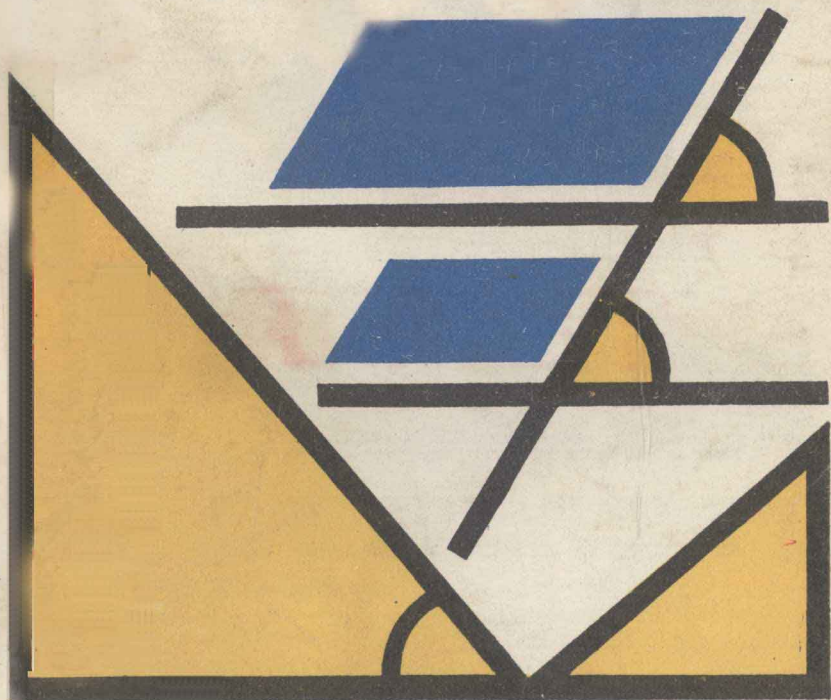


中学理科学习指导丛书

# 初二几何

辅导与练习



北京市海淀区教师进修学校主编 重庆出版社



# 初二几何辅导与练习

北京市海淀区教师进修学校主编

庆 出 版 社

一九八四年·重庆

## 编 者

北京大学附属中学	陆 乘
北京师范大学附中	邵元铭
北京十一中学	王燕谋
北京清河二中	耿楚吉
北京市海淀区教师进修学校	王增民

责任编辑 尹明善

### 初二几何辅导与练习

---

重庆出版社出版 (重庆李子坝正街 102 号)  
四川省新华书店重庆发行所发行  
贵 州 新 华 印 刷 厂 印 刷

开本 787×1092 1/32 印张 7.625 字数 170 千  
1984 年 7 月第一版 1984 年 7 月第一次印刷  
印数 1——2,482,100

---

书号: 7114·217 定价: 0.63 元

## 前 言

长期以来，我们感到：学生迫切需要一种能帮助他们学好功课的课外读物；家长希望有一种能督促和检查自己孩子学习的材料；教师欢迎出版一种能帮助自己辅导学生的书籍。为了解决这些问题，我们组织了一些有教学经验的教师编写了这套丛书。

通过教学实践，我们认识到：

(1) 只有把知识的结构分析清楚，知识才易于学生理解、记忆和运用，从而掌握知识的整体。

(2) 打好基础，是学生学好全部知识的前提。在基础知识中，重点和难点掌握不好，是有些学生学习不好的原因之一。

(3) 引导学生对所学过的那些主要题型做到心中有数，同时又掌握各级题型的解题规律，是帮助学生消化知识、提高解题能力的有效途径。

(4) 对学习较好的学生来说，在学好基础知识的前提下，要不断提高他们综合运用知识，以及把知识向深、广两个方面进行适当引申的能力，这不但是可以的，而且是应该的。

(5) 知识必须通过不断地复习、检查，才能逐步深化、巩固。

基于以上认识，本书在编写时，各章都包含以下几个部

分：

(1) 结构分析：有些章分析得较简单，可以在学习开始时看，有些则分析得较深入，可以在学完全章后再看。

(2) 重点和难点分析：说明重点内容的重要性在哪里，特别是如何通过它们掌握贯通全章内容；难点之所以困难的原因，特别是通过解决难点能学到哪些思考方法、解题技巧，和促进哪些能力的增长。

(3) 各级题型：配以典型的例题，并说明解题规律。

(4) 启发与体会：着重介绍教师的经验和体会；教科书上一般不讲的思路、观点、方法等，以及适当启发学生对所学知识作更深入的思考。

(5) 自我检查题：在每单元之后，配备知识面尽量全、并具有一定综合性、用以检查本单元学习的一套题目，以帮助学生学习后的收获与存在的问题。

本书尽量作到以上各项中的要求；体现紧密配合教材，但又不重复教材内容的原则，但是限于编者水平，未必都能做到，且不免出现错误或不妥之处，我们诚恳地希望读者给以批评和指正。

北京市海淀区教师进修学校

1984年2月

# 目 录

<b>第一章 基本概念</b> .....	( 1 )
一、结构分析.....	( 1 )
二、重点、难点分析.....	( 2 )
1. 线段、射线、直线.....	( 2 )
2. 角的概念.....	( 4 )
3. 线段的和差与角的和差.....	( 5 )
三、各级题型.....	( 10 )
1. 基本题型.....	( 10 )
2. 综合题型.....	( 12 )
习题一.....	( 14 )
自我检查题.....	( 16 )
自我检查题答案.....	( 17 )
<b>第二章 相交线与平行线</b> .....	( 18 )
一、结构分析.....	( 18 )
二、重点、难点分析.....	( 19 )
1. 对顶角.....	( 19 )
2. 垂线.....	( 21 )
3. 定义、公理、定理.....	( 22 )
4. 平行线.....	( 27 )

三、各级题型	( 32 )
1. 基本题型	( 32 )
2. 综合题型	( 35 )
习题二	( 39 )
自我检查题	( 42 )
自我检查题答案	( 44 )
四、启发与体会	( 45 )
1. 如何掌握基本概念	( 45 )
2. 如何培养看图和画图能力	( 49 )
3. 学会解几何题, 培养推理论证能力	( 57 )
<b>第三章 三角形</b>	( 66 )
一、结构分析	( 69 )
二、重点、难点分析	( 69 )
1. 全等三角形、等腰三角形和直角三角形	( 69 )
2. 关于三角形中不等量的证明	( 80 )
3. 作图题	( 89 )
三、各级题型	( 97 )
1. 基本题型	( 97 )
2. 综合题型	( 107 )
习题三	( 117 )
自我检查题	( 122 )
自我检查题答案	( 124 )
四、启发与体会	( 127 )
数学中的综合法与分析法	( 127 )
<b>第四章 四边形</b>	( 135 )

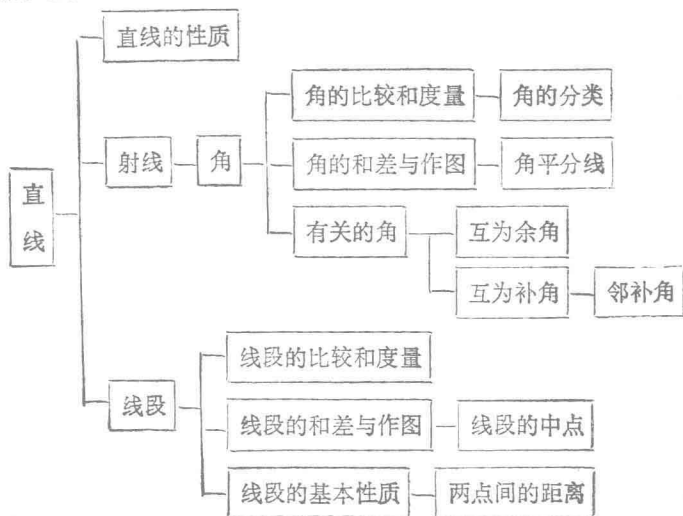
一、结构分析	(135)
二、重点、难点分析	(137)
1. 平行四边形	(137)
2. 几种特殊的平行四边形	(141)
3. 以平行四边形的性质为基础的某些定理	(149)
4. 梯形	(159)
三、各级题型	(165)
1. 基本题型	(165)
2. 综合题型	(176)
习题四	(189)
自我检查题	(192)
自我检查题答案	(194)
四、启发与体会	(167)
<b>第五章 面积、勾股定理</b>	<b>(205)</b>
一、结构分析	(205)
二、重点、难点分析	(206)
1. 面积	(206)
2. 勾股定理	(211)
三、各级题型	(217)
1. 基本题型	(217)
2. 综合题型	(220)
习题五	(223)
自我检查题	(225)
自我检查题答案	(226)
四、启发与体会	(229)



# 第一章 基本概念

## 一 结构分析

由具体物体的抽象化我们便得到几何图形的概念。几何图形是由点、线、面、体或若干个点、线、面、体组合在一起。而在初中平面几何学习中主要研究点、线或由若干个点、线组合在一起的图形，前几章都是以直线组成的图形为



主。本章的一些基本概念，都是以后学习的基础，要给予足够的重视。因此，只有找出它们之间的内在联系，才便于理解和掌握。下面通过结构图来帮助同学们总结本章的知识内容。

## 二 重点、难点分析

### 1. 线段、射线、直线

线段、射线、直线是最基本的、最原始的概念。它们虽然简单，但很重要。怎样才能掌握这些概念呢？同学们必须注意以下几个问题。

(1) 要分清线段、射线、直线这三个概念。学习时要注意它们之间的区别与联系。它们的主要区别是：直线没有端点，射线只有一个端点，线段有两个端点。图1-1中的(1)、(2)、(3)分别为直线、射线、线段。〔它们的图形及表示法都不相同〕虽然它们都可以用两个大写字母表示，但字母所表示的点的位置是不同的。直线是用直线上任两点的字母表示；射线是用一个端点的字母和射线上任一点的字母来表示；线段则是用两个端点的字母表示的。在表示时，直线和线段没有方向问题。如图1-1(1)可以读作(记作)直线  $AB$  或



直线  $BA$ ，图1-1(3)读作(记作)线段  $DE$  或线段  $ED$ ，而射线就必须注意方向，只允许由端点开始读，如图1-1(2)中读作

(记作)射线 $OC$ ，若读射线 $CO$ 就完全错了。射线 $CO$ 是表示， $C$ 是射线的端点，而 $O$ 是射线上任一点。

线段、射线、直线三者之间既有区别又有联系。若把射线向反向延长，或线段向两方延长都可以得到直线，线段向一方延长可得到射线。射线可以看做直线的一部分，线段是射线或直线的一部分，故在直线上取两点可以得到一条线段，取一点可以得到两条射线，这种关系在学习中经常用到。

(2) 在应用或作图时也要注意，不能把线段、射线、直线三个概念搞混。如过两个已知点 $A$ 、 $B$ 既可以作直线，也可以作射线或线段。但叙述必须明确区分，如作直线就可叙述为：“过 $A$ 、 $B$ 两点作直线 $AB$ ”。作射线应叙述为：“以 $A$ 为端点作射线 $AB$ ”，或“过 $B$ 点作射线 $BA$ ”。而作线段时，就应叙述为：“连结 $AB$ ”。但在作题时，同学往往把作直线叙述为：“连结 $AB$ ”。作射线又说成“过 $A$ 、 $B$ 作直线”。这些都是错误的。

(3) 直线的基本性质和线段的基本性质要在理解的基础上掌握。它们在以后的论证中是重要的依据。

直线的基本性质：“两点决定一条直线”。就是说经过两点，“有”且“只有”一条直线。即过两点存在着一条直线，并且这条直线是唯一的。由此不难考虑出为什么用两个点的字母表示一条直线，而不是用一个点、三个点或更多的点。过一个点可以作出无数条直线，而不能确定一条直线，所以不能采用一个点表示直线，而三个点或更多的点也没有必要，只要在直线上选两个点就可以了。

两点间的距离的定义是：“连结两点的线段的长叫做这

两点间的距离”。它是依据直线和线段的基本性质为依据的。由直线的基本性质，保证了两个点位置一固定，由它们所组成的线段的位置就确定。又由线段的基本性质：“在连结两点的线中线段最短”，说明线段在所有连结两点的线中是最短。即线段在数量上也是唯一的，故把“连结两点的线段的长”作为两点间的距离的定义。

另外，在叙述两点间的距离的定义时，不要丢掉“长”。若把定义说成：“连结两点的线段叫做两点间的距离”就错了，因为距离是指“线段的长”而不是指线段。

## 2. 角的概念

(1) 角是本章的一个重点。首先要搞清楚角的定义。“以一点为公共端点的两条射线所组成的图形叫做角”。定义中有两个要点：①是由两条射线组成的；②是这两条射线必须有一个公共端点：在这个基础上，我们就会懂得为什么角的大小与角的两边的长短无关。另外对角的表示法也不至于出错了。如图1-2中的角应写为 $\angle AOB$ ，中间的字母 $O$ 是角的顶点，也是组成角的两条射线的公共端点，射线 $OA$ 是角的一边， $OB$ 是角的另一边。这样就决不会写成 $\angle OAB$ 。一看到 $\angle OAB$ ，就应想到这个角的顶点是 $A$ ，角的两边是 $AO$ 和 $AB$ 。 $\angle OAB$ 所表示的角与图1-2中的角是不同的。

根据角的形成过程得到角的另一种定义：“一条射线由原来的位置 $OA$ ，绕着它的端点 $O$ 旋转到另一位置 $OB$ ，就形成一个角”。此概念在以

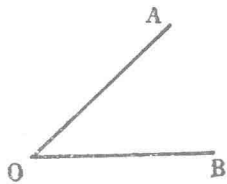


图 1-2

后的学习中要用的。课本提到这个定义，主要为平角和周角的生成打下基础，同学们只需了解它，能区别角的始边和终边就可以了。

(2) 作一个角等于已知角，可以利用直尺和量角器，首先用量角器量出已知角的度数，然后再按照这个度数再作出一个角，则后作的角必然等于已知角。用量角器作角，实质是作有一个公共端点的两条射线。注意在使用量角器量角或作角时往往会出错，特别是钝角，如有人用量角器量一个 $130^\circ$ 的钝角，把它的度数读为 $50^\circ$ ，产生这样错误的原因是由于对“量角器的0刻度线对准角的一边，这边应当是角的始边，而另一边是终边，应读出终边在量角器上所指示的角度”。这一点没搞清楚。

### 3. 线段的和差与角的和差

关于“线段的和、差”与“角的和、差”的作图是这章的难点，同学们感到困难的是不会写作法，怎样才能解决这个困难呢？

(1) 首先要明确作法是作图的记录，所以在开始学习作图题时，最好每画一步图，就写一步作法。这样图画好了，作法也写完了。千万不要先制造一套作法，然后再完成作图。这样就容易使作法与画图脱节，使作法失去了依据，就不易掌握作法的叙述。

(2) 要结合作图，搞懂每步作法的含意，这是理解“为什么这样写”和“如何写”的关键。

例 已知：线段 $a$ 、 $b$ 。(如图1-3)

求作：一条线段，使它等于 $a+b$ 。

- 作法：1. 作直线  $l$ 。  
 2. 在直线  $l$  上取一点  $A$ 。  
 3. 在  $l$  上从点  $A$  起向一方顺次截取  $AB=a$ ,  $BC=b$ 。

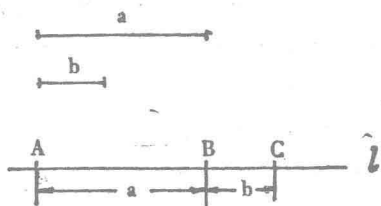


图 1-3

$AC$  就是所求的等于  $a+b$  的线段。

为什么要这样写作法呢？因为要作一条线段，主要是决定线段的位置以及线段的两个端点的位置。在作法中第 1 步“作直线  $l$ ”就是确定了所求作线段的位置，就是要在直线  $l$  上作线段。线段的第一个端点的位置可以随便定，故在作法第 2 步写为“在直线  $l$  上取一点  $A$ ”。但线段的第二个端点就不能任意取了，必须保证它和  $A$  点间的距离等于  $a+b$ ，故第 3 步作法为“在  $l$  上从点  $A$  起向一方顺次截取  $AB=a$ ,  $BC=b$ ”。为了说明所作的线段  $AB$ 、 $BC$  的方向是相同的，故作法中使用了“向一方”一词。为了说明一个挨着一个的截取，作法中又使用“顺次”一词。这样最后得到线段  $AC$  就是所求作的线段，它的长正好等于  $a+b$ 。

例 已知：线段  $a$ 、 $b$  ( $a > b$ )。(如图 1-4)

求作：一条线段使它等于  $a-b$ 。

- 作法：1. 作直线  $l'$ 。  
 2. 在  $l'$  上截取  $A'B' = a$ 。

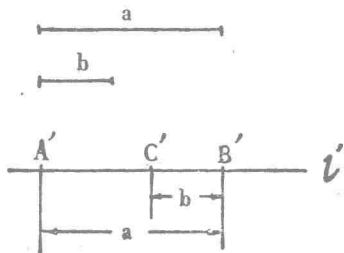


图 1-4

3. 在  $A'B'$  上从点  $B'$  向相反的方向截取  $B'C'=b$ .  
 $A'C'$  就是所求的等于  $a-b$  的线段.

上面的例题, 要注意以下两点:

① 所求作的线段是一条, 故不能按图1-5的方法去截, 最后得出  $A'C'+D'B'$  等于  $a-b$ , 这是不符合求作要求的.

② 作法中的前两步容易理解. 应该多想想第三步, 为什么不在线段  $A'B'$  外截取  $B'C'=b$ , 而是在线段  $A'B'$  上截? 这样的写法是为了说明  $B'C'$  的方向. “在  $A'B'$  上从点  $B'$  起向相反的方向截取  $B'C'=b$ ” 中谈到的“相反方向”是指截得  $B'C'$  和截得  $A'B'$  的方向相反. 当然此题也可以从  $A'$  点开始截取  $A'C'=b$ , 如图1-6所示, 第3步作法就应该写成“在  $A'B'$  上从点  $A'$  起向相同的方向截取  $A'C'=b$ ”, 这样  $C'B'$  就是所求的等于  $a-b$  的线段.

作线段的和, 经常要在直线上连续截取两条或两条以上的线段, 这时在作法里必须写上“顺次”两个字, 若只截取一段就不必写“顺次”了.

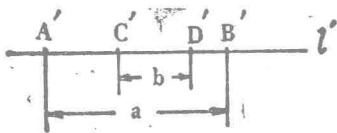


图 1-5

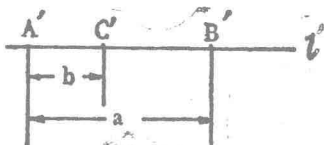


图 1-6

同学们要掌握好作两条线段的和或差, 作和就在直线上顺次截取两条线段, 作差时则在直线上先截一段较长的, 随后在这条线段上再截去较短的线段, 剩余的一段就是所求作的线段. 当你比较熟悉这基本作法后, 这一类比较复杂的作

图也就会了。

例 已知：线段 $a$ 、 $b$ 、 $c$ ( $a > b > c$ )。(图1-7)

求作：一条线段使它等于 $2a - b + c$ 。

作法(图1-7(1))：

1. 作直线 $l$ 。
2. 在直线 $l$ 上取一点 $A$ 。

3. 在 $l$ 上从点 $A$ 向一方顺次截取 $AB = a$ ， $BC = a$ 。

4. 在 $AC$ 上从点 $C$ 起向相反方向截取 $CD = b$ 。

5. 在 $AC$ 上从点 $D$ 沿 $AC$ 方向截取 $DE = c$ 。

$AE$ 就是所求的等于 $2a - b + c$ 的线段。

也可以采用其他方法作，如图1-7(2)、

图1-7(3)。同学们结合图形试着写写它们的作法。此题也可以先变形， $2a - b + c = 2a + c - b$ ，即先作加法，再做减法。同学们试试看。

在作图中如果出现顺次截取的线段都是相同的时，如作

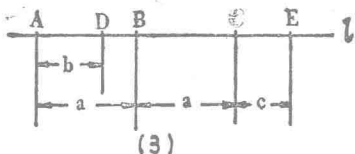
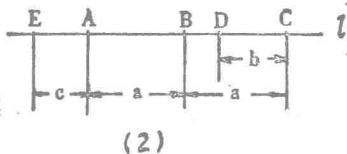
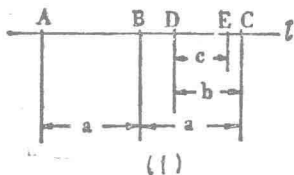
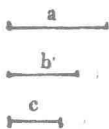


图 1-7



法的第3步。“……顺次截取  $AB=a$ ,  $BC=a$ ”。也可以写成“在  $l$  上截取  $AC=2a$ ”，不过对初学的同学最好不要省写。这样训练对你们理解和掌握作图题是有好处的。

(3) 作角的和、差与作线段的和、差有类似的地方，也有不同的地方，主要不同点在于线段是由两个点决定，而角必须是有公共端点的两条射线所组成。如果同学们能熟练地掌握“作一个角等于已知角”的基本作图，并且能理解和掌握作角的和、差的作法范句“以  $\times\times$  为始边，在  $\angle\times\times\times$  的外（里）面作  $\angle\times\times\times=\angle\times$ ”，就不会感到困难了。

不论作两角的和或差，总是先作出一个角，而在作第二个角时必须强调出它和第一个角的位置关系，以第一个角的哪条边为它的始边，作两个角的和时，第二个角作在第一个角的外面，作两个角的差时，则第二个角作在第一个角的里面。下面举一例，同学们可以认真地思考一下它的要领。

例 已知： $\angle 1$ 、 $\angle 2$  ( $\angle 2 > \frac{1}{2}\angle 1$ ) 如图1-8(1)  
求作：一个角使它等于  $2\angle 2 - \angle 1$ 。

作法 (图 1-8(1))：1. 作

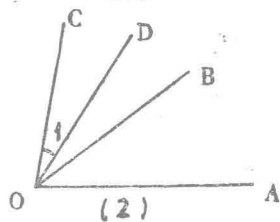
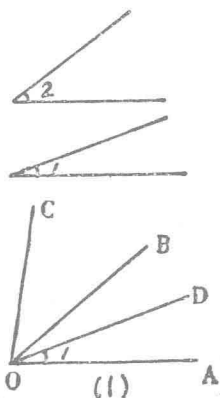


图 1-8