义务教育课程标准实验教科书

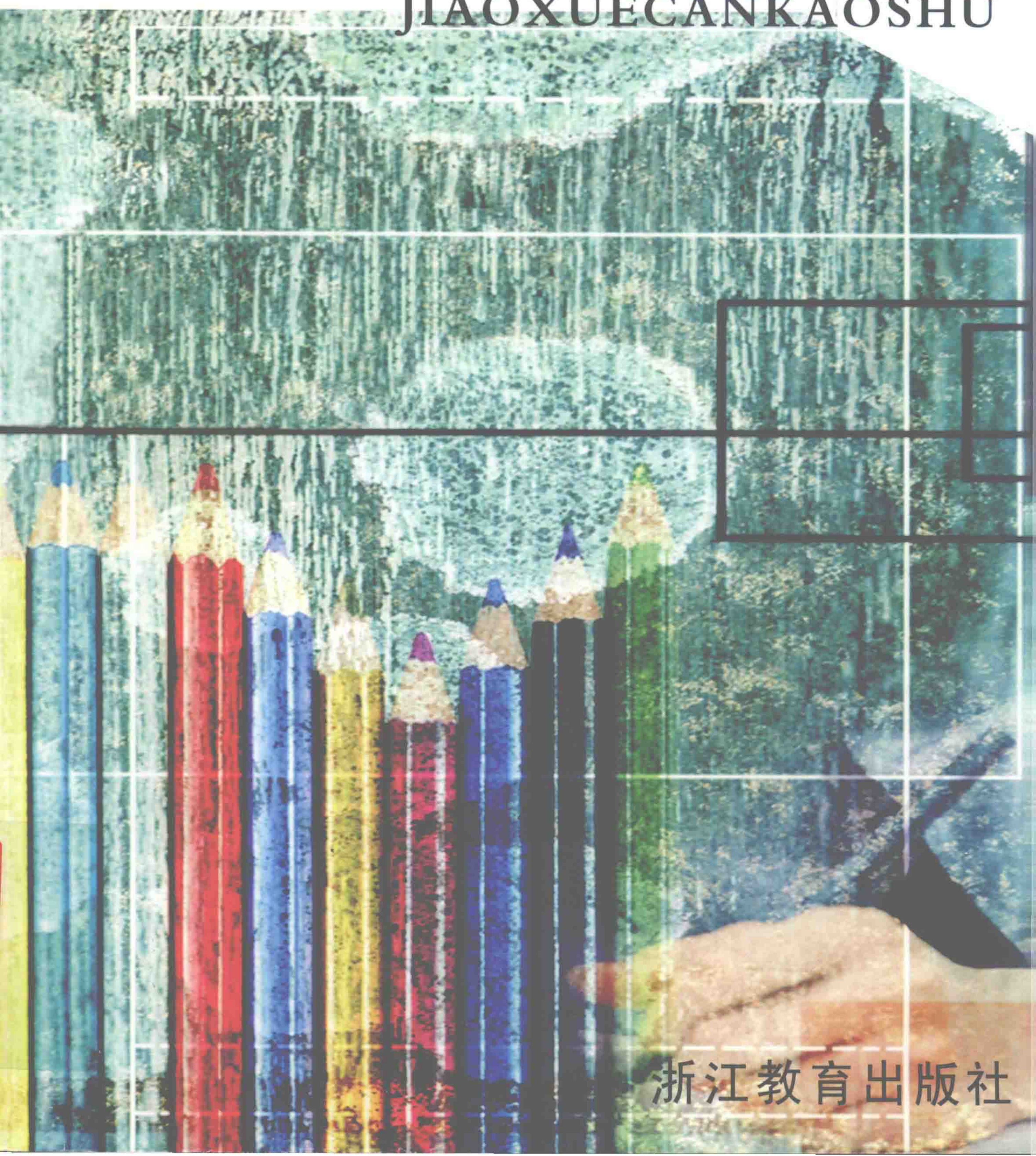
SHUXUE

数学

教学参考书

JIAOXUECANKAOSHU

九年级下册



浙江教育出版社

义务教育课程标准实验教科书

数学 九年级下册

SHUXUE

教学参考书

JIAOXUECANKAOSHU

浙江教育出版社

责任编辑 华 琼
封面设计 褚凌琳
责任校对 雷 坚
责任印务 陆 江

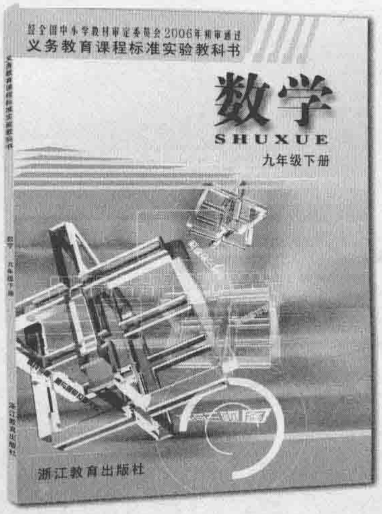
义务教育课程标准实验教科书

数学教学参考书 九年级下册

出 版 浙江教育出版社
地 址 杭州市天目山路40号(邮编:310013)

发 行 浙江省新华书店集团有限公司
图文制作 杭州富春电子印务有限公司
印 刷 杭州富春印务有限公司
开 本 890×1240 1/16
印 张 7
字 数 141 000
版 次 2006年11月第1版
印 次 2011年7月第6次
印 数 26 501-32 000
标准书号 ISBN 978-7-5338-6721-8
定 价 38.00元(配光盘)

联系电话:0571-85170300-80928
e-mail:zjjy@zjcb.com 网址:http:www.zjeph.com



《义务教育课程标准实验教科书
数学　九年级下册》编写人员

主　　编　范良火
副主编　岑　申　张宝珍
编写人员　范良火　许芬英　金才华　王利明
　　　　　岑　申　卓立波　鲍雨红　俞鸿达

《义务教育课程标准实验教科书
数学教学参考书　九年级下册》编写人员

编写人员　范良火　金才华　许芬英　王利明　施　储
　　　　　卓立波　鲍雨红　金小君　江卫华　周美娅

编写说明

BIANXIE SHUOMING

《义务教育课程标准实验教科书　数学教学参考书》依据《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》（本书以下简称《标准》），配合浙教版《义务教育课程标准实验教科书　数学》编写，供教师教学时参考．

该套书的编写目的是按照课程标准和教科书内容，帮助教师组织好浙教版《数学》教科书教学活动作准备，为教师在课程标准、教科书和教学活动之间的沟通建立桥梁．该套书共6册，分别是七年级上册、七年级下册、八年级上册、八年级下册、九年级上册、九年级下册，与教科书同步．

本册内容主要由九年级下册课文、教材分析与教学建议两部分组成．

课文部分属于空间与图形领域的有“解直角三角形”“直线与圆、圆与圆的位置关系”“投影与三视图”；属于统计与概率领域的有“简单事件的概率”，共编成4章，依次是：

第1章　解直角三角形（共4节，实际课时数为8课时（不包括复习测验，下同））；

第2章　简单事件的概率（共3节，实际课时数为4课时）；

第3章　直线与圆、圆与圆的位置关系（共3节，实际课时数为5课时）；

第4章　投影与三视图（共3节，实际课时数为5课时）．

合计课时数为22课时．

本书各章主要有以下内容：

一、教学目标

用双向细目表表述全章的主要知识点，以及各知识点分别在“知识技能目标”“过程性目标”中应达到的目标层次．

各类目标层次的界定如下表：

知识技能目标	了解（认识）	能从具体事例中，知道或能举例说明对象的有关特征(或意义)；能根据对象的特征，从具体情境中辨认出这一对象．
	理解	能描述对象的特征和由来；能明确阐述此对象与有关对象之间的区别和联系．
	掌握	能在理解的基础上，把对象运用到新的情境中．
	灵活运用	能综合运用知识，灵活、合理地选择与运用有关的方法完成特定的数学任务．
过程性目标	经历（感受）	在特定的数学活动中，获得一些初步的经验．
	体验（体会）	参与特定的数学活动，在具体情境中初步认识对象的特征，获得一些经验．
	探索	主动参与特定的数学活动，通过观察、实验、推理等活动，发现对象的某些特征或与其他对象的区别和联系．

二、教学内容的逻辑结构

分析本章内容的地位和作用,并以框图的形式表明各部分内容之间的相互联系和全章内容的结构系统.

三、提示本章教学中的重点和难点

四、教学中应注意的问题

五、课时安排建议

给出全章课时分配的参考意见,包括实际按节上课时数、单元评估时数、复习课时数、全章评价测试时数.

六、各节教材分析与教学建议

为方便教师使用,各节的教学目标,重点和难点,教学建议,课本中“合作学习”“做一做”“课内练习”“探究活动”“作业题”等的简略解答或提示,以及与本节有关的必需的背景资料等都排在课文的周边.

七、教案示例

有针对性地选择某一课时写成教案,供教师参考.

另外,为方便教师使用,本书后附有两张光盘——多媒体教学光盘(CD-ROM)和教学课例与点评(VCD).本册教学课例的内容是“简单事件的概率”.

编　者

2007年6月

目录 MU LU

第1章　解直角三角形

教学目标

知识点及相关技能		了解	理解	掌握	灵运活用	经历（感受）	体验（体会）	探索
	目标类别 →	知识技能目标				过程性目标		
锐角三角函数	锐角三角函数的概念	√				√		
	锐角的正弦、余弦和正切		√				√	
	正弦、余弦、正切的符号（$\sin A$，$\cos A$，$\tan A$）			√		√		
	30°，45°，60°角的三角函数值			√				√
三角函数的计算	用计算器求锐角的三角函数值			√		√		
	用计算器根据三角函数值求锐角			√		√		
解直角三角形	解直角三角形的概念	√				√		
	运用三角函数解决与直角三角形有关的简单实际问题				√			√

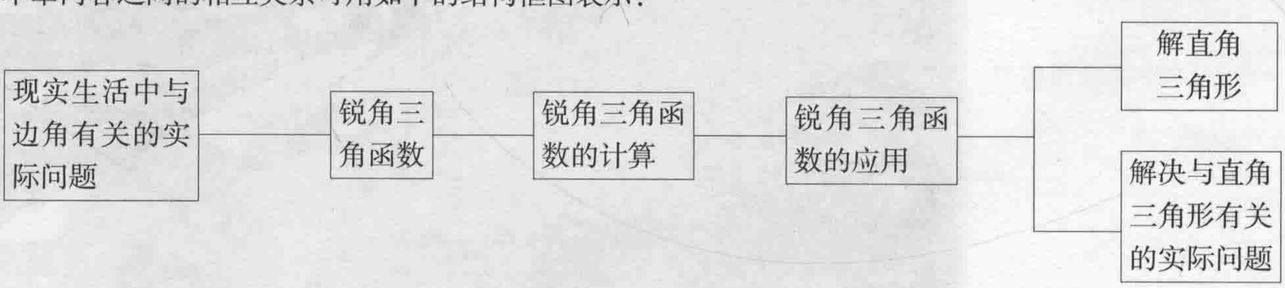
教学内容的逻辑结构

本章的主要内容有锐角三角函数和解直角三角形的概念、有关锐角三角函数的计算，以及锐角三角函数在解决与直角三角形有关的问题中的运用.

锐角三角函数刻画了直角三角形中边角之间的关系，在解决生活和生产实际问题中有着广泛的应用. 例如，在测量、建筑、工程技术和物理学中，许多有关距离、高度、角度的问题常常可以用锐角三角函数来解决.

研究图形中各个元素之间的关系，并把这种关系进行量化，是分析和解决问题中常用的一种数形结合的方法，这种方法是一种重要的数学思想. 因此本章还包含了数形结合的思想.

本章内容之间的相互关系可用如下的结构框图表示：



框图说明：

（1）在现实生活中，直角三角形边角之间存在着确定的数量关系. 例如，当斜面的倾斜角确定时，斜面的高度与斜面在水平方向的距离之比随之确定，说明斜面的倾斜角、斜面的高度和斜面在水平方向的距离的比值之间存在着某种函数关系.

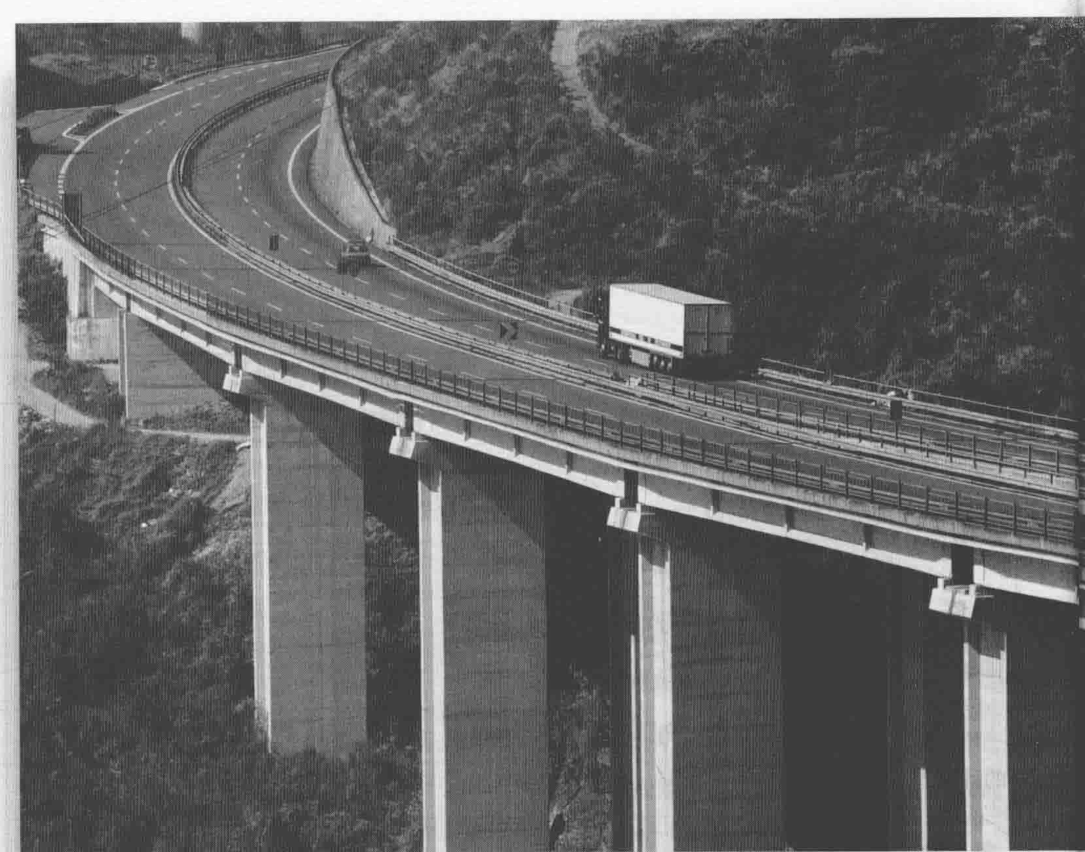
（2）在本学段所学的三角函数限定于锐角，本章所指的锐角三角函数包括正弦（$\sin A$）、余弦（$\cos A$）和正切（$\tan A$）三种.

（3）三角函数的计算包括已知锐角求三角函数值和已知三角函数值求锐角两个方面. 当已知角或所求的角不是30°，45°和60°这三个特殊角时，需要使用计算器进行计算.

（4）锐角三角函数的应用主要包含解直角三角形和解决现实生活中的实际问题两个方面，而能用锐角三角函数解决的实际问题，都可归结为解直角三角形的数学问题. 因此，锐角三角函数的应用的核心是解直角三角形.

本章重点和难点分析

- 锐角三角函数是联系三角形边角之间关系的桥梁，解直角三角形是解决与直角三角形有关的数学问题和实际问题的关键，所以锐角三角函数和解直角三角形是本章教学的重点.
- 锐角三角函数的概念比较抽象，难理解；在与直角三角形有关的实际问题中涉及的数量关系往往较多，方法不易选择，这些都是本章教学的主要难点.



两个物体在两个坡角不同的斜面上向上（或向下）运动相同的距离，它们上升（或下降）的高度相同吗？

已知圆弧形公路弯道两端相距200 m，圆弧半径为1000 m，怎样求这弯道的长？

本章我们将学习锐角三角函数及其有关计算，并运用三角函数解决与直角三角形有关的简单实际问题. 通过本章的学习，我们将找到解决上述问题的方法.

本章教学应注意以下几点

1. 边角之间的关系用函数来定义，学生在理解上会有困难，教学时可引导学生适当回顾函数的概念，使学生体会三角函数定义的合理性.

2. 注意创设学生熟悉的问题情境. 如引入锐角三角函数时，若农村学生没有见过电梯，可以用山坡、屋顶的斜面，或用木板现场搭建斜面等创设问题情境，使学生在熟悉的问题情境中，从已有经验出发，研究其中的数量关系.

3. 注意引导学生探索和相互合作交流. 如在引入锐角三角函数的概念时，让学生在已知角的边上选点—作垂线—测量—计算比值，并相互交流，体会当角的大小固定时，比值与所选点的位置无关；当角的大小变化时，比值也随之变化，由此体验比值是角的函数.

4. 注意引导学生灵活运用所学知识解决现实生活中的实际问题和数学本身的问题. 例如，在解直角三角形的应用中要引导学生综合运用勾股定理、锐角三角函数，以及相似三角形、方程等知识，选择合理的解决问题的方法.

5. 要求学生规范书写数学符号，如 $\sin\alpha$ 不能写成 $\sin^{\alpha}$，$\sin\angle ABC$ 不能写成 $\sin ABC$ 等.

本章课时安排建议

1.1节	2课时
1.2节	2课时
1.3节	3课时
课题学习	1课时

复习、评价3课时，机动使用2课时，合计13课时.

第1章

解直角三角形

JIEZHIJIAOSANJIAOXING

CONTENTS

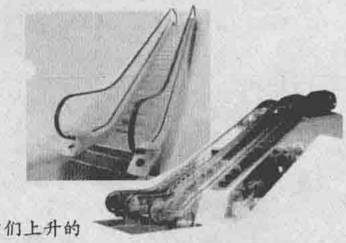
目录

教学目标

1. 经历锐角的正弦、余弦和正切的探索过程，了解三角函数的概念.
2. 掌握正弦、余弦和正切的符号，会用符号表示一个锐角的三角函数.
3. 掌握在直角三角形中，锐角三角函数与边之比的关系.
4. 了解锐角的三角函数值都是正实数，会根据锐角三角函数的定义求锐角三角函数值.

1·1 锐角三角函数

RUIJIAOSANJIAOHANSHU



两个物体在两个坡角不同的斜面上向上运动相同的距离，它们上升的高度相同吗？

从图1-1我们可以看到，在倾斜角（$\angle\alpha$，$\angle\beta$）不同的两个斜面上，物体前进的距离都是 l，而它在水平和铅垂两个方向上运动的距离却各不相同. 物体在斜面上运动时，在斜面上所经过的距离和水平方向、铅垂方向经过的距离，与斜面的倾斜角之间有什么关系呢？

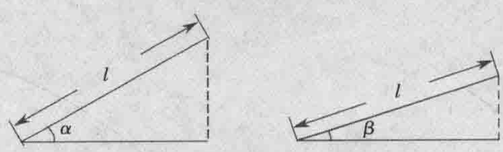


图 1-1

❶ **合作学习** HEZUOXUEXI

1. 作一个30°的$\angle A$（图1-2），在角的边上任意取一点 B，作 $BC\perp AC$于点 C. 计算$\frac{BC}{AB}$，$\frac{AC}{AB}$，$\frac{BC}{AC}$的值，并将所得的结果与你的同伴所得的结果作比较.

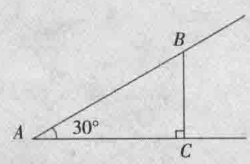


图 1-2

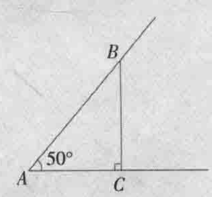


图 1-3

2. 作一个50°的$\angle A$（图1-3），在角的边上任意取一点 B，作 $BC\perp AC$于点 C. 量出 AB,AC,BC 的长度（精确到1 mm）. 计算$\frac{BC}{AB}$，$\frac{AC}{AB}$，$\frac{BC}{AC}$的值（结果保留2个有效数字），并将所得的结果与你的同伴所得的结果作比较.

通过上面两个实践操作，你发现了什么？

注❶

1. $\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}$，$\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{BC}{AC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.
2. $\frac{BC}{AB}\approx0.766$，$\frac{AC}{AB}\approx0.643$，$\frac{BC}{AC}\approx1.192$.（允许有误差）
3. 因为$\triangle ABC\backsim\triangle AB_1C_1$，所以$\frac{BC}{AB}=\frac{B_1C_1}{AB_1}$，$\frac{AC}{AB}=\frac{AC_1}{AB_1}$，$\frac{BC}{AC}=\frac{B_1C_1}{AC_1}$. 相似三角形的对应边成比例.

教学建议

1. 本节课以两个物体在两个坡角不同的斜面上向上运动为背景引入课题，并配以倾斜角不同的电梯作节前图，教学中教师也可以根据学生的实际情况，设计学生熟悉的问题情境，如山坡、屋顶的斜面，或用木板现场搭建斜面等创设问题情境. 使学生在熟悉的问题情境中，从已有经验出发，研究其中的数量关系.

2. 本节“合作学习”中的三个问题是引导学生采用由特殊到一般的实验方法探索锐角与几类线段比之间的对应关系，从而概括出锐角三角函数的概念. 教学中应突出当锐角确定时，$\frac{BC}{AB}$，$\frac{AC}{AB}$，$\frac{BC}{AC}$的各个比值都有一个确定值与之对应. 其中第 1 问、第 2 问可从不同学生在$\angle A$ 的边上取点的位置不同，而所得的比值相同的事实来引导学生认识这种对应关系. 不过第 2 问的结果由于是通过测量获得，不同学生所得的比值还是有一点差别，教师应作适当解释. 而第 3 个问题则是给出了对应关系的一般证明.

3. 锐角三角函数的定义是建立于函数的一般定义的基础上的. 所以在概括锐角三角函数的定义之前，应引导学生回顾函数的一般定义. 在概括锐角三角函数的

3. 如图1-4，B，B_1是$\angle\alpha$一边上的任意两点，作$BC\perp AC$于点C，$B_1C_1\perp AC_1$于点C_1. 判断比值$\dfrac{BC}{AB}$与$\dfrac{B_1C_1}{AB_1}$，$\dfrac{AC}{AB}$与$\dfrac{AC_1}{AB_1}$，$\dfrac{BC}{AC}$与$\dfrac{B_1C_1}{AC_1}$是否相等，并说明理由.

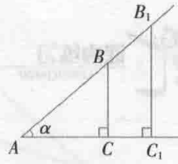


图 1-4

一般地，对于每一个确定的锐角α（图1-4），在角的一边上任取一点B，作$BC\perp AC$于点C，比值$\dfrac{BC}{AB}$，$\dfrac{AC}{AB}$，$\dfrac{BC}{AC}$都是一个确定的值，与点B在角的边上的位置无关. 因此，比值$\dfrac{BC}{AB}$，$\dfrac{AC}{AB}$，$\dfrac{BC}{AC}$都是锐角α的函数. 我们把比值$\dfrac{BC}{AB}$叫做$\angle\alpha$的正弦（sine），记做$\sin\alpha$，即$\sin\alpha=\dfrac{BC}{AB}$. 同样，比值$\dfrac{AC}{AB}$叫做$\angle\alpha$的余弦（cosine），记做$\cos\alpha$，即$\cos\alpha=\dfrac{AC}{AB}$；比值$\dfrac{BC}{AC}$叫做$\angle\alpha$的正切（tangent），记做$\tan\alpha$，即$\tan\alpha=\dfrac{BC}{AC}$.

注意

$\sin\alpha$，$\cos\alpha$，$\tan\alpha$都是一个完整的符号，单独的"sin"没有意义. 其中α前面的"$\angle$"一般省略不写.

锐角α的正弦、余弦和正切统称$\angle\alpha$的三角函数（trigonometric function）.

如果$\angle A$是Rt$\triangle ABC$的一个锐角（图1-5），则有

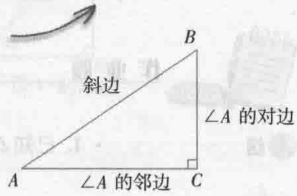


图 1-5

$$\sin A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}};\ \cos A=\frac{\angle A\text{的邻边}}{\text{斜边}};\ \tan A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\angle A\text{的邻边}}.$$

❷ 锐角三角函数的值都是正实数，并且$0<\sin\alpha<1$，$0<\cos\alpha<1$（为什么？）.

例 1 如图1-6，在Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=\text{Rt}\angle$，$AB=5$，$BC=3$. 求$\angle A$的正弦、余弦和正切.

解 如图1-6，在Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=\text{Rt}\angle$，$AB=5$，$BC=3$，

$\therefore\ AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

$\therefore\ \sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{3}{5}$，$\cos A=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{4}{5}$，

$\tan A=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{3}{4}$.

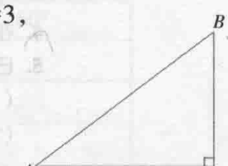


图 1-6

重点和难点

- 本节教学的重点是锐角的正弦、余弦、正切和锐角三角函数的概念.
- 锐角三角函数是将与锐角有关的比值作定义，课本介绍了正弦、余弦和正切三类，无论从函数的意义还是表示锐角三角函数符号，以及函数中以角为自变量，都有别于已学过的一次函数和二次函数，其概念比较抽象，是本节教学的难点.

注❷

因为直角三角形的边长都是正数，所以$\sin\alpha>0$，$\cos\alpha>0$. 又因为直角三角形的直角边长小于斜边长，所以$\sin\alpha<1$，$\cos\alpha<1$. 从而$0<\sin\alpha<1$，$0<\cos\alpha<1$.

定义时应突出"当锐角确定时，三类比值都有一个确定的值"这样的一种对应关系，这种对应关系不能用解析式来表示，所以用符号来表示，这正是这类函数和我们前面所学的几类代数函数的区别之处. 值得注意的是，锐角三角函数概念的建立，是对函数概念的一种升华，即从对应的角度来认识函数.

另外，正弦、余弦和正切符号$\sin A$，$\cos A$和$\tan A$的读法和书写在教学中都要进行示范.

4. 从锐角三角函数定义的过程中可以看到，这些线段比的出现和直角三角形有着密切的关系. 所以课本概括出直角三角形的锐角三角函数和各边之间比的关系，这也就为锐角三角函数求值提供了基本途径. 课本第5页所给出的三个关系式应要求学生熟练掌握.

5. 安排例1的目的是及时巩固直角三角形中锐角的正弦、余弦、正切和两边比之间的关系. 教学中要注意解题过程的示范，并强调在直角三角形中求三角函数值时，往往要结合勾股定理的应用.

注❸

1. $\angle B$的对边是AC，邻边是AB；$\angle C$的对边是AB，邻边是AC.

2. （1）$AB=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，

$\sin A=\dfrac{3}{\sqrt{13}}$，

$\cos B=\dfrac{3}{\sqrt{13}}$.

（2）$\cos A=\dfrac{2}{\sqrt{13}}$，

$\sin B=\dfrac{2}{\sqrt{13}}$.

（3）$\sin A=\cos B$，

$\cos A=\sin B$.

因为$\sin A=\dfrac{BC}{AB}=\cos B$，

$\cos A=\dfrac{AC}{AB}=\sin B$.

3. $\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

注❹

1. $\sin\alpha\approx 0.64$，$\cos\alpha\approx 0.77$，

$\tan\alpha\approx 0.84$.

（测量会有误差，比值接近即可）

2. $AC=\sqrt{10^2-8^2}=6$.

$\sin C=\dfrac{4}{5}$，$\cos C=\dfrac{3}{5}$，$\tan C=\dfrac{4}{3}$.

3. $AB=\sqrt{5^2+(2\sqrt{6})^2}=7$.

$\sin A=\dfrac{2\sqrt{6}}{7}$，$\cos A=\dfrac{5}{7}$，

$\tan A=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$；

$\sin B=\dfrac{5}{7}$，$\cos B=\dfrac{2\sqrt{6}}{7}$，

$\tan B=\dfrac{5}{2\sqrt{6}}=\dfrac{5\sqrt{6}}{12}$.

4. 设$AC=k$，则$BC=2k$，得$AB=\sqrt{k^2+4k^2}=\sqrt{5}\,k$.

$\tan B=\dfrac{1}{2}$，$\sin B=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$\cos B=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

5. （1）$\sin A=\dfrac{a}{c}$，$\cos A=\dfrac{b}{c}$；$\sin B=\dfrac{b}{c}$，$\cos B=\dfrac{a}{c}$.

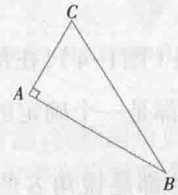
（2）$\tan A=\dfrac{a}{b}$，$\tan B=\dfrac{b}{a}$. 发现$\tan A\cdot\tan B=\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{b}{a}=1$.

6. $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=2\sqrt{2}$.

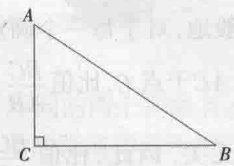
$\tan\alpha=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

❸ 课内练习 KENEILIANXI

1. 如图，在Rt△ABC中，$\angle A=$Rt$\angle$. 请写出$\angle B$的对边和邻边，$\angle C$的对边和邻边.



（第1题）



（第2题）

2. 如图，在Rt△ABC中，$\angle C=$Rt$\angle$，$AC=2$，$BC=3$. 求：

（1）$\sin A$，$\cos B$；

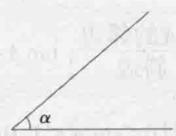
（2）$\cos A$，$\sin B$；

（3）观察（1）（2）中的计算结果，你发现了什么？请说明理由.

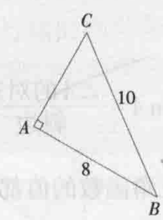
3. 根据本节"合作学习"中第1题的探索结果，说出30°角的正弦、余弦、正切.

❹ 作业题 ZUOYETI

A组 **1.** 已知$\angle\alpha$如图，根据三角函数的定义求$\sin\alpha$，$\cos\alpha$，$\tan\alpha$.



（第1题）



（第2题）

2. 如图，在Rt△ABC中，$\angle A=$Rt$\angle$，$AB=8$，$BC=10$. 求$\sin C$，$\cos C$，$\tan C$.

3. 在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$AC=5$ cm，$BC=2\sqrt{6}$ cm. 求$\angle A$，$\angle B$的正弦、余弦和正切.

4. 在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$AC:BC=1:2$. 求$\tan B$，$\sin B$，$\cos B$.

5. 已知a，b，c分别是Rt△ABC中$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$的对边，$\angle C=90°$.

（1）用关于a，b，c的代数式表示$\angle A$，$\angle B$的正弦和余弦；

（2）用关于a，b的代数式表示$\tan A$和$\tan B$，你发现了什么？

同理，$\tan\alpha'=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

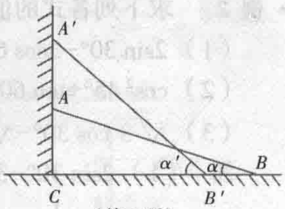
设$AC=x$（$0<x<3$），则$BC=\sqrt{9-x^2}$.

若$\tan\alpha=\dfrac{x}{\sqrt{9-x^2}}>100$，则$x>\sqrt{\dfrac{90000}{10001}}$，满足$0<x<3$，

所以$\tan\alpha$的值可以大于100.

$\tan\alpha>0$.

B组 6. 如图，一根3 m长的竹竿 AB 斜靠在墙上，当端点 A 离地面的高度 AC 长为1 m时，竹竿 AB 的倾斜角 α 的正切 $\tan\alpha$ 的值是多少？当端点 A 位于 A'，离地面的高度 $A'C$ 为2 m时，倾斜角 α' 的正切 $\tan\alpha'$ 的值是多少？$\tan\alpha$ 的值可以大于100吗？请求出锐角 α 的正切函数值的范围.



（第6题）

2

在直角三角形中，如果有一个锐角是30°（如图 1-7），那么另一个锐角是多少度？三条边之间有什么关系？如果有一个锐角是45°呢（如图1-8）？由此你能发现这些特殊锐角的三角函数值吗？

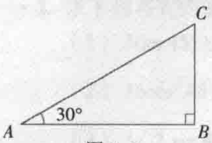


图 1-7

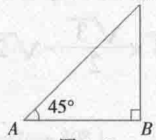
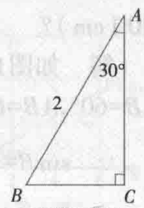


图 1-8

❶ **做一做** ZUOYIZUO

1. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=BC=1$. 求 $\angle A$ 的正弦、余弦和正切.
2. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle A=30°$，斜边 $AB=2$. 求：
（1）BC，AC 的长；
（2）$\angle A$，$\angle B$ 的正弦、余弦和正切.



（第2题）

根据上面的结果，请将30°，45°，60°角的三角函数值填入下表：

❷ 表 1-1

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$			
$\cos\alpha$			
$\tan\alpha$			

教学建议

1. 本节课是在上节课已建立三角函数概念的基础上进一步探求特殊角的三角函数值，教学时应在引导学生回顾“直角三角形的两个锐角互余”、直角三角形三边之间的关系（勾股定理），以及“在直角三角形中，30°角所对的直角边等于斜边的一半”等知识的基础上，根据锐角三角函数的定义自主探求30°，45°和60°角的三角函数值. 并引导学生交流探求的结果，归纳出三个特殊角的9个三角函数值.

2. 由于三个特殊角的三角函数值的应用较为广泛，因此课本以表格的形式要求学生进行归纳. 教学时可引导学生分别观察30°，45°和60°角的三个正弦值、三个余弦值及三个正切值之间的差别及存在的联系，以及其间蕴涵的规律. 如30°，45°和60°角的三个正弦值由小到大，分母均为2，分子依次为1，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$；而余弦函数值

教学目标

1. 经历30°，45°和60°角的正弦、余弦和正切值的探索过程，进一步体会三角函数的意义.
2. 知道30°，45°和60°角的三角函数值，并能进行与特殊锐角的三角函数值有关的计算，解决含有特殊锐角的直角三角形的计算问题.

注❶

1. $\sin A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\cos A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\tan A=1$.

2. （1）$BC=1$，$AC=\sqrt{3}$.

（2）$\sin A=\dfrac{1}{2}$，

$\cos A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\tan A=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$；

$\sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\cos B=\dfrac{1}{2}$，

$\tan B=\sqrt{3}$.

重点和难点

- 本节教学的重点是30°，45°和60°角的三角函数值，以及综合运用这些特殊锐角的三角函数值和勾股定理等知识解决含有特殊锐角的直角三角形的计算问题.
- 例3的问题比较综合，解决时需要想象、构造直角三角形，是本节教学的难点.

注❷

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$
$\tan\alpha$	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

例 2 求下列各式的值：

（1）$2\sin 30°-3\cos 60°$；

（2）$\cos^2 45°+\tan 60°\cdot\sin 60°$；

（3）$\sqrt{3}\cos 30°-\sqrt{2}\sin 45°+\tan 45°\cdot\cos 60°$.

注意

$\cos^2 45°$表示$(\cos 45°)^2$.

解 （1）$2\sin 30°-3\cos 60°$

$=2\times\frac{1}{2}-3\times\frac{1}{2}$

$=-\frac{1}{2}$.

（2）$\cos^2 45°+\tan 60°\cdot\sin 60°$

$=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=2$.

（3）$\sqrt{3}\cos 30°-\sqrt{2}\sin 45°+\tan 45°\cdot\cos 60°$

$=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+1\times\frac{1}{2}$

$=1$.

例 3 如图1-9，一位同学的手臂长65 cm，当他竖直高举双臂时，指尖高出头顶35 cm. 问当他的手臂与水平方向成60°角时，指尖高出头顶多少cm（精确到0.1 cm）？

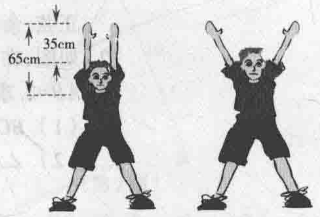


图 1-9

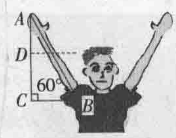


图 1-10

解 如图1-10，在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$\angle B=60°$，$AB=65$ cm.

$\because\ \sin B=\frac{AC}{AB}$，

$\therefore\ AC=AB\times\sin B$

$=65\times\sin 60°$

$=65\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

≈ 56.3（cm）.

$\because\ CD=65-35=30$（cm），

$\therefore\ AD=AC-CD\approx 56.3-30=26.3$（cm）.

答：指尖高出头顶约为26.3 cm.

则正好相反. 30°，45°和60°角的三个正切值也由小到大，30°和60°角的正切值分别是$\frac{1}{\sqrt{3}}$和$\frac{\sqrt{3}}{1}$，互为倒数. 其实掌握了课本图1-7，图1-8中两个直角三角形的三边之比，也就掌握了所有特殊角的三角函数值，无需死记硬背.

3. 例2中首次出现了三角函数的平方（$\cos^2 45°$）的书写方法，教学时要明确它的含义并进行书写示范.

4. 例3是用特殊角的三角函数值解决与直角三角形有关的实际问题，以学生熟悉的做操动作为问题情境. 教学的难点是当手臂与水平方向成60°角时，想象从手指尖向水平方向作垂线，所得的垂线、水平线和手臂之间构成直角三角形，从而将实际问题转化为有关直角三角形的计算问题. 在例3的教学中，可以请学生模拟问题情境，共同分析解决问题的思路，得出解决问题的关键是构造直角三角形，求出当手臂与水平方向成60°角时，手臂的垂直高度. 另外，要引导学生将图1-9与图1-10作比较，发现图1-9中隐含了“CD=30 cm”这个条件. 本例也是首次在直角三角形中利用三角函数值求边长，其中体现了方程变形的思想，教学时应加以归纳点拨.

课内练习
KENEILIANXI

1. （口答）说出下列三角函数的值：

sin 30°，cos 45°，sin 60°，cos 60°，sin 45°，tan 60°，tan 45°.

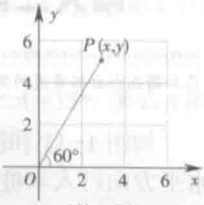
2. 计算：

（1）$\cos 30°\cdot\sin 60°$；

（2）$\sin^2 45°-2\sin 45°\cdot\cos 60°$；

（3）$\sin^2 30°+\cos^2 30°$.

3. 如图，点 P 到坐标原点 O 的距离 $OP=6$. 求点 P 的坐标.



（第3题）

4. 计算 $\dfrac{\sin 30°}{\cos 30°}$ 与 $\tan 30°$，你发现了什么？对于任意锐角 α，是否都有 $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$？请说明理由.

作业题
ZUOYETI

A组

1. 求下列各式的值：

（1）$3\tan 45°+2\sin 30°$；

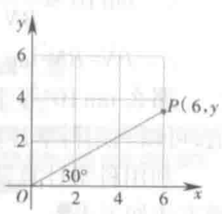
（2）$16\cos^2 45°-\dfrac{1}{3}\tan^2 60°$；

（3）$\sqrt{2}\sin 45°-\sqrt{3}(\sin 60°-2\cos 30°)$；

（4）$\dfrac{3\tan 30°-2\tan 60°}{\cos 60°}+4\sin 60°$.

2. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle A=30°$，$AB=4$. 求 BC，AC 的长.

3. 已知点 P 的坐标如图. 求点 P 的纵坐标 y 和 OP 的长.

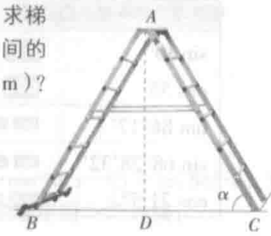


（第3题）

4. 一辆卡车沿倾斜角为 30° 的斜坡行驶 100 m，分别求卡车沿水平方向和铅垂方向所经过的距离.

B组

5. 如图，梯子的长为 2.8 m. 当 $\alpha=60°$ 时，求梯子顶端离地面的高度 AD 和两梯脚之间的距离 BC. 当 $\alpha=45°$ 时呢（精确到 0.1 m）？



（第5题）

6. 计算下列各式：

（1）$\cos^2 45°+\sin^2 45°$；

（2）$\cos^2 60°+\sin^2 60°$.

你发现了什么？对任意锐角 α，是否都有 $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$？请说明理由.

注❸

1. $\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\sqrt{3}$，1.

2. （1）$\dfrac{3}{4}$.

（2）$\dfrac{1-\sqrt{2}}{2}$.

（3）1.

3. $(3,3\sqrt{3})$.

4. $\dfrac{\sin30°}{\cos30°}=\tan30°$. 对于任意锐角 α，都有 $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$.

理由如下：在直角三角形中，

$\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$=\dfrac{角\alpha的对边}{斜边}\div\dfrac{角\alpha的邻边}{斜边}$

$=\dfrac{角\alpha的对边}{角\alpha的邻边}$

$=\tan\alpha$.

注❶

1. （1）4. （2）7.

（3）$\dfrac{5}{2}$. （4）0.

2. $BC=2$，$AC=2\sqrt{3}$.

3. $y=2\sqrt{3}$，$OP=4\sqrt{3}$.

4. 水平方向和铅垂方向经过的距离分别为 $50\sqrt{3}$ m 和 50 m.

5. 当 $\alpha=60°$ 时，$AD\approx2.4$ m，$BC=2.8$ m；

当 $\alpha=45°$ 时，$AD\approx2.0$ m，$BC\approx4.0$ m.

6. （1）1.

（2）1. 对任意锐角 α，都有 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

理由如下：在直角三角形 ABC 中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的对边分别为 a，b，c，$\angle C=90°$. 设 $\angle A=\alpha$，则 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=$

$\left(\dfrac{a}{c}\right)^2+\left(\dfrac{b}{c}\right)^2=\dfrac{a^2+b^2}{c^2}$

$=\dfrac{c^2}{c^2}=1$.

教学目标

1. 经历用计算器由已知锐角求它的三角函数值的过程，进一步体会三角函数的意义.
2. 会使用计算器进行由已知锐角求三角函数值的计算，并解决简单的实际问题.

重点和难点

- 本节教学的重点是用计算器求已知锐角的三角函数值.
- 本节开头的引例把问题归结为已知直角三角形的锐角度数、邻边长，求对边，需要较强的空间想象能力和分析问题的能力，是本节教学的难点.

1·2 有关三角函数的计算

YOUGUANSANJIAOHANSHUDEJISUAN

1

已知圆弧形公路弯道的两端相距200 m，圆弧半径为1 km，你能求出弯道的长吗?

如图 1-11 和图 1-12，将一个 Rt△ABC 形状的楔子从木桩的底端点 P 沿水平方向打入木桩底下，可以使木桩向上运动. 如果楔子斜面的倾斜角为 10°，楔子沿水平方向前进 5 cm（如箭头所示），那么木桩上升多少 cm?

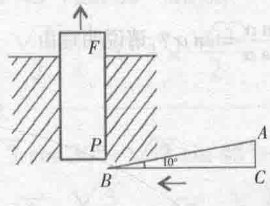


图 1-11

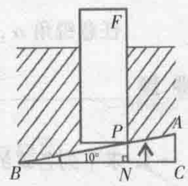


图 1-12

观察图 1-12，易知，当楔子沿水平方向前进 5 cm，即 BN=5 cm 时，木桩上升的距离为 PN.

在 Rt△PBN 中，

$\because\ \tan 10°=\dfrac{PN}{BN}$，

$\therefore\ PN=BN\cdot\tan 10°=5\tan 10°$（cm）.

那么 tan 10°等于多少呢? 对于不是 30°，45°，60°这些特殊角的三角函数值，可以利用科学计算器来求.

利用科学计算器可以求任何锐角的各个三角函数值. 一种比较普遍的按键方法如下表❶:

表 1-2

	按键顺序	显示结果
sin 30°	sin 3 0 =	0.5
cos 55°	cos 5 5 =	0.573 576 436
tan 86°17′	tan 8 6 °′″ 1 7 °′″ =	15.394 276 04
sin 68°28′32″	sin 6 8 °′″ 2 8 °′″ 3 2 °′″ =	0.930 261 12
cos 21.5°	cos 2 1 . 5 =	0.930 417 568

❶ 不同型号计算器的按键方法不一定相同，请参看相应计算器的说明书，下同.

教学建议

1. 本节开头的引例的目的是引入本节课题，即在解决实际问题时经常会遇到非特殊角的三角函数值的计算. 讲解时要引导学生细致观察课本图1-11和图1-12，理解楔子和木桩的运动过程，发现BN即楔子沿水平方向前进的路程，PN即要求的木桩的上升路程. 这样就能把问题归结为已知直角三角形中的锐角的度数、邻边长求对边的问题，并由此得出PN=5tan10°，从而提出课题.

2. 在引入课题后，介绍用计算器求锐角的三角函数值时，如果学生所用的计算器型号不一，可分小组合作学习，让每一组学生在相互帮助下学习，让每个学生都根据自己的计算器型号修改表中求三角函数值的按键顺序及显示结果，然后进行交流，归纳按键顺序及显示结果的异同.

3. 用计算器求三角函数值的显示结果一般有10个数位，如果问题中没有特别说明，可精确到万分位，即保留四位小数；如果是运算的中间结果，则可保留尽可能多的小数位.

4. 例1是求三角形的周长和面积，在解题过程中，先将所求的周长和面积表示成已知边长和已知角的三角函数的代数形式，再将边长和角度代入计算. 这样处理一方面方便书写，另一方面可提高运算效率，并减少计算误差.