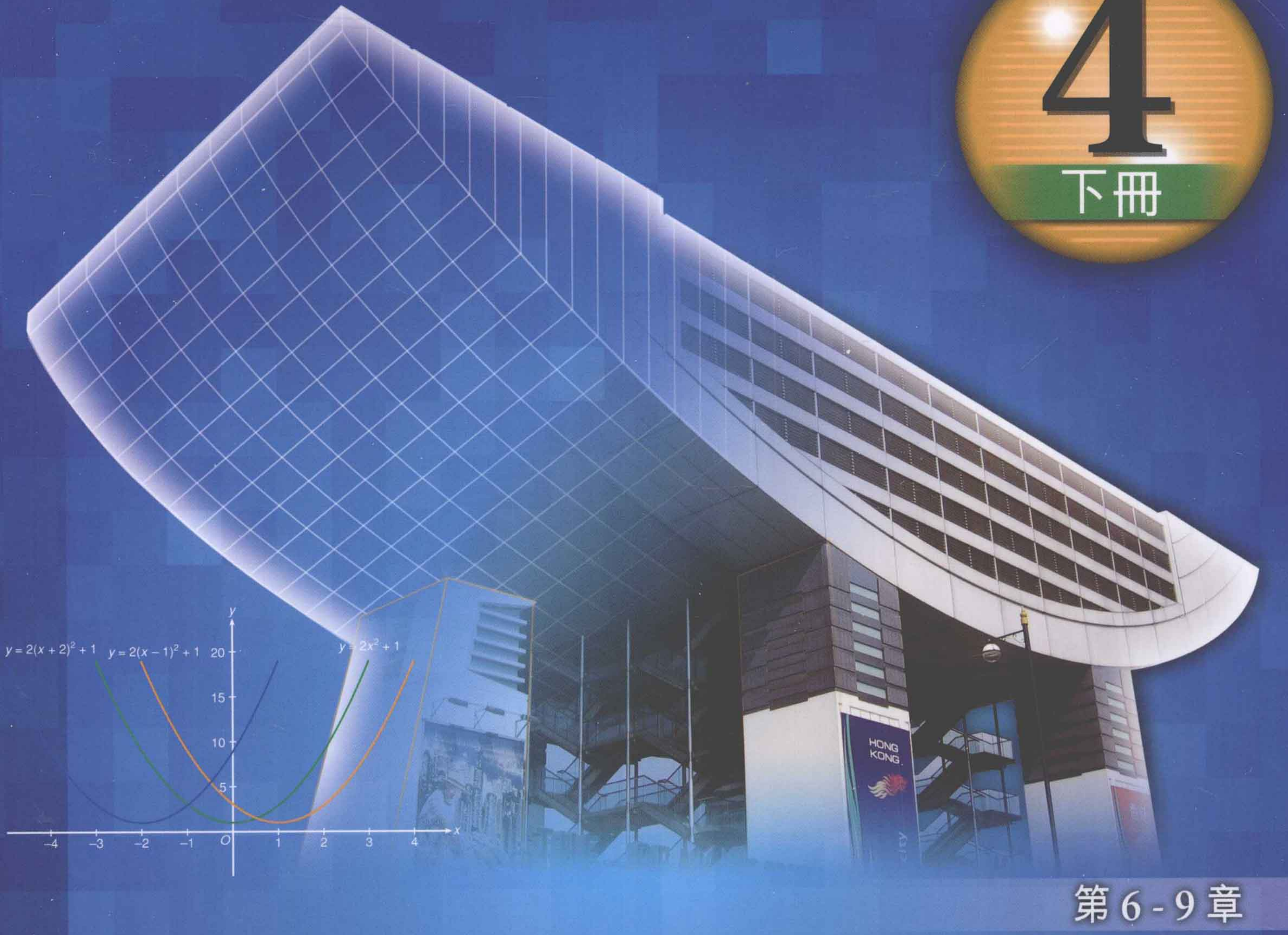
4

下冊



第 6 - 9 章

高中數學新探索

（必修部分）

顧問 張百康 孫淑南

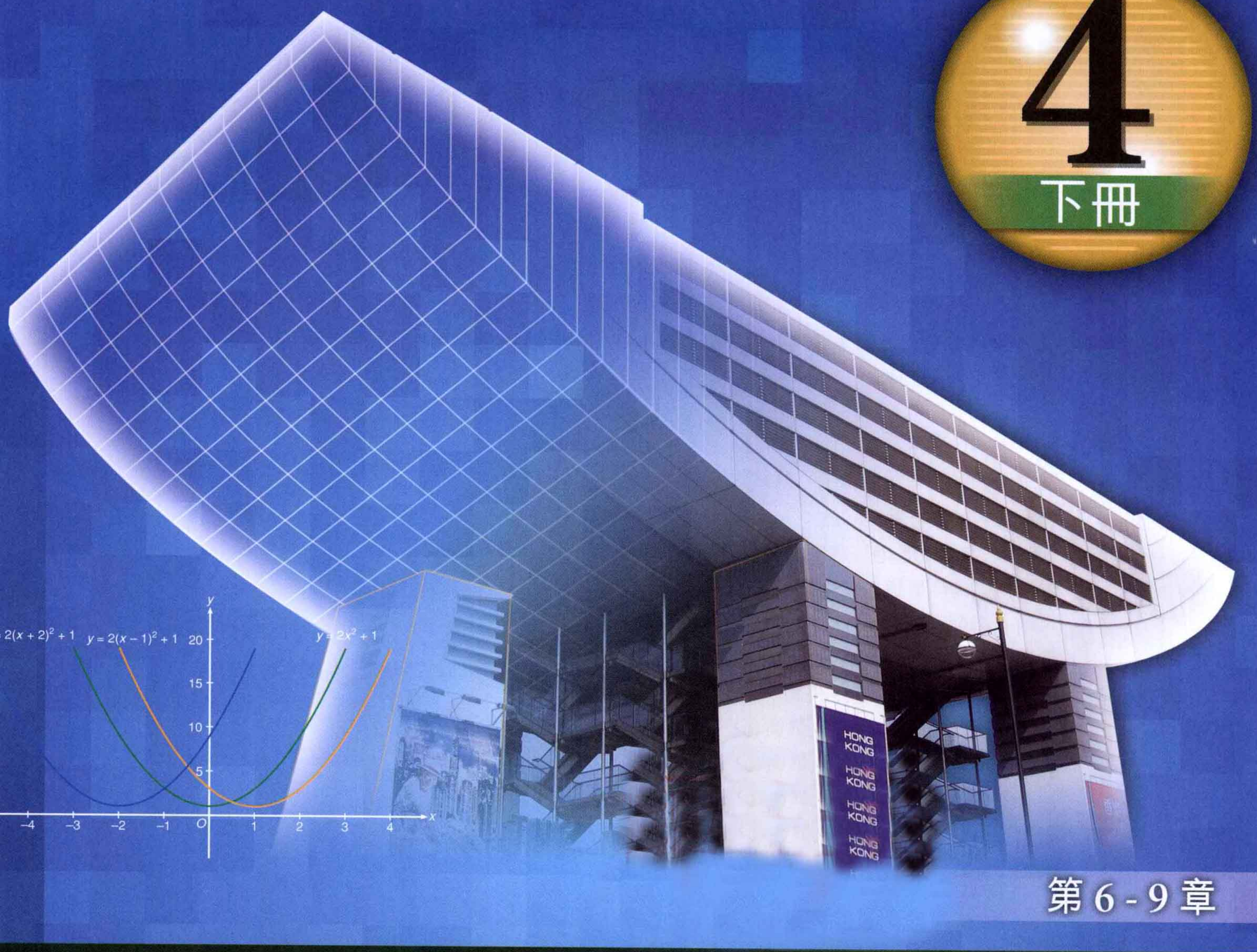
編著 管俊傑 張美華 莊書榮 蔡銘哲

香港教育圖書公司

新高中適用

4

下冊



第 6 - 9 章

高中數學 新探索

（必修部分）

顧問　張百康　孫淑南

編著　管俊傑　張美華　莊書榮　蔡銘哲

香港教育圖書公司

新高中適用

高中數學新探索 4 下冊 第6-9章
必修部分

本書遵照香港課程發展議會與香港考試及評核局聯合於 2007 年頒佈之《數學課程及評估指引（中四至中六）》編寫。

顧　　問　張百康　孫淑南

編 著 者　管俊傑　張美華　莊書榮　蔡銘哲

出 版 者　香港教育圖書公司
〔商務印書館（香港）有限公司全資附屬機構〕
香港筲箕灣耀興道 3 號東匯廣場 8 樓
電話：2565 1371
網址：http://www.hkep.com

印 刷 者　中華商務彩色印刷有限公司
新界大埔汀麗路 36 號中華商務印刷大廈

發 行 者　香港聯合書刊物流有限公司
新界大埔汀麗路 36 號中華商務印刷大廈 3 字樓
電話：2150 2100
網址：http://www.commercialpress.com.hk

2009 年初版
2010 年重印

ISBN 978-988-200-908-0

學校查詢　香港教育圖書公司市場部
電話：2887 8018
電郵：sales@hkep.com
網址：http://www.hkep.com

編寫說明

*《高中數學新探索（必修部分）》*是根據香港課程發展議會與香港考試及評核局聯合於2007年頒佈之《數學課程及評估指引（中四至中六）》編寫。全套教科書共分五冊，按六個階段供學生使用。

第 4 冊：	第一階段	實數及複數、一元二次方程、函數及其圖像 (1)、函數及其圖像 (2)、指數及對數函數
	第二階段	直線方程、圓的基本性質 (1)、圓的基本性質 (2)、數學的進一步應用 (1)
第 5 冊：	第三階段	續多項式、續方程 (1)、續方程 (2)、變分
	第四階段	三角學 (1)、三角學 (2)、三角學 (3)、數學的進一步應用 (2)
第 6A 冊：	第五階段	等差與等比數列、排列與組合、續概率、離差的量度、統計的應用及誤用
	第六階段	軌跡、不等式與線性規劃、數學的進一步應用 (3)

第 6B 及 6C 冊： 涵蓋整個初中數學科課程及高中數學科課程的必修部分的內容。提供精簡的温習提要及解題示範，並配合不同程度的練習。

本書旨在：

(a) 發展學生的數學知識、技能、概念及培養對學習數學的興趣；

(b) 提升學生在生活中運用數學解決問題的能力和信心；以及

(c) 著重學生理解及運用數學知識，以協助其日後升學及就業。

此外，透過書中多元化的內容如**數學工作坊**、**簡例示範**、**課堂練習**、**例題**及**跟進練習**等，協助學生鞏固所學及提升學習效益。

在編寫本教科書時，難免有疏漏及未盡完善之處。我們歡迎各位老師、同學及使用本教科書的人士不吝賜教，提供寶貴意見，至深銘感。

香港教育圖書公司
編輯出版部

鳴謝

承蒙各顧問及教師提供寶貴意見，使本系列數學科教科書之內容充實及準確無誤，本社謹致以衷心謝意。

顧問

張百康先生
港島民生書院

孫淑南先生
資深數學科老師

編審

廖蔡生博士
華東師範大學數學系

審校老師

李永揚先生
順德聯誼總會鄭裕彤中學

林振雄先生
基督教四方福音會深培中學

陳詠詩女士
嶺南中學

潘嘉亮先生
港島民生書院

卓永康先生
景嶺書院

陳百源先生
明愛沙田馬登基金中學

董志良先生
基督教四方福音會深培中學

鄧俊偉先生
宣道會鄭榮之中學

本書內所引用的香港中學會考及香港高級程度會考試題，蒙香港考試及評核局准予使用，特此致謝。

本書內所引用的GCE Ordinary Level Mathematics Examination試題，蒙University of Cambridge Local Examinations Syndicate 准予使用，特此致謝。（University of Cambridge Local Examinations Syndicate 對答案的準確性概不負責，有關責任由本公司承擔。）

對於提供相片版權的人士，以及未能取得聯絡或無由查詢之相片版權持有者，本公司謹致以衷心謝意。若有疏漏之處，請合法之相片版權持有者與本公司聯絡。

本書特色

本章概要

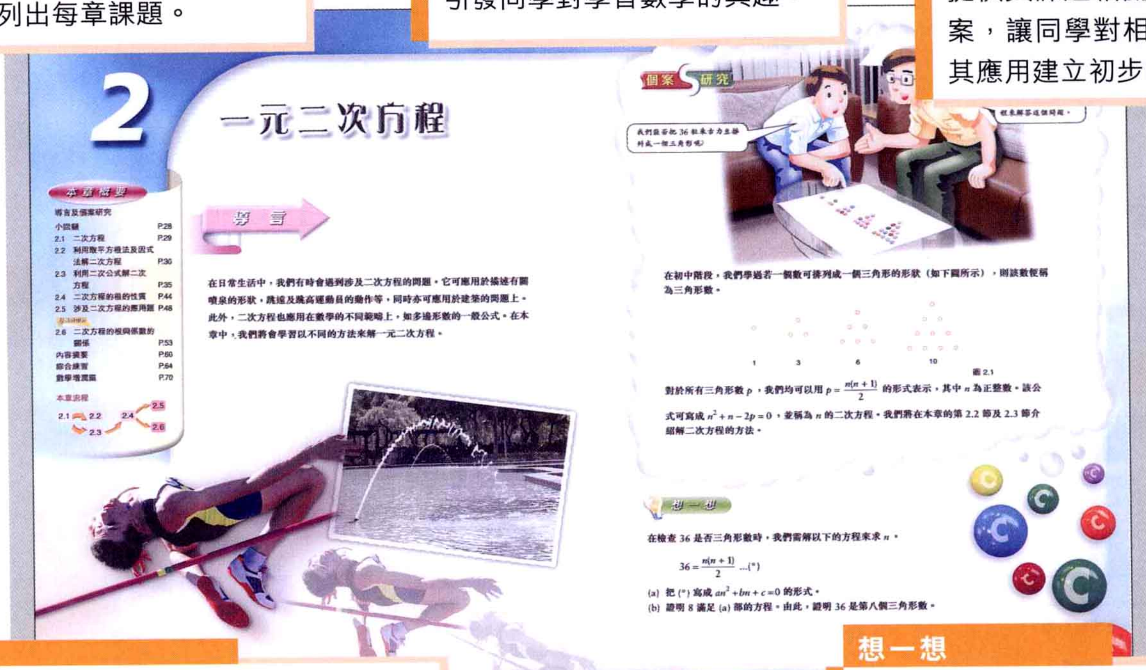
扼要列出每章課題。

導言

引發同學對學習數學的興趣。

個案研究

提供與課題相關的現實生活個案，讓同學對相關數學概念及其應用建立初步的認識。



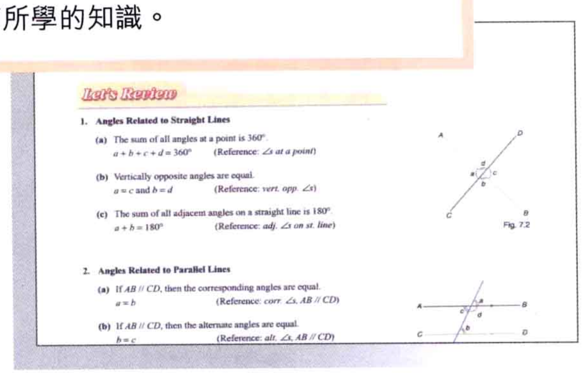
課程內的「非基礎部分」會以特別符號標示出來。

想一想

提供配合個案研究的思考題，以引起學習動機。

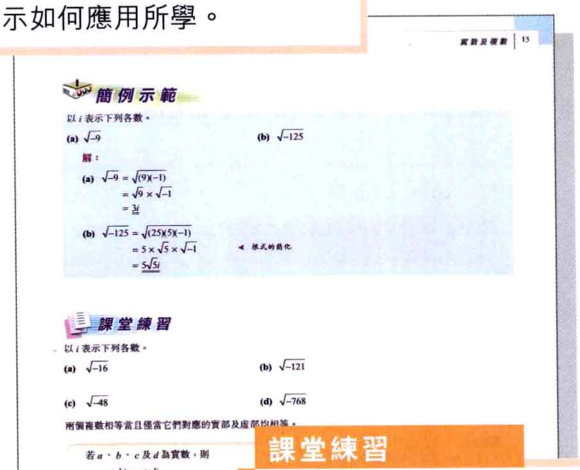
小回顧

讓學生重溫及鞏固在低年級，或在先前的章節所學的知識。



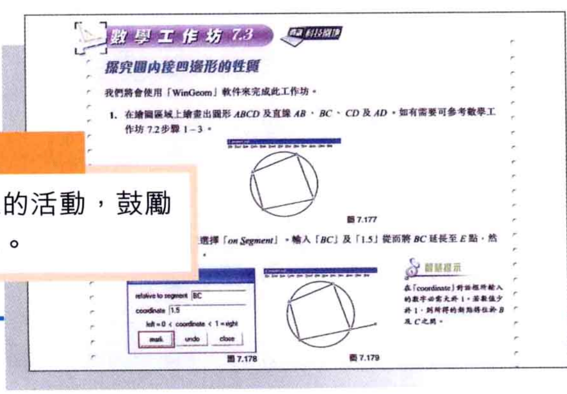
簡例示範

提供清晰及簡易的範例，展示如何應用所學。



課堂練習

提供基礎訓練，讓同學重溫剛學習的概念。



數學工作坊

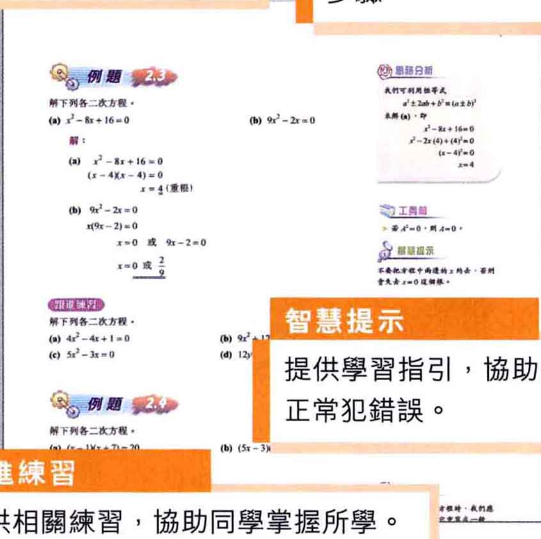
透過富趣味性的活動，鼓勵同學主動探究。

例題

鞏固已學的數學概念。

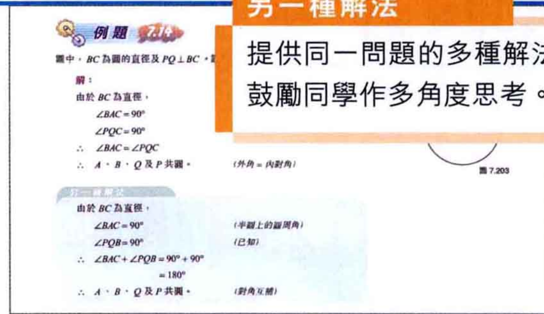
思路分析

提供解題的思考方法及步驟。



另一種解法

提供同一問題的多種解法，鼓勵同學作多角度思考。



智慧提示

提供學習指引，協助同學糾正常犯錯誤。

跟進練習

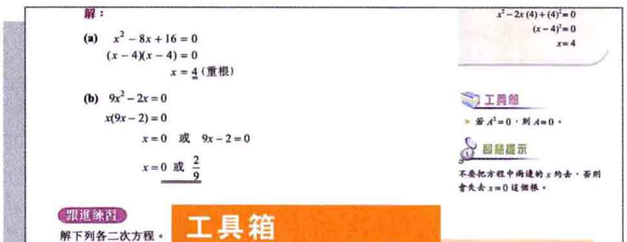
提供相關練習，協助同學掌握所學。

生活中的數學

介紹日常生活中相關知識的應用。

跨學科資料館

簡介相關知識在其他學科領域中的應用或資訊。



工具箱

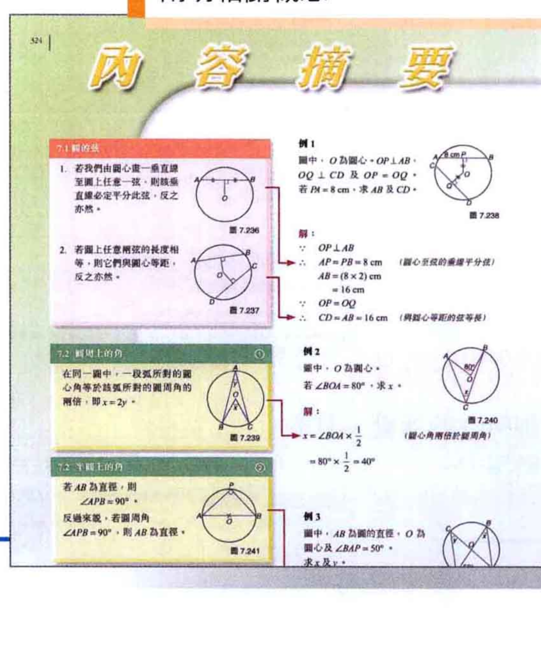
提示重要的公式、定理及法則。

傑出數學家簡介

簡介一些傑出數學家的成就及貢獻。

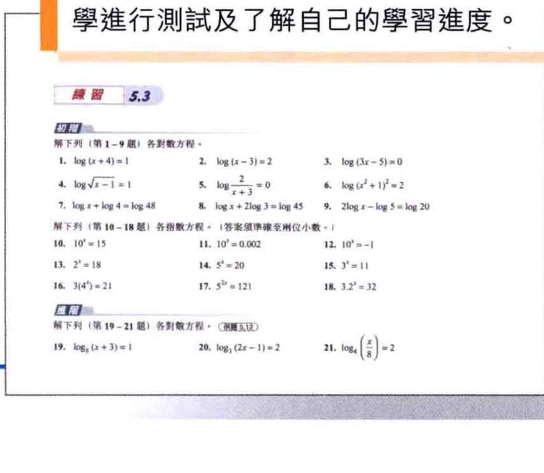
內容摘要

綜合該章所學知識，並輔以例題闡明相關概念。



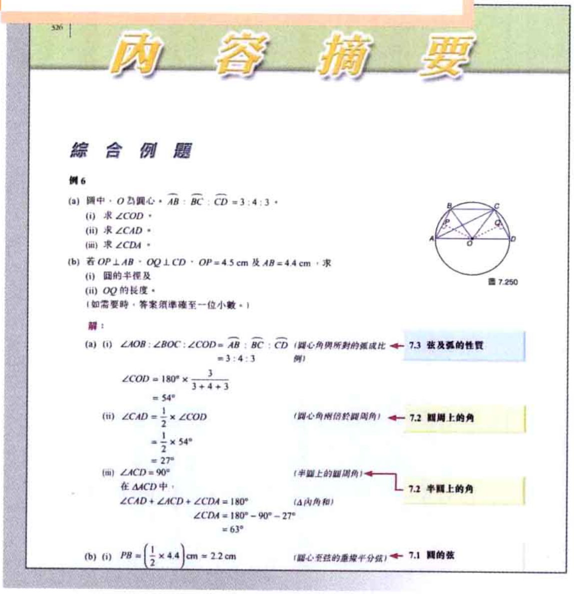
練習

按程度分為初階題及進階題，方便同學進行測試及了解自己的學習進度。



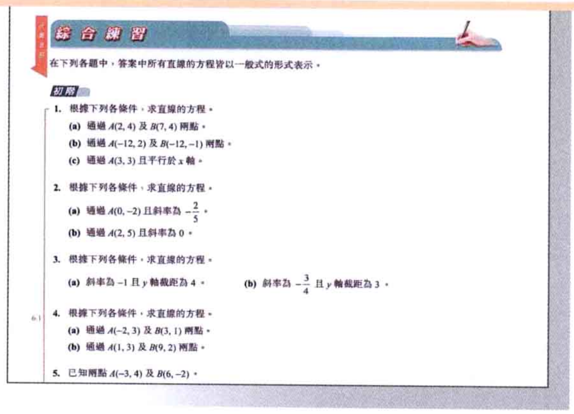
綜合例題

聯繫該章內不同課節所教授的數學概念，讓同學融匯貫通，靈活運用所學知識。



綜合練習

提供精心設計的模擬會考及高級程度會考試題。「**所屬章節**」更標明了各題所屬章節，而較難的題目則附以「*」為記號。此外，當中更包括 1990 – 1996 年度的會考及高級程度會考試題。



延展題

提供具挑戰性或跨學科的題目，進一步訓練分析及解難技巧。

解題策略

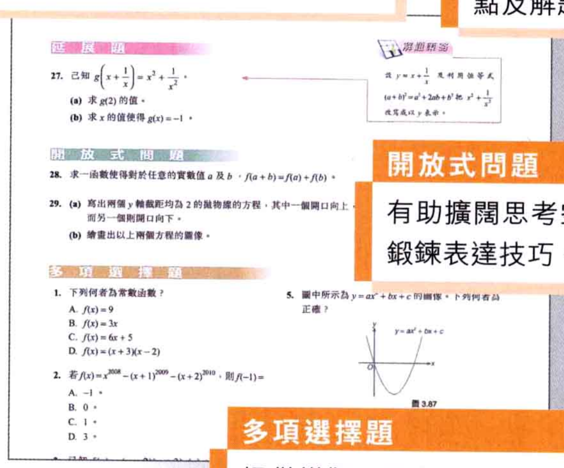
提供分析問題的重點及解題步驟。

開放式問題

有助擴闊思考空間，以及鍛鍊表達技巧。

多項選擇題

提供模擬公開考試的題目。

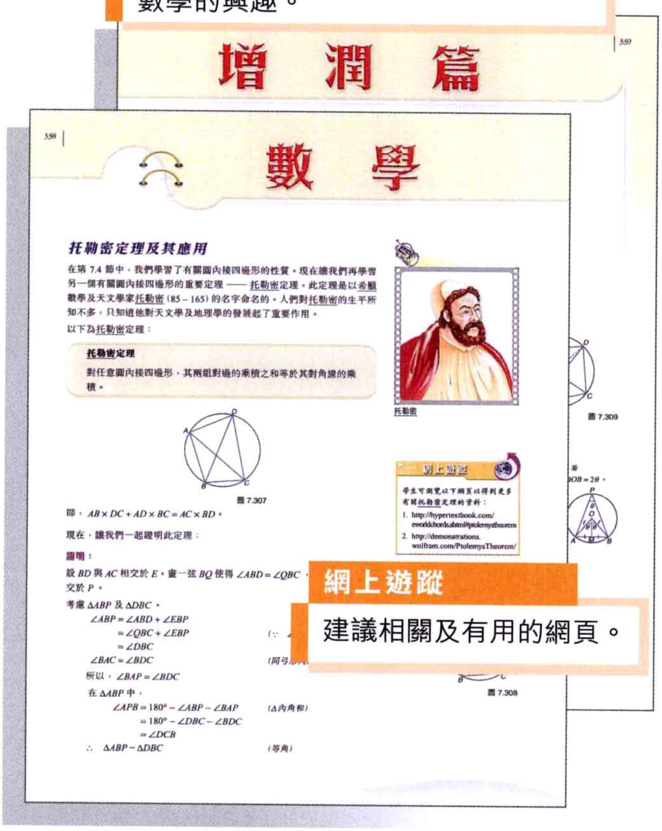


數學增潤篇

每章末均以趣味性及生活化的數學知識及應用作為總結，引發同學對學習數學的興趣。

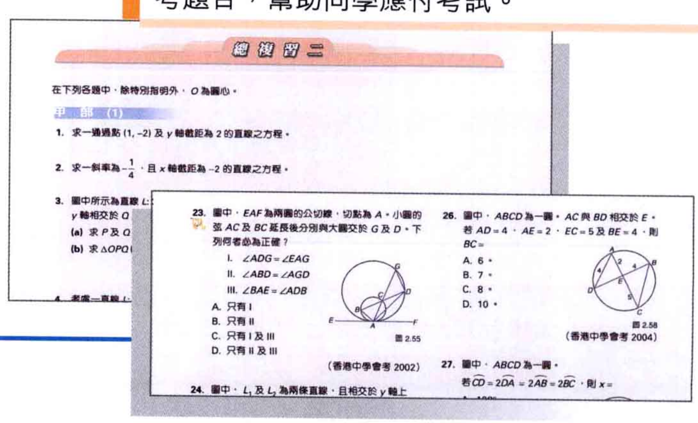
網上遊蹤

建議相關及有用的網頁。



總複習

提供精心設計的模擬會考及高級程度會考試題及 1997 – 2007 年度的會考及高級程度會考題目，幫助同學應付考試。



目錄

下冊

第二階段

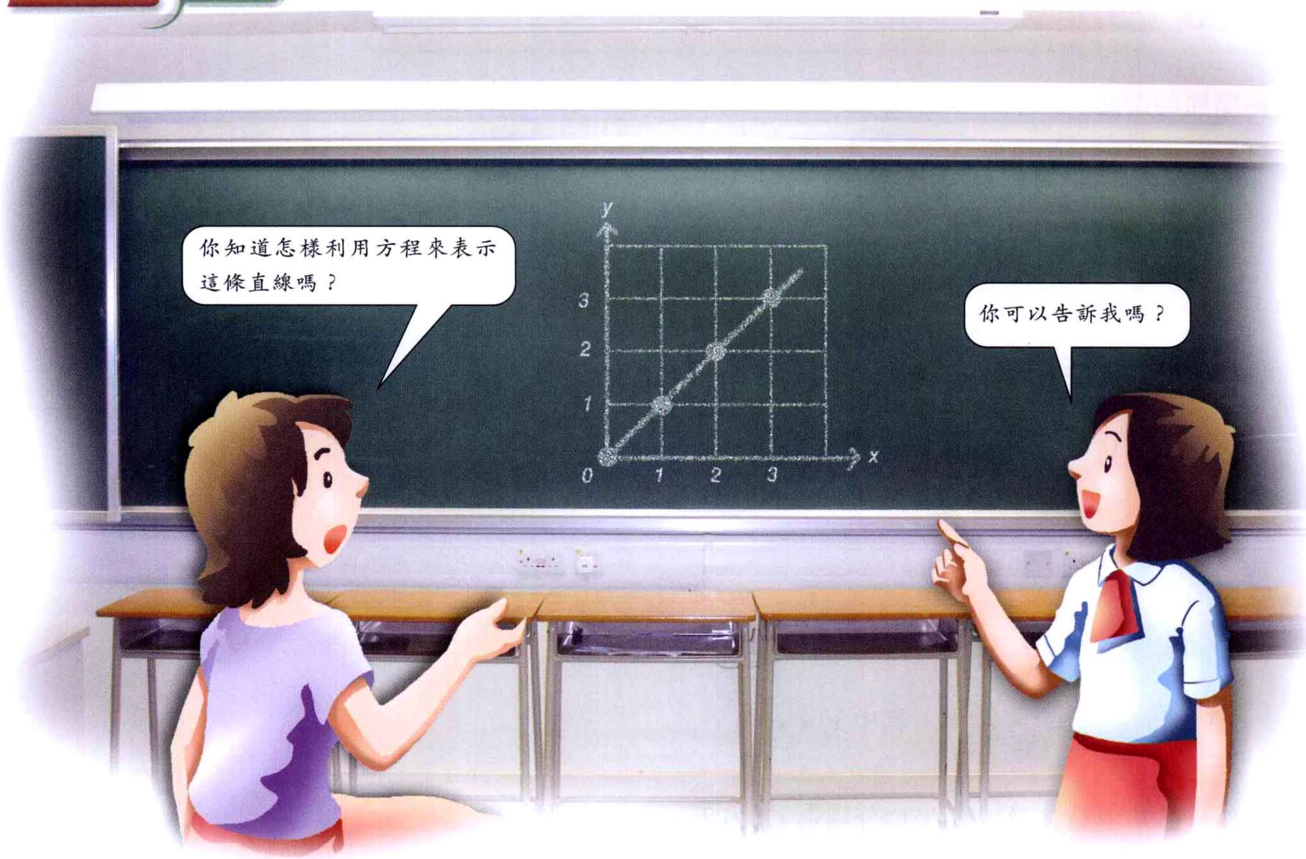
7 圓的基本性質 (1)

非基礎部分

8 圓的基本性質 (2)

附錄

個案研究



圖中，我們發現直線通過 (0, 0)、(1, 1)、(2, 2) 及 (3, 3) 四點。這些點的特徵是都有相同的 x 坐標與 y 坐標。因此我們可以方程 $y = x$ 來表示該直線。若我們把直線延長，便會發現直線通過更多的點，像 (4, 4) 及 (5, 5)，且這兩點均滿足方程 $y = x$。

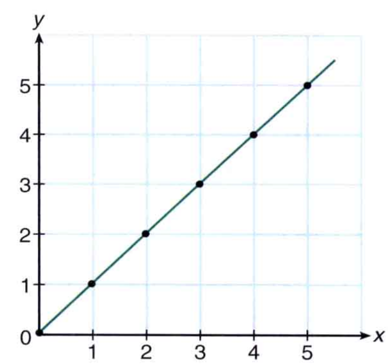


圖 6.1

在本章中，我們將會學習在不同情況下求直線的方程。

想一想

我們怎樣以方程表示一通過 (0, 0)、(1, 2)、(2, 4)、(3, 6) 四點的直線？（提示：首先找出直線通過的點的 x 坐標和 y 坐標之間的關係。）

小回顧

1. 兩點間的距離

已知坐標平面上的兩點 $A(x_1, y_1)$ 及 $B(x_2, y_2)$ 的距離為

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{ 。}$$

上式稱為距離公式。

例如，已知兩點 A 及 B 的坐標分別為 $(1, 4)$ 及 $(-2, 0)$，則

$$AB = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (0 - 4)^2} = 5 \text{ 。}$$

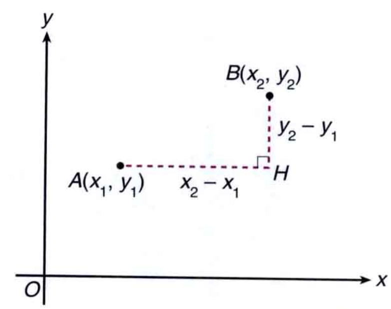


圖 6.2

2. 直線的斜率

假設 $A(x_1, y_1)$ 及 $B(x_2, y_2)$ 為直線上的任意兩點，則

$$\text{直線的斜率} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{，其中 } x_1 \neq x_2 \text{ 。}$$

例如，已知兩點 A 及 B 的坐標分別為 $(2, 2)$ 及 $(-2, 0)$，則

$$AB \text{ 的斜率} = \frac{0 - 2}{-2 - 2} = \frac{1}{2}$$

注意：

(a) 若 $x_1 = x_2$，則直線為一鉛垂線且斜率沒有定義。

(b) 若 $y_1 = y_2$，則直線為一水平線且斜率等於零。

3. 傾角

若把一連接 $A(x_1, y_1)$ 及 $B(x_2, y_2)$ 兩點的直線延長至與 x 軸相交，則直線的傾角就是以逆時針方向量度由 x 軸至直線之間的夾角 θ 。

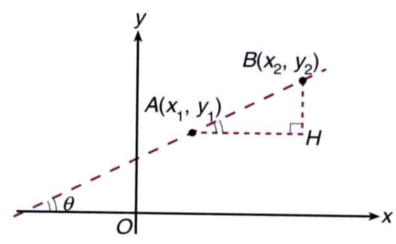


圖 6.3

注意：

$$\tan\theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{直線的斜率}$$

例如，圖中所示為一連接 $A(2, 4)$ 及 $B(-2, 0)$ 的直線。

$\because$ 斜率 $= \dfrac{4 - 0}{2 - (-2)} = 1$

$\therefore$ $\tan\theta = 1$

$\theta = 45°$

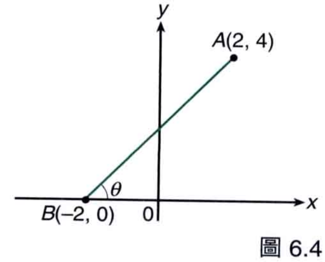


圖 6.4

4. 平行線及垂直線

已知 L_1 及 L_2 的斜率分別為 m_1 及 m_2。

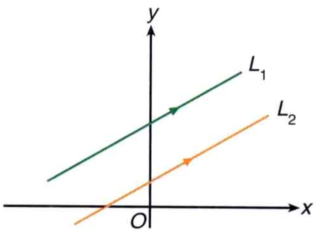


圖 6.5(a)

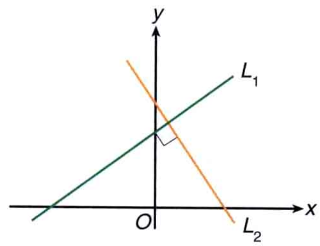


圖 6.5(b)

(a) 若兩條直線互相平行，則 $m_1 = m_2$。

(b) 若兩條直線互相垂直，則 $m_1 \times m_2 = -1$。

例如，考慮 $A(1, 4)$、$B(-2, -3)$、$C(6, -1)$ 及 $D(2, 0)$ 四點。

$$AD \text{ 的斜率} = \frac{0-4}{2-1} = -4 \text{ 及 } BC \text{ 的斜率} = \frac{-1-(-3)}{6-(-2)} = \frac{1}{4}$$

$$AD \text{ 的斜率} \times BC \text{ 的斜率} = -4 \times \frac{1}{4} = -1$$

$$\therefore \quad AD \perp BC$$

非基礎部分

5. 直線上的分點

考慮坐標平面上的 $A(x_1, y_1)$ 及 $B(x_2, y_2)$ 兩點。若 $P(x, y)$ 把線段 AB 以 $r : s$ 之比劃分，即 $AP : PB = r : s$，則

$$x = \frac{rx_2 + sx_1}{r+s} \text{ 及 } y = \frac{ry_2 + sy_1}{r+s},$$

上式稱為截點公式。

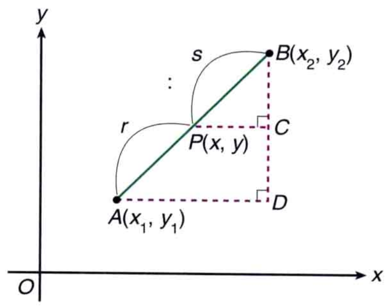


圖 6.6

若 M 為 AB 的中點，則 $r : s = 1 : 1$，

即 $M = \left(\dfrac{x_2 + x_1}{2}, \dfrac{y_2 + y_1}{2}\right)$。

例如，已知 ΔABC 的頂點為 $A(4, 9)$、$B(-1, 5)$ 及 $C(7, 3)$。P 為 BC 的中點及 Q 位於 AC 上使得 $AQ : QC = 1 : 2$，故可得

$$P = \left(\frac{-1+7}{2}, \frac{5+3}{2}\right) = (3, 4)$$

$$Q = \left(\frac{1(7)+2(4)}{1+2}, \frac{1(3)+2(9)}{1+2}\right) = (5, 7)$$

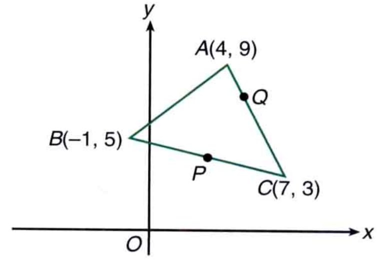


圖 6.7

6.1 直線方程

A 導言

在初中階段，我們已知道二元一次方程的圖像為一直線。如圖所示，方程 $y=x$ 及 $x+2y=5$ 的圖像均為直線。

圖中可見，每條直線均通過不同的點。直線 $y=x$ 及直線 $x+2y=5$ 分別通過點 (2, 2) 及 (1, 2)。我們可觀察到在直線上的所有點的 x 及 y 坐標均滿足該直線的方程。

本節中，我們會探討如何在坐標平面中求直線的方程。

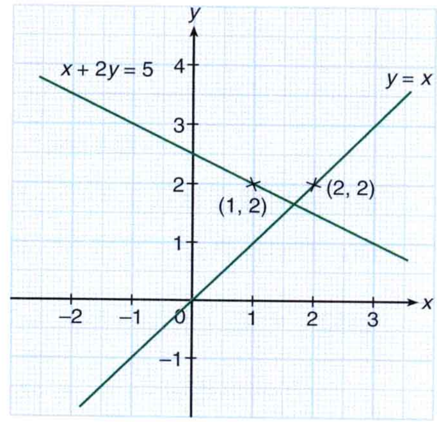


圖 6.8

B 特殊形式的直線

1. 水平線（平行於 x 軸的直線）

圖中所示為一平行於 x 軸的直線 L。$A(-4, 4)$、$B(-1, 4)$、$C(0, 4)$、$D(2, 4)$ 及 $E(5, 4)$ 為直線上的五點。從圖中，我們觀察到以上五點的 y 坐標均為 4。事實上，所有位於直線 L 上的點的 y 坐標均為 4，因此直線 L 的方程為 $y=4$。

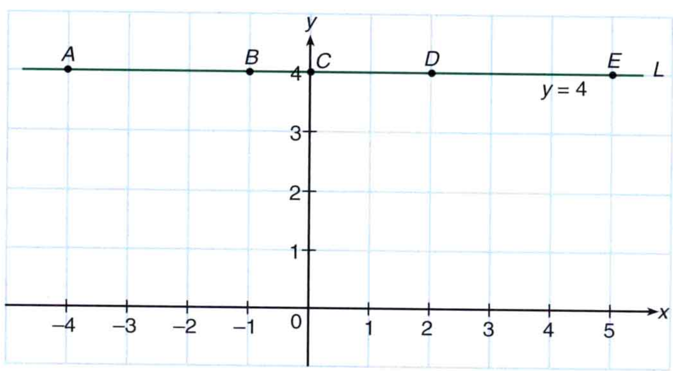


圖 6.9

生活中的數學

很多國家的國旗都以水平線作為圖紋，例如泰國和德國的國旗。

在一般情況下，一 y 軸截距為 k 的水平線的方程為

$$y=k \text{。}$$

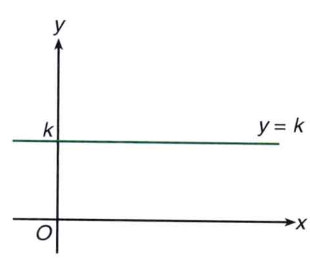


圖 6.10

注意：

x 軸的方程為 $y=0$。

2. **鉛垂線**（垂直於 x 軸的直線）

圖中所示為一垂直於 x 軸的直線 L。$A(-2, 5)$、$B(-2, 3)$、$C(-2, 0)$、$D(-2, -1)$ 及 $E(-2, -3)$ 為直線上的五點。從圖中，我們觀察到以上五點的 x 坐標均為 -2。事實上，所有位於直線 L 上的點的 x 坐標均為 -2，因此，直線 L 的方程為 $x = -2$。

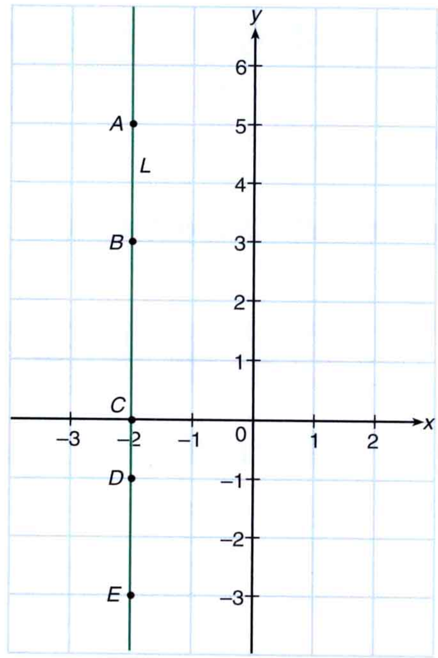


圖 6.11

在一般情況下，一 x 軸截距為 k 的鉛垂線的方程為

$$x = k \text{。}$$

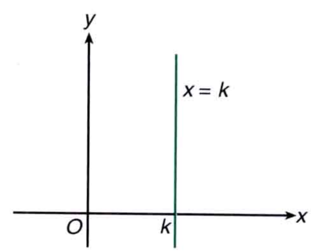


圖 6.12

注意：

y 軸的方程為 $x = 0$。

課堂練習

寫出下列各直線的方程。

1.

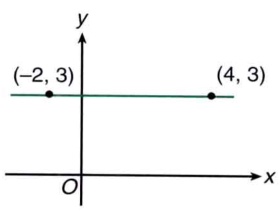


圖 6.13

2.

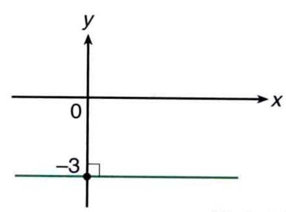


圖 6.14

3.

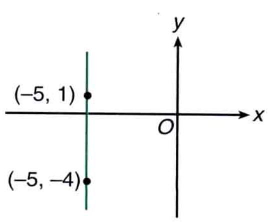


圖 6.15

4.

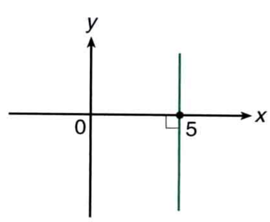


圖 6.16

C 在不同情況下求直線的方程

在上一節中，我們已學習了兩種特殊直線的方程。現在，我們將會學習怎樣在不同情況下求直線的方程。

網上遊蹤

同學可瀏覽以下網頁以獲得更多直線方程的知識。

http://www.ugrad.math.ubc.ca/coursedoc/math100/notes/zoo/eqline.html

1. 已知直線的斜率及該直線上一點的坐標

數學工作坊 6.1

從已知直線的斜率及該直線上的點來確定一直線

回答下列各題。

1. 你可繪畫多少條穿過 A 點的直線？

____

2. 你可繪畫多少條穿過 A 點且平行於 L 的直線？

____

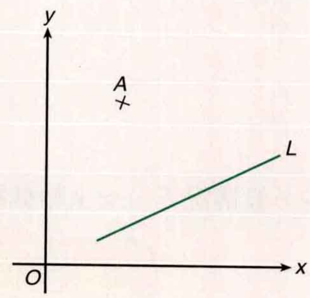


圖 6.17

從以上的工作坊可知，根據直線上的一點及其斜率，我們可確定該直線。

假設 $A(x_1, y_1)$ 位於一斜率為 m 的直線上。

設 $P(x, y)$ 為該直線上的任意一點，則

PA 的斜率 = 直線的斜率

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

因此，$y - y_1 = m(x - x_1)$

所以一通過 $A(x_1, y_1)$ 及斜率為 m 的直線的方程為

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ 。}$$

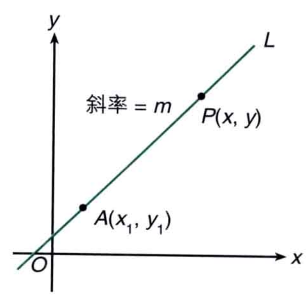


圖 6.18

智慧提示

這稱為直線方程的點斜式。