

高中立体几何

教法 学法 考法

曾广钦 龚祖情 编著

三环出版社

一年一期卷

教法 学法 考法

立 体 几 何

曾广钦 龚祖倩 编著

三 环 出 版 社

琼新登字03号

责任编辑 刘文武

封面设计 苏彦斌

教法 学法 考法

高中立体几何

曾广钦 龚祖倩 编著

三环出版社出版

(海口市滨海大道花园新村20号)

新华书店首都发行所发行

河北省遵化县人民印刷厂印刷

787×1092mm 1/32 8印张 字数, 169千字

1992年2月第1版 1992年2月第1次印刷

标准书号, ISBN 7-80564-808-5/G·566

印数 1—10,100册

定价, 3.70元 高中一年一期卷总定价, 33元

前 言

教法、学法、考法是教育界的热点问题。“方法”虽然是一种手段，但却是达到最佳彼岸的桥梁。对此，关心教育的理论界和广大教师，潜心研究探讨，新的认识和理论成果层出不穷。广大学生也经常议论，为了提高学习效果，寄希望于良师的指点。

教法、学法、考法是系统工程，三者是不可分的整体，相互制约，相互依存，相互促进。

教学过程是师生双边活动的统一过程。教学活动的中心是学生，教和学都是为了尽快地增长知识，增长才干。教学活动的主体是学生，学生要经过自己的思维和实践，才能最后牢固地掌握知识，发展思维，提高能力，去认识世界改造世界。因此依据教学对象，选择科学的教学方法，缩短师生认识上的距离，以激发学生学习的积极性和主动性，及时满足全体学生对知识的渴求。要做到这一点，教师就必须充分了解学生的学习过程和学习过程中的心理活动，指导学生的学习方法，使教与学达到和谐统一，教学活动适应于学生的认识规律；学习活动适应于教学规律。考法是教与学的评价手段，最优的考法，无疑能激发师生的积极性，促进教学效果与学习效果的提高。

教学、学习和考试本应是一体的。教学和学习不是为了

应考，复习考试也不应当脱离平日的教与学而搞突击。有丰富经验的教师是靠教学目标，形成知识结构和教学结构，靠能力的培养，发展学生的思维，指导学生进行素质和水平的训练，并不断取得师生双方的反馈，进一步调整和发展教学过程。这些教师所教的学生基本知识扎实，能力较强，能举一反三，善于作知识迁移和应用，因此参加各种合格考试和选拔考试，成绩都是好的、稳定的。本书正是这种教与学方法的指导和研究。

基于上述认识，现组织部分教师，把他们多年的教学经验与理论研讨相融合，孕育出一套《教法·学法·考法》丛书，旨在促进教与学最优状态的形成，帮助学生有效地掌握学习。

该丛书，根据各科特点，按照知识结构顺序分块编写。每块知识内容，设有“教学目标”，“教法研讨”，“学法指导”，“解题方法”，“考法探索”等栏目。所有内容都适于广大青少年的自学和阅读。

阅读“教学目标”，能了解学习要求。

阅读“教法研讨”，能了解教师怎样传授知识。

阅读“学法指导”，能知道怎样学习更加有效。

阅读“解题方法”，能知道怎样应用基础知识去分析解答书面问题。

阅读“考法探索”，可以进行学习的自我评价。

该丛书是在特级教师、北京景山学校校长崔孟明同志指导下编写的。作为新课题的尝试，一定有很多不足之处，欢迎同志们指正。

编 者

1991. 9. 10

目 录

第一章 直线和平面

第一单元 平面

〔教学目标〕	(1)
〔教法研讨〕	(2)
〔学法指导〕	(14)
〔解题方法〕	(22)
〔考法探索〕	(32)

第二单元 空间两条直线

〔教学目标〕	(39)
〔教法研讨〕	(40)
〔学法指导〕	(53)
〔解题方法〕	(56)
〔考法探索〕	(64)

第三单元 空间直线和平面

〔教学目标〕	(72)
〔教法研讨〕	(73)
〔学法指导〕	(85)
〔解题方法〕	(99)
〔考法探索〕	(107)

第四单元 空间两个平面

〔教学目标〕	(120)
〔教法研讨〕	(121)
〔学法指导〕	(141)
〔解题方法〕	(147)
〔考法探索〕	(157)

第二章 多面体和旋转体

第一单元 多面体

〔教学目标〕	(172)
〔教法研讨〕	(173)
〔学法指导〕	(183)
〔解题方法〕	(187)
〔考法探索〕	(196)

第二单元 旋转体

〔教学目标〕	(203)
〔教法研讨〕	(204)
〔学法指导〕	(210)
〔解题方法〕	(211)
〔考法探索〕	(219)

第三单元 多面体和旋转体的体积

〔教学目标〕	(226)
〔教法研讨〕	(227)
〔学法指导〕	(236)
〔解题方法〕	(241)
〔考法探索〕	(248)

第一章 直线和平面

第一单元 平面

〔教学目标〕

识记理解

1. 使学生在已有的平面几何知识的基础上, 进一步来认识三度空间; 对空间的点、直线、平面有明确的概念, 会用集合的符号来表示它们之间的从属关系;

2. 熟记平面的六条基本性质: 三个公理及公理 3 的三个推论;

3. 了解立体几何的常用基本语句及其符号表示, 了解推理论证的逻辑表达与书写格式, 能运用平面的六条基本性质进行论证一些简单的共面问题、共线问题和共点问题;

4. 掌握公理 3 及其三个推论的内在联系; 能够推证三个推论; 能够利用适当的平面, 把空间问题转化为平面问题去解决;

5. 使学生会用斜二测的画法画水平放置的平面图形的直观图。

应用

1. 能从具体的客观存在实物中抽象出“平面”的数学概念, 概括出“平面”的空间形式。

2. 能理解平面的无限延展性, 能根据实际需要将平面

作必要的延展。

3. 能画出各种不同位置平面的示意图。

4. 能用模型来说明各种图形的位置关系。

5. 能用字母符号的形式叙述或书写各种图形及其位置关系。

6. 能推证公理 3 的三个推论。

7. 能论证诸直线（三条以上）共面、共点及三点共线。

8. 了解轴测投影的一些基本原则，例如投影线、投影面、轴间角、轴向变形系数等。

9. 熟练地画出正三角形、正方形、正五边形、正六边形及其他多边形的水平放置直观图。

分析与综合

1. 培养初步的空间想象能力；

2. 培养初步的识图和画图能力；

3. 培养初步的逻辑推理能力。

〔教法研讨〕

这一单元的教学是在学生学过平面几何，全面地掌握有关平面几何图形性质的基础上开始的，主要在于阐述平面的性质。

平面是研究空间图形最基本的元素之一。

平面和直线一样，它是作为基本概念来处理的，仅通过具体实例和它们的性质的描述，便得到明确的概念，并未给出定义，和直线的无限性一样，数学中所说的平面也是无限

延展着的。

平常我们说“点动成线”、“线动成面”，是从运动的观点去考察线和面的形成，就是说点的运动的轨迹是线——直线或曲线；直线运动的轨迹是面——平面或曲面。所以，平面正象点、线这些元素一样，可以看成是空间点的轨迹或集合。

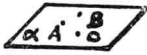
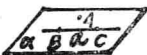
在这一单元的教学中，必须使学生在观念上产生变化：平面几何中所有元素都在同一平面内，而在立体几何中，空间元素不全在同一平面内。通过这种观念的更新，学生的思维才能从平面跃入空间，形成空间观念，而这种空间观念，或者说空间想象力，正是立体几何这门学科所始终力求培养的观念和能力。

在本单元的第二节，提出平面的三个基本性质（即三个公理）和公理3的三个推论。它奠定了立体几何学的理论基础。有了它们，立体几何就形成了一整套的理论思维，使数学在具体的实物的形象上抽象概括出一门新的学科——立体几何学。这就是说，要学好立体几何，必须彻底理解并牢固掌握这六条基本性质。

基本性质1指出了直线和平面间的一种基本关系，是判断一条直线是否在平面内的理论依据，这在逻辑推证上是有极广泛的应用的；基本性质2有关两个平面相交的性质，它既揭示两个平面相交的重要特征，又提供了空间确定一条直线的一种方法；基本性质3和它的三个推论是在空间确定平面位置的主要依据，是把立体几何问题转化为平面几何问题的依据，当判定了空间图形的某些元素在同一平面时，就可以运用已有的平面几何知识进行研究也是本大节教材的中心内容，应当要求学生能够彻底理解和掌握它们。

本单元的第三节，介绍水平放置的平面图形的直观图的画法。它是第二章柱、锥、台、球直观图画法的基础，必须切实掌握斜二测画法的三条规则。

知识联系表

↓ 概念 ↓	平 面 ↓ 基本性质 ↓	↓ 画法 ↓
描述性概念 无限延展性	公理 1 	表示法  水平放置的平面图形的直观图的画法
	公理 2 	
	公理 3 	
	↓	
	推论 1 	
	推论 2 	
推论 3 		

课时安排建议

第一课时 引言，平面。

第二课时 平面的基本性质（公理 1、2、3）。

第三课时 平面的基本性质（公理 3 的推论 1、2、3）。

第四课时 水平放置的平面图形的直观图的画法。

第五课时 单元复习

教法建议

精心设计绪论课（即第一课时 引言、平面），通过学生熟悉的实例（如：房屋、课桌、篮球、教室里的日光灯和地面、立交桥等）和模型（如事先准备好的正方体、棱锥、圆柱、圆台、球等）以及多变的图形，激发学生的兴趣，把学生的思维引入丰富多采的数学空间世界，让学生入迷和形成悬念。

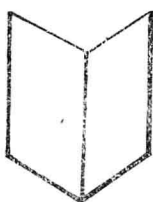
刚刚升入高中的学生，在初中才学完平面几何，在脑子里出现的尽是平面图形：圆（非常非常圆）、正三角形（每个内角都是 60° ）、垂线（两直线相交成 90° ）…。立体几何中的图形却完全不一样，它是用水平放置的直观图来表示。如果把圆画成“圆”，说明他还没有入门。这就是说立体几何与平面几何有很大的差别，平面几何研究的是平面图形，立体几何研究的是空间图形。怎样激发学生学习立体几何的兴趣，使他们的思维能冲破平面的局限性（即思维定势），从平面中跳出来，跨入空间的大千世界中，培养他们的空间想象力呢？上好立体几何的绪论课是关键，它能使学生一上高中就迷上立体几何。因为“兴趣”是最好的老师。

在讲绪论课时，可提出几个简明而又富于思考性的具体问题，以引起学生对学习立体几何的兴趣和重视。

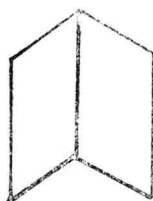
问题1 同学们，你们在家里或学校里安装过日光灯吗？怎样才能使灯管和天棚、地板平行呢？（为以后讲线面平行的判定定理埋下伏笔）

问题2 下面两个图形中，哪个是凸出来的哪个是凹进

去的？你能判断吗？（边说边画）



甲

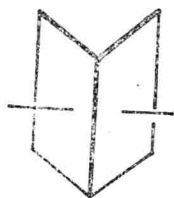


乙

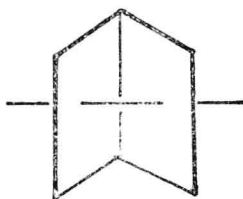
图 1~1

（结论：可以随心所欲地产生凹凸感）

问题 2 （将上面两个图形变成下面情况）根据下面两个图形回答上述问题。



甲

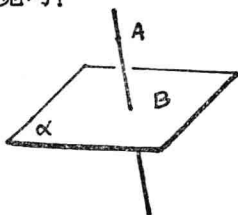


乙

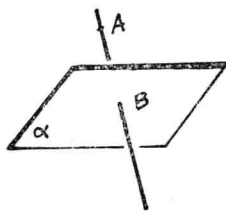
图 1~2

（甲为突出来的，乙为凹进去的）

问题 3 下面两个图形有区别吗？能产生上、下和前、后的感觉吗？



甲



乙

图 1~3

(甲为上、下,乙为前、后)

问题4 在初中我们学过平面几何。你能说出一些平面几何的图形吗?

(点、直线、射线、角、三角形、四边形及圆)

问题5 在小学的算术里,我们还学正方体、长方体、圆柱形、圆锥形,这些图形与初中学过的三角形、四边形、圆一样吗?你能说清它们之间有什么区别和联系吗?

(不一样,前者是平面图形,后者是空间图形,而空间图形又是在一个平面内画出的。平面图形是空间图形的一部分)

问题6 我们知道,直线是向两方无限延伸着的,它没有粗细。那么,你知道什么是平面吗?能举出实例吗?平面有什么特点?

(常见的桌面、黑板面、平静的水面以及纸板等,都给我们以“平面”的形象。平面有以下的特点:

(1) 平面是无限延展的。
没有大小、宽窄和厚薄之分。

(2) 平面将空间分成两部分。要想从其中一部分到达另一部分,就必须穿过这个平面。

(3) 平面是空间点的集合,这个集合内的任意两点所连直线上的所有点,都是这个集合内的点。

问题7 如图1~4是纸片表面,它是不是平面的一部分?为什么?

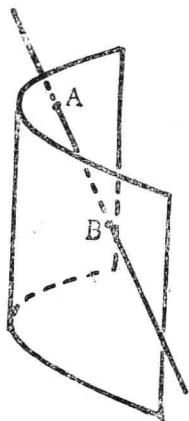


图1~4

(不是平面的一部分, 它不符合平面的特点(3))

问题8 下面两个图图1~5是两个初学立体几何的两个学生画的两个相交平面的图形, 你能判断哪个画错了吗?

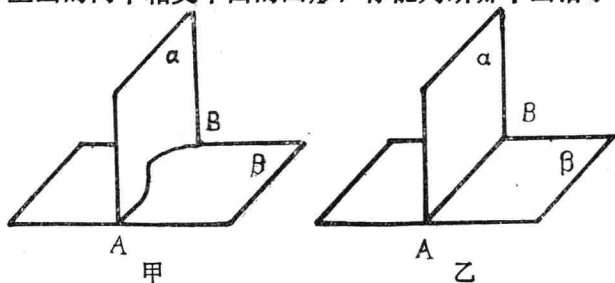


图1~5

(请你拿出一张纸, 先对折一下, 然后再打开, 你就能观察出哪个画错了。甲错)

问题9 这里有五个几何体及一个正方体形的空盒子

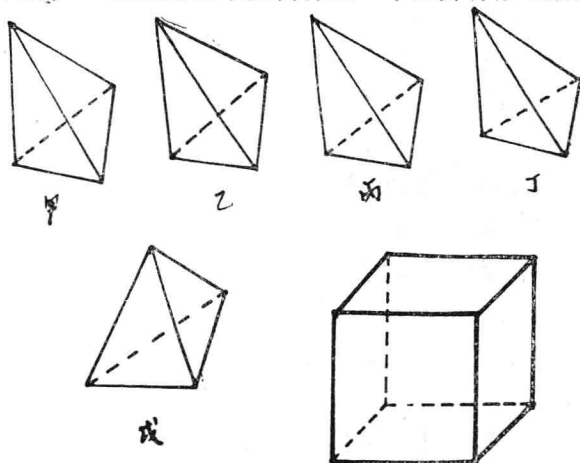


图1~6

(上课前先做好模型：将正方体截下四个角，共得五个几何体)，你能否将这五个几何体迅速装入正方体形的空盒子内呢？如图1~6。其中甲、乙、丙、丁是截下的四个角，戊是正方体截去四个角后的芯。

注意：问题9对培养学生的学习兴趣和空间想象力很有帮助，在上绪论课时尽可能使用。

问题10 请观察下面几个模型图1~7（课前先用纸片或铁皮做好），将它们分别绕着直线 l 旋转一周，你能想象出形成什么样的几何体吗？（培养学生从平面向空间转化的空间想象能力）

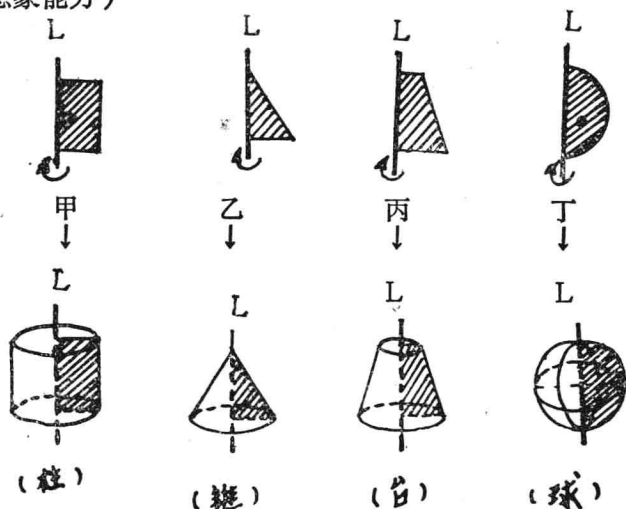


图1~7

问题11 我国第一颗人造地球卫星的远地点离地面2384km，在这时约有多少平方公里上的人能看到这颗卫星？图1~8

怎样讲授平面的基本性质（公理1、2、3）？我们知道平面的三个公理是立体几何的奠基理论，它们是从不同的角度阐述平面的基本性质的。在教学中可以通过以下几步层层加深，以帮助学生彻底理解：通过设疑引出公理；通过教具或实例启发思维；通过小结揭示公理的实质。

在讲授公理1以前，可以向学生提出下列问题：怎样判定桌子面或教室中的墙壁面平不平呢？接着可举出下面的实例启发学生思考。木工师傅在检查他所做的桌面平不平时是

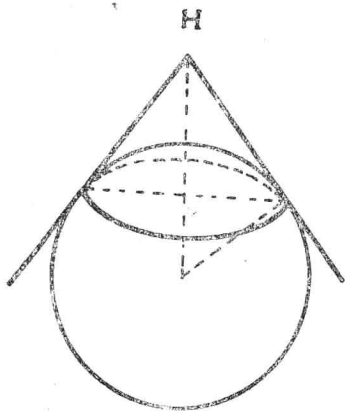


图1~8

这样进行的：把校正好的“直尺”的棱放在桌面不同位置上，紧紧贴住并任意移动，看直尺与桌面之间有无透光的缝隙，如果处处“紧贴”，说明这个桌面是“平”的。因为桌面是“平”的，尺又是“直”的，且过两点又只有一条直线，此时，水到渠成总结公理1，并向学生指出公理1的本质是说明直线

与平面的位置关系中直线在平面内的情形，进而指出，公理1有以下四层意思：①它描述了直线在平面内的含义；②可以用公理1来判定一条直线是否在平面内；③可以用公理1来判定一个面是否是平面；④公理1刻划了平面的“平”这个特性。

还可以恰到好处地对学生进行思想品德的教育：公理是从人类生产劳动的经验中总结出来的，它既不是从天上掉下