的平面曲线运动（直线运动、抛体运动、圆周运动）中基本物理量之间的关系及其规律。

1.1 基本要求

1. 掌握描述质点运动状态的方法，建立运动学的基本概念。
2. 熟练掌握用求导法由已知的运动学方程求速度和加速度，以及用积分法由已知质点的运动速度或加速度求质点的运动学方程。
3. 熟悉和掌握速度和加速度在直角坐标系和自然坐标系中的表达形式，加深对速度与加速度的瞬时性、矢量性等基本特性的理解。
4. 掌握圆周运动的角量表示及角量与线量之间的关系。
5. 加深对运动相对性的理解，掌握相对运动概念以及相应的速度合成公式。

1.2 基础知识点

1. 质点：当描述一个物体的运动，可以忽略它的大小、内部结构等时，这个物体便可视为质点。一个物体能否看作质点，主要决定于所研究的问题的性质。

2. 参考系：为描述物体的运动而选中的标准物。

3. 运动学方程：表示质点位置随时间的变化，表示为

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$$

用直角坐标表示：

$$\begin{cases}x=x(t)\\ y=y(t)\\ z=z(t)\end{cases}$$

位移：

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$$

4. 速度和加速度：速度是描述物体运动状态的物理量，表示位置随时间的变化率。加速度是描述物体运动状态变化的物理量，表示速度随时间的变化率。

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t},\quad \boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

在直角坐标系中：

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}$$

在自然坐标系中：

$$\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}=\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}$$

$$\boldsymbol{a}=a_{\mathrm{t}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}+a_{\mathrm{n}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}$$

5. 圆周运动

运动学方程(角位置)：

$$\theta=\theta(t)$$

角位移：

$$\Delta\theta=\theta(t+\Delta t)-\theta(t)$$

角速度：

$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

角加速度：

$$\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$$

角量与线量之间的关系：

$$v=r\omega,\quad a_{\mathrm{t}}=r\alpha,\quad a_{\mathrm{n}}=r\omega^2$$

6. 相对运动：一质点相对于两个相对平动参照系的速度间的关系为

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'+\boldsymbol{u}$$

该式称为质点的速度变换关系式，也叫伽利略速度变换式。式中 $\boldsymbol{v}$ 为质点相对于绝对坐标系(定坐标系)的运动速度，叫做绝对速度；$\boldsymbol{u}$ 为动坐标系相对于定坐标系平动的速度，叫做牵连速度；$\boldsymbol{v}'$ 为质点相对于动坐标系的运动速度，叫做相对速度。

1.3 习题解析

一、选择题

1-1 对质点的运动，有以下几种表述，正确的是(　　)。

(A) 在直线运动中，质点的加速度和速度的方向相同

(B) 在某一过程中平均加速度不为零，则平均速度也不可能为零

(C) 若某质点加速度的大小和方向不变,其速度的大小和方向可不断变化

(D) 在直线运动中,加速度不断减小,则速度也不断减小

解析 速度是描述质点运动的方向和快慢的物理量,加速度是描述质点运动速度变化的物理量,两者没有确定的对应关系。故答案选(C)。

1-2 某质点的运动方程为 $x=2t-3t^3+12(\mathrm{m})$,则该质点作(　　)。

(A) 匀加速直线运动,加速度沿 Ox 轴正向

(B) 匀加速直线运动,加速度沿 Ox 轴负向

(C) 变加速直线运动,加速度沿 Ox 轴正向

(D) 变加速直线运动,加速度沿 Ox 轴负向

解析 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2-9t^2, a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-18t$,故答案选(D)。

1-3 一质点在平面上作一般曲线运动,其瞬时速度为 $\boldsymbol{v}$,瞬时速率为 v,某一段时间内的平均速率为 $\bar{v}$,平均速度为 $\bar{\boldsymbol{v}}$,它们之间必定有(　　)的关系。

(A) $|\boldsymbol{v}|=v, |\bar{\boldsymbol{v}}|=\bar{v}$　　(B) $|\boldsymbol{v}|\neq v, |\bar{\boldsymbol{v}}|=\bar{v}$

(C) $|\boldsymbol{v}|\neq v, |\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$　　(D) $|\boldsymbol{v}|=v, |\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$

解析 瞬时速度的大小即瞬时速率,故 $|\boldsymbol{v}|=v$;平均速率 $\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}$,而平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$,故 $|\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$。答案选(D)。

1-4 质点作圆周运动时,下列表述中正确的是(　　)。

(A) 速度方向一定指向切向,所以法向加速度也一定为零

(B) 法向分速度为零,所以法向加速度一定为零

(C) 必有加速度,但法向加速度可以为零

(D) 法向加速度一定不为零

解析 质点作圆周运动时,$\boldsymbol{a}=a_n\boldsymbol{e}_n+a_t\boldsymbol{e}_t=\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_n+\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t$,所以法向加速度一定不为零,答案选(D)。

1-5 某物体的运动规律为 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv^2t$,式中,$k$ 为大于 0 的常量。当 $t=0$ 时,初速为 v_0,则速率 v 与时间 t 的函数关系为(　　)。

(A) $v=\frac{1}{2}kt^2+v_0$　　(B) $\frac{1}{v}=\frac{kt^2}{2}+\frac{1}{v_0}$

(C) $v=-\frac{1}{2}kt^2+v_0$　　(D) $\frac{1}{v}=-\frac{kt^2}{2}+\frac{1}{v_0}$

解析 由于 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv^2t$,所以 $\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v=\int_0^t(-kv^2t)\mathrm{d}t$,得到 $\frac{1}{v}=\frac{kt^2}{2}+\frac{1}{v_0}$,故答案选(B)。

二、填空题

1-6 已知质点位置矢量随时间变化的函数关系为 $\boldsymbol{r}=4t^2\boldsymbol{i}+(2t+3)\boldsymbol{j}$,则从 $t=0$ 到 $t=1\ \mathrm{s}$ 时的位移为________,$t=1\ \mathrm{s}$ 时的加速度为________。

解析 $\boldsymbol{r}_{10}=\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_0=4\boldsymbol{i}+5\boldsymbol{j}-3\boldsymbol{j}=4\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{a}_1=\left.\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|_1=\left.\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}\right|_1=8\boldsymbol{i}$

1-7 一质点以初速 v_0 和抛射角 θ_0 作斜抛运动，则到达最高处的速度大小为________，切向加速度大小为________，法向加速度大小为________，合加速度大小为________。

解析 以初速 v_0、抛射角 θ_0 作斜抛的运动方程为

$$\boldsymbol{r}=v_0t\cos\theta_0\boldsymbol{i}+\left(v_0t\sin\theta_0-\frac{1}{2}gt^2\right)\boldsymbol{j}$$

则

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=v_0\cos\theta_0\boldsymbol{i}+(v_0\sin\theta_0-gt)\boldsymbol{j},\quad \boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-g\boldsymbol{j}$$

到达最高处时，竖直方向上的速度大小 $v_j=v_0\sin\theta_0-gt=0$，此时速度大小即为水平方向上的速度值 $v=v_i=v_0\cos\theta_0$。切向加速度大小 $a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$，法向加速度大小 $a_n=\sqrt{a^2-a_t^2}=g$。

1-8 一飞轮作匀减速转动，在 5 s 内角速度由 40πrad/s 减到 10πrad/s，则飞轮在这 5 s 内总共转过了________圈，飞轮再经过________的时间停止转动。

解析 角加速度 $\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}=\frac{10\pi-40\pi}{5}=-6\pi$，所以角速度 $\omega=\omega_0+\alpha t=40\pi-6\pi t$，角度 $\theta=\omega_0t+\frac{1}{2}\alpha t^2=40\pi t-3\pi t^2$。

因此，飞轮在这 5 s 内总共圈数为：$N=\frac{\Delta\theta}{2\pi}=\frac{\theta_5-\theta_0}{2\pi}=\frac{125\pi}{2\pi}=62.5$(圈)，到停止转动经过时间为：$\Delta t=\frac{\Delta\omega}{\alpha}=\frac{0-10\pi}{-6\pi}\approx1.67$(s)。

1-9 一质点从静止出发沿半径为 3 m 的圆周运动，切向加速度为 3 m/s^2 并保持不变，则经过________ s 后它的总加速度恰好与半径成 45°角。在此时间内质点经过的路程为________ m，角位移为________ rad，在 1 s 末总加速度大小为________ m/s^2。

解析 由 $v_0=0$，$R=3$ m，$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=3$ m/s^2 可得

$$v=v_0+a_tt=3t,\quad a_n=\frac{v^2}{R}=3t^2$$

总加速度恰好与半径成 45°角意味着 $a_n=a_t$，可得 $t=1$ s。

在此时间内经过的角位移：$\theta|_1=\left.\left(\omega_0t+\frac{1}{2}\alpha t^2\right)\right|_1=\left.\frac{1}{2}\frac{a_t}{R}t^2\right|_1=\left.\frac{3t^2}{2R}\right|_1=0.5$ rad，路程：$s=\theta|_1R=1.5$ m，在 1 s 末总加速度大小为：$a|_1=\sqrt{a_n^2+a_t^2}|_1=\sqrt{9t^4+9}|_1\approx4.2$ m/s^2。

1-10 半径为 30 cm 的飞轮，从静止开始以 0.5πrad/s 的匀角速度转动，则飞轮边缘上一点在飞轮转过 240°时的切向加速度 $a_t=$________，法向加速度 $a_n=$________。

解析 匀速转动的线速度大小 $v=\omega R=0.15\pi$ m/s，所以 $a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$，$a_n=\frac{v^2}{R}=0.075\pi^2$ m/s^2。

三、计算题

1-11 一电子的位置由 $\boldsymbol{r}=3.00t\boldsymbol{i}-4.00t^2\boldsymbol{j}+2.00\boldsymbol{k}$ 描述，式中 t 的单位为 s，$\boldsymbol{r}$ 的单位

为 m。求：(1)电子任意时刻的速度$\boldsymbol{v}$；(2)在 $t=2.00$ s 时，电子的速度大小。

解题思路 (1) 利用速度和位移的关系式$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$求解速度；

(2) 代入时间数据求出速度大小的具体数值。

解 (1) $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=3\boldsymbol{i}-8t\boldsymbol{j}$；

(2) 由于$\boldsymbol{v}|_2=3\boldsymbol{i}-16\boldsymbol{j}$，所以可以求出在 $t=2$ s 时，电子速度的大小

$$v=\sqrt{v_i^2+v_j^2}=\sqrt{3^2+(-16)^2}\approx 16.3(\mathrm{m/s})$$

1-12 质点作直线运动，其运动方程为 $x=12t-6t^2$(式中 x 以 m 计，t 以 s 计)，求：(1)$t=4$ s 时，质点的位置、速度和加速度；(2)质点通过原点时的速度；(3)质点速度为零时的位置；(4)作 x-t 图，v-t 图，a-t 图。

解题思路 (1) 利用速度和位移的关系式 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$求解速度，利用加速度和速度的关系式 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$求解加速度；

(2) 将 $x=0$ 代入运动方程求出时间，进而求出速度；

(3) 将 $v=0$ 代入速度方程求出时间，进而求出位置。

解 (1) 由运动方程 $x=12t-6t^2$ 可得，$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=12-12t$，$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-12\ \mathrm{m/s^2}$。$t=4$ s 时，$x|_4=-48$ m，$v|_4=-36$ m/s，$a|_4=-12\ \mathrm{m/s^2}$。

(2) 质点通过原点时，$x=0$，所以 $t=0$ s 或 2 s，得到 $v=12$ m/s 或-12 m/s。

(3) 质点速度为零时，$t=1$ s，此时 $x=6$ m。

(4) 略。

1-13 一质点沿 x 轴运动，加速度 $a=-2t$，$t=0$ 时 $x_0=3$ m，$v_0=1$ m/s。求：(1)t 时刻质点的速度和位置；(2)速度为零时质点的位置和加速度；(3)从开始($t=0$)到速度为零这段时间内质点的位移大小。

解题思路 (1) 利用加速度和速度的关系式 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$求出速度的表达式，再利用速度和位移的关系式 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$求出位移的表达式；

(2)、(3) 中直接代入数据即可求解。

解 (1) $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-2t$，$v_0=1$ m/s，所以

$$v_t=v_0+\int_0^t(-2t)\mathrm{d}t=1-2\int_0^t t\mathrm{d}t=1-t^2$$

又因为 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=1-t^2$，$x_0=3$ m，所以

$$x_t=x_0+\int_0^t(1-t^2)\mathrm{d}t=3+t-\frac{1}{3}t^3$$

(2) $v=0$ 时，$t=1$ s，此时

$$x_1=3+1-\frac{1}{3}=\frac{11}{3}(\mathrm{m}),\quad a_1=-2\ \mathrm{m/s^2}$$

(3) $\Delta x=x_1-x_0=\frac{11}{3}-3=\frac{2}{3}(\mathrm{m})$。

1-14　质点沿直线运动，速度 $v=t^3+3t^2+2$（式中 v 以 m/s 计，t 以 s 计），如果当 $t=2$ s 时，质点位于 $x=4$ m 处，求 $t=3$ s 时质点的位置、速度和加速度。

解题思路　利用速度和位移的关系式 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ 求出位移的表达式，利用加速度和速度的关系式 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 求出加速度的表达式，再代入时间，求出 $t=3$ s 时质点的位置、速度和加速度。

解　由 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=t^3+3t^2+2$ 得

$$x=x_2+\int_2^t(t^3+3t^2+2)\mathrm{d}t=4+\left(\frac{1}{4}t^4+t^3+2t\right)\Big|_2^t=\frac{1}{4}t^4+t^3+2t-12$$

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=3t^2+6t$$

所以，$x_3=41.25$ m，$v_3=56$ m/s，$a_3=45$ m/s^2。

1-15　质点沿直线运动，加速度 $a=4-t^2$（式中 a 以 m/s^2 计，t 以 s 计），如果当 $t=3$ s 时，质点位于 $x=9$ m 处，$v=2$ m/s，求质点的运动方程。

解题思路　利用加速度和速度的关系式 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 求出速度的表达式，再利用速度和位移的关系式 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ 求出位移的表达式，即得质点的运动方程。

解　由 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=4-t^2$ 得

$$v=v_3+\int_3^t(4-t^2)\mathrm{d}t=2+\left(4t-\frac{1}{3}t^3\right)\Big|_3^t=-\frac{1}{3}t^3+4t-1$$

又因为 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，所以

$$x=x_3+\int_3^t\left(-\frac{1}{3}t^3+4t-1\right)\mathrm{d}t=-\frac{1}{12}t^4+2t^2-t+\frac{3}{4}$$

1-16　一个质点自原点开始沿抛物线 $2y=x^2$ 运动，它在 x 轴上的分速度为一常量，其值为 4.0 m/s，求质点在 $x=2$ m 处的速度和加速度。

解题思路　在 x 轴方向上分速度为一常量，因此可以得到 x 轴方向上的位移和时间的关系式，结合抛物线 $2y=x^2$ 可得 y 轴方向上的位移和时间的关系式。

质点在 $x=2$ m 处，根据 x 轴方向上位移和时间的关系可以得到时间值。

由于已知 x 轴方向上分速度为一常量，因此 $v_x=4$，$a_x=0$，题中求质点在 $x=2$ m 处的速度和加速度，实际上只需求出 v_y 和 a_y 即可。利用 $v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$，$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}$，代入数据即可求得。

解　x 轴：$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=4\Rightarrow\int_0^x\mathrm{d}x=\int_0^t4\mathrm{d}t\Rightarrow x=4t$，$y$ 轴：$y=\frac{1}{2}x^2=8t^2$。

质点在 $x=2$ m 处，$t=0.5$ s。

因为 $v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=16t$，$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=16$ m/s^2，$a_x=0$，所以 $v_y|_{x=2}=8$ m/s。故

$$\boldsymbol{v}_2=4\boldsymbol{i}+8\boldsymbol{j}\,\mathrm{m/s},\quad \boldsymbol{a}_2=16\boldsymbol{j}\,\mathrm{m/s^2}$$

1-17　(1)若已知一质点的位置由 $x=4-12t+3t^2$(式中 t 的单位为 s,x 的单位为 m)给出,它在 $t=1$ s 末的速度为何值?(2)该时刻质点正在向 x 的正方向还是负方向运动?(3)该时刻质点速率为何值?(4)$t=3$ s 后,质点是否在某一时刻向 x 轴负方向运动?

解题思路　(1)、(2) 利用 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$,代入 $t=1$ s,求出速度的正负,可以判断该时刻质点正在向 x 的正方向还是负方向运动;

(3) 速率即速度的大小;

(4) 代入 $t=3$ s,由速度的正负判断 $t=3$ s 后质点是否在某一时刻向 x 轴负方向运动。

解　(1) $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-12+6t$,所以 $v_1=-12+6=-6(\mathrm{m/s})$,即 $\boldsymbol{v}=-6\boldsymbol{i}\mathrm{m/s}$。

(2) 负方向。

(3) $|\boldsymbol{v}|=|-6\boldsymbol{i}|=6(\mathrm{m/s})$。

(4) 因为 $v=-12+6t$,若负向运动则 $v<0$,$t<2$ s,所以 $t=3$ s 后,质点不会在某一时刻向 x 轴负方向运动。

1-18　已知质点的运动方程为:$x=2t$,$y=2-t^2$(x、y 以 m 为单位,t 以 s 为单位)。(1)求质点运动的轨道方程;(2)写出 $t=1$ s 和 $t=2$ s 时质点的位置矢量,并计算 1~2 s 内的平均速度;(3)计算 1 s 末和 2 s 末的瞬时速度;(4)计算 1 s 末和 2 s 末的瞬时加速度。

解题思路　(1) 联立 $x=2t$,$y=2-t^2$,消去 t,可得质点运动的轨道方程;

(2) 将 $t=1$ s 和 $t=2$ s 代入 $x=2t$,$y=2-t^2$,把质点的位置矢量表示成 $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}$(m),平均速度由公式 $\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$ 求出;

(3) x 和 y 方向上的瞬时速度由 $v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$,$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$ 求出,代入时间数据,把瞬时速度表示成 $\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}$(m/s);

(4) 同(3),利用 $a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$,$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}$,代入数据,把瞬时加速度表示成 $\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}$(m/s)。

解　(1) $x=2t$,$y=2-t^2$,所以 $y=2-\frac{1}{4}x^2$。

(2) $\boldsymbol{r}_1=2\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}\,\mathrm{m}$,$\boldsymbol{r}_2=4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}\,\mathrm{m}$,$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=2\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}\,\mathrm{m/s}$。

(3) $v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2$,$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-2t$,所以 $\boldsymbol{v}_1=2\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}\,\mathrm{m/s}$,$\boldsymbol{v}_2=2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}\,\mathrm{m/s}$。

(4) $a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=0$,$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=-2$,所以 $\boldsymbol{a}_1=-2\boldsymbol{j}\,\mathrm{m/s^2}$,$\boldsymbol{a}_2=-2\boldsymbol{j}\,\mathrm{m/s^2}$。

1-19　一小轿车作直线运动,刹车时速度为 v_0,刹车后其加速度与速度成正比而反向,即 $a=-kv$,k 为已知的大于零的常量。试求:(1)刹车后轿车的速度与时间的函数关系;(2)刹车后轿车最多能行多远?

解题思路　(1) 利用 $a=-kv=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$,求刹车后轿车的速度与时间的函数关系,注意刹车时速度 v_0 为初始条件;

(2) 求出刹车后轿车的速度与时间的函数关系后,再利用 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ 求出刹车后轿车的位

移与时间的函数关系，取 $t\to\infty$ 即可得刹车后轿车最多能行的距离。

解 (1) $a=-kv=\frac{dv}{dt}\Rightarrow -kdt=\frac{1}{v}dv\Rightarrow -kt=\ln v\Big|_{v_0}^{v}\Rightarrow v=v_0e^{-kt}$

(2) $v=\frac{dx}{dt}\Rightarrow v_0e^{-kt}=\frac{dx}{dt}\Rightarrow\int_0^t e^{-kt}d(-kt)=-\frac{k}{v_0}\int_0^x dx\Rightarrow x=\frac{v_0}{k}(1-e^{-kt})$

当 $t\to\infty$ 时，$x=x_{max}=\frac{v_0}{k}$。

1-20 一质点沿 Ox 轴作变速直线运动，加速度为 $a=-kx$，k 为一正的常量，假定质点在 x_0 处的速度是 u_0，试求质点速度的大小 v 与坐标 x 的函数关系。

解题思路 由 $v=\frac{dx}{dt}=\frac{dx}{dv}\frac{dv}{dt}=a\frac{dx}{dv}$，代入已知的加速度与位移的关系，通过积分即可得质点速度的大小 v 与坐标 x 的函数关系。

解 因为 $v=\frac{dx}{dt}=\frac{dx}{dv}\frac{dv}{dt}=a\frac{dx}{dv}=-kx\frac{dx}{dv}$，所以$\int_{u_0}^{v}vdv=\int_{x_0}^{x}(-kx)dx$，两边积分后可以得到 $v=\sqrt{u_0^2+kx_0^2-kx^2}$。

1-21 一飞轮以 $n=1500$ r/min 的转速运动，受到制动后均匀地减速，经 $t=50$ s 后静止。试求：(1)角加速度 α；(2)制动后 $t=25$ s 时飞轮的角速度，以及从制动开始到停转，飞轮的转数 N；(3)$t=25$ s 时飞轮边缘上一点的速度和加速度的大小(设飞轮的半径 $R=1$ m)。

解题思路 (1) 利用 $\alpha=\frac{d\omega}{dt}$求角加速度 α；

(2) 利用 $\omega_t=\omega_0+\alpha t$ 求制动后 $t=25$ s 时飞轮的角速度，利用 $\theta=\omega_0t+\frac{1}{2}\alpha t^2$ 求制动后 $t=25$ s 时转过的角度，即可求出转数 N；

(3) 利用 $v=\omega_tR$，$a=\omega_t^2R$ 分别求出 $t=25$ s 时飞轮边缘上一点的速度和加速度的大小。

解 (1) 因为 $n=1500\text{ r/min}=50\pi\text{rad/s}=\omega$，所以 $\alpha=\frac{d\omega}{dt}=-\pi\text{ rad/s}^2$。

(2) $\omega_t=\omega_0+\alpha t=50\pi-25\pi=25\pi(\text{rad/s})$

因为 $\theta=\omega_0t+\frac{1}{2}\alpha t^2=1250\pi$ rad，所以 $N=\frac{1250\pi}{2\pi}=625(\text{r})$。

(3) $v=\omega_tR=25\pi$ m/s，$a=\omega_t^2R=625\pi^2\text{ m/s}^2$。

1-22 一质点沿半径为 R 的圆周运动，质点所经过的弧长与时间的关系为 $s=bt+\frac{1}{2}ct^2$，其中 b、c 为常量，且 $Rc>b^2$，求切向加速度与法向加速度大小相等之前所经历的时间。

解题思路 由 $v=\frac{ds}{dt}$，$a_t=\frac{dv}{dt}$，$a_n=\frac{v^2}{R}$求出 a_t、a_n 的时间关系式，联立二者即可得切向加速度与法向加速度大小相等之前所经历的时间。

解 因为 $v=\frac{ds}{dt}=b+ct$，所以 $a_t=\frac{dv}{dt}=c$，$a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{(b+ct)^2}{R}$。

若 $a_t=a_n$，则 $c=\frac{(b+ct)^2}{R}$，即$\pm\sqrt{Rc}=b+ct$。

又因为 $Rc>b^2$，所以 $\sqrt{Rc}-b=ct$，即 $t=\sqrt{\frac{R}{c}}-\frac{b}{c}$。