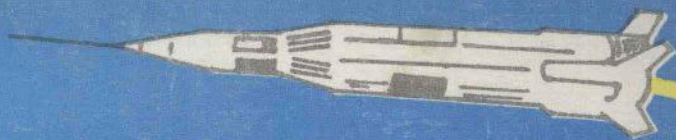


北方地方高校联合统编教材



运筹学

李英华 王忠吉 主编

Y C X

吉林人民出版社

北方地方高校联合统编教材

运筹学

主 编	李英华	王忠吉
副主编	高 飞	王文亮
	王剑晖	刘 宇

吉林人民出版社

内容提要

本书系统地介绍了运筹学的线性规划、整数规划、动态规划、图与网络分析、排队论、存储论、决策论、对策论各分支的主要理论和方法,并注意结合经济管理专业实际。书中除了有大量例题外,各章后还有适量习题、供复习消化。

本书可供高等院校经济和管理类专业的本科生作教材使用,也可作为各类管理干部学院以及厂矿企业、经济管理干部的干部及工程技术人员的自学或参考用书。

运筹学

李英华 王忠吉主编

*

吉林人民出版社出版发行

吉林省劳动彩印厂印刷

*

787×1092 毫米 16 开 25 印张 540000 字

1994 年 9 月第 1 版 1994 年 9 月第一次印刷

印数:1—4000 册

ISBN7-206-02202-0
F.574 定价:12.00 元

序 言

运筹学是一门从本世纪三十年代开始发展起来的新兴科学，由于它主要研究各项经济及军事活动中人力、物力、财力等的统一筹划、运用，使有限的资源得到尽可能合理而充分利用，成了各级领导进行科学决策的有力工具。因而，使这门学科充满活力，得到了较快的发展。

我国从1956年开始运筹学的研究，已将近40年。特别改革开放以来，运筹学在理论研究上取得较大进展，应用上在军事及国民经济的农林、交通运输、建筑、机械、冶金、石油化工、水利、邮电、纺织等部门已得到较多推广，取得了明显的经济效益。我国各高等院校、特别在各经济、管理类专业中已普遍把运筹学作为一门专业课程，列入教学计划之中。

作为管理类专业，运筹学教学的侧重点是让学生牢固掌握各类模型的结构、特征、有关概念以及算法的过程、技巧，为应用运筹学分析和解决国民经济中实际问题打好基础。由吉林工学院李英华、王忠吉主编，有多所地方高等院校联合编写的这本运筹学，是在总结各自在管理专业教授运筹学经验基础上，向上述方向作出努力的一个尝试。

虽然国内已有了多种版本的运筹学教科书，但新的运筹学教材还在不断涌现。从总体上，它反映了运筹学这门学科的继续蓬勃发展。

任何一本好的教材，总是要通过反复实践教学，不断锤炼提高才能完成。由于作者专业背景和学术观点上的不同，现有教材总有自己的风格特色，有长处，也有短处。通过不同版本教材之间的“百花齐放，百家争鸣”，使各自取长补短、丰富完善，这将有助于运筹学教学水平的提高，也有助于运筹学这门学科的发展成熟。正是基于这一点，热烈祝贺这本新运筹学教材的诞生，同时衷心希望本书作者，能通过今后教学实践的锤炼，更加成熟。

哈尔滨工业大学 胡运权

一九九四年八月

前 言

运筹学是近几十年来发展十分迅速,应用比较广泛的一门新兴学科。在许多领域诸如生产管理、工程技术、军事作战、科学试验、社会科学及经济管理等各个方面都有广泛的应用。因此,受到管理、数学和工程技术界越来越广泛的重视。

《第二届北方地方高等院校管理类专业教学协作会》于93年8月初在长春召开。鉴于运筹学资料及教材的缺乏,《会议》决定编写一本适合经济管理工程专业的运筹学教材,以解决教学之急需。由于运筹学包括的内容十分丰富,涉及面也比较广泛,因此在一本书中包括运筹学的全部内容是不可能的。根据各院校教学实际情况,本书共编写十三章,各章内容由下列同志执笔(按目录先后为序)。

运筹学概论、第一章	王忠吉	吉林工学院工商管理学院
	张志臣	吉林工学院财务处
第二章	王志美	吉林工学院商管理学院
	李占山	吉林工学院商管理学院
第三章、第四章	高 飞	哈尔滨电工学院管理工程系
第五章	刘 宇	长春大学教务处
第六章、第七章	王文亮	郑州轻工业学院管理工程系
	孙双全	河南省纺织高等专科学校
第八章	李英华	吉林工学院工商管理学院
第九章	李英华	吉林工学院工商管理学院
	王剑晖	东北输油管理局长春输油公司
第十章	王忠吉	吉林工学院工商管理学院
第十一章	欧阳金丽	吉林工学院工商管理学院
第十二章、第十三章	殷 涛	山东建筑工程学院建工系

全书由李英华、王忠吉主编,高飞、王文亮、王剑晖、刘宇任副主编。

非常感谢国家教委管理工程教学指导委员会委员、黑龙江省运筹学会常务理事、哈尔滨工业大学系统工程博士生导师胡运权教授为本书作序。

由于我们水平有限,加之时间仓促,书中缺点和错误在所难免,敬请读者指正。

编 者

1994年8月

目 录

运筹学概论	1
第一节 运筹学的起源及其发展	1
第二节 什么是运筹学	4
第三节 运筹学的研究方法	6
第四节 运筹学的主要内容	7
第五节 运筹学与其它学科之间的关系	9
习 题	10
第一章 线性规划基础	11
第一节 线性规划问题及其数学模型	11
第二节 线性规划数学模型的标准形式	15
第三节 线性规划问题解的概念	20
第四节 两变量线性规划问题的几何图解法	22
第五节 线性规划问题的几何意义	25
习 题	29
第二章 单纯形法	32
第一节 单纯形法的基本原理	32
第二节 单纯形法的计算步骤及应用举例	41
第三节 单纯形法的进一步讨论	46
第四节 改进单纯形法	54
习 题	61
第三章 线性规划的对偶理论	62
第一节 对偶问题的提出	62
第二节 原问题与对偶问题	64
第三节 对偶问题的基本性质	70
第四节 影子价格	75
第五节 对偶单纯形法	78
习 题	84
第四章 灵敏度分析和参数规划	88
第一节 灵敏度分析	88
第二节 参数规划	97
习 题	102
第五章 运输问题	105
第一节 运输问题的数学模型	105
第二节 表上作业法	110
第三节 产销不平衡运输问题及其解法	119

第四节	表上作业法与单纯形法的关系·····	123
第五节	运输问题的应用·····	126
习 题	·····	134
第六章	整数规划 ·····	138
第一节	整数规划问题的提出·····	138
第二节	分枝定界法·····	139
第三节	割平面法·····	145
第四节	匈牙利法·····	151
第五节	0—1 整数规划的解法 ·····	155
习 题	·····	158
第七章	动态规划 ·····	162
第一节	多阶段决策问题·····	162
第二节	最优化原理和动态规划的数学模型·····	163
第三节	离散确定性动态规划模型的求解·····	168
第四节	离散随机性动态规划模型的求解·····	173
第五节	一般数学规划模型的动态规划解法·····	177
习 题	·····	184
第八章	图与网络分析 ·····	186
第一节	图的基本概念·····	186
第二节	树图和图的最小部分树·····	190
第三节	最短路问题·····	196
第四节	网络最大流问题·····	202
第五节	最小费用最大流问题·····	207
第六节	中国邮路问题·····	214
习 题	·····	217
第九章	计划评审方法和关键路线法 ·····	222
第一节	概述·····	222
第二节	网络图·····	224
第三节	网络时间的计算·····	227
第四节	时差和关键路线·····	235
第五节	网络计划的优化·····	239
习 题	·····	246
第十章	排队论 ·····	249
第一节	排队论的基本概念·····	249
第二节	泊松输入与负指数分布·····	256
第三节	生灭过程·····	260
第四节	M/M/1 排队系统分析 ·····	263
第五节	M/M/C 排队系统分析 ·····	277

第六节	M/G/1 排队系统分析	285
第七节	排队系统的最优化	288
习 题		291
第十一章	存储论	294
第一节	存储论的基本概念	294
第二节	确定性存储模型	295
第三节	具有附加条件的存储模型	305
第四节	多阶段动态的存储模型	311
第五节	随机性存储模型	314
习 题		321
第十二章	决策论	324
第一节	决策的分类与过程	325
第二节	不确定型的决策分析	329
第三节	风险性决策	333
第四节	效用理论	341
第五节	马尔可夫决策	347
习 题		353
第十三章	对策论	358
第一节	引言	358
第二节	二人零和对策的模型	360
第三节	对策问题的解和具有鞍点的对策	362
第四节	优势原则和具有混合策略的对策	367
第五节	矩阵对策的求解	379
习 题		386
参考文献		389

运筹学概论

第一节 运筹学的起源及其发展

任何一门学科的形成与发展，都与人类社会物质生产的实际需要密切相关，对于它朴素的基本思想的起源，可追溯到很远。

从字面含义来讲，“运筹学”一词中的“运筹”是指“运算筹划”的意思，也就是“出主意见办”。因此，通俗地说，朴素的运筹学思想就是：针对具体问题，如何提出切实可行的解决方法。在国内外古代历史文献中，记载着许多运用朴素运筹学思想的工程、战例和故事等。我国古代的“田忌与齐王赛马”、“丁渭挖沟修复皇宫”等故事，都说明了古代人当时已能自发地运用朴素的运筹学思想。

事实上，我们每个人在日常生活中都在不知不觉地运用着一些朴素的运筹学思想，例如“从学校到火车站乘车路线的选择”，“休假日里如何带领家人游览尽可能多的风景点”，“清晨一个家庭主妇在有限时间内如何做好应做的一切家务”等等，为了节约时间或其它目的，我们都需要在心里“盘算”一下，将这一“盘算”过程上升到理论，就是运筹学思想的体现。但是运筹学作为一门边缘学科和应用学科，是近代才提出、形成和发展的。

运筹学一词起源于本世纪三十年代。1938年，当时英国为解空袭的早期预警，做好反侵略战争准备，积极进行“雷达系统”的研究。但随着雷达性能的改善和配置数量的增多，出现了来自不同雷达站的信息以及雷达站同整个防空作战系统的协调配合问题。1938年7月，彼得塞（Bawdsey）雷达站的负责人罗伊（A·P·Rowe）提出立即进行整个防空作战系统运行的研究，并用“Operational Research”一词作为这方面研究的描述。1942年美国开始组织人力着手这项工作研究，称之为“Operations Research”。因此，大多数学者认为，当代的运筹学是二十世纪四十年代形成的一门学科。

一、运筹学的发展动力

运筹学的发展主要来自于两方面的动力：

1. 第二次世界大战的军事作战问题

在第二次世界大战期间（1939～1945），英美等方面投入了许多新式的武器装备，如深水炸弹，防空雷达系统等，这些装备在当时来说，都是非常先进的，可是在最初使用时，总未能达到预期的效果，于是他们感到必须致力于有关战略战术问题的运用研究，并成立了由不同专业背景的科学家组成的运筹学小组（简称OR小组）。两个运筹学早期的工作例子是：

(1) 防空雷达系统的改进。在1940年,英国针对雷达防空效果不佳,由曼彻斯特大学教授、英国皇家学会会员、诺贝尔奖金获得者布莱克特(P. M. S. Blakett)组织了一个OR小组。在对雷达防空系统进行详细分析研究后发现,雷达系统的效果没有发挥不是技术设计和操作人员的问题,而是由于雷达在整个防空系统中配置不当所致。经过他们精心筹划,对雷达重新作了配置,从而提高了雷达的防空效果。

(2) 深水炸弹起爆点的确定。这是美国运筹学早期的著名工作之一。深水炸弹是用于反潜水艇战的一种武器,当飞机侦察到潜水艇后,投掷深水炸弹予以击沉。这样除研究搜索方法外,还需要探讨深水炸弹的有效使用。当时的深水炸弹原为海军所使用,企图炸沉已潜入水中的潜艇,所以起爆深度为100英尺。现在方式改变了,由空军投掷,如何才能有效使用?运筹工作者对一些统计数字进行分析后,作出以下决策:①仅当潜水艇浮在水面或刚刚开始下潜时,才投弹攻击;②起爆点为25英尺,这是当时炸弹所允许的最浅起爆点。在这个决策执行以后,被击沉的潜水艇成倍地增加。

由于第二次世界大战期间许多错综复杂军事问题的解决,为运筹学初步赢得了声誉,并为战后的继续研究和发展奠定了基础。

2. 第二次世界大战后的经济发展和管理

第二次世界大战以后,英美两国急需将战时的军需工业体制尽快转变为民用工业。由于战争的破坏和损耗,经济资源严重不足,而战后百废待兴,因此,如何将有限资源进行最适当的调配及如何加以最合理的利用,才能收到最大的经济效益,便成为当务之急。运筹学在军事上的显著成功,引起政府机构和工商企业界对这种新兴学科逐渐感兴趣。随着经济的恢复和繁荣,迫切需要运筹学来帮助解决他们所面临的复杂的经济问题。在工商企业界率先采用运筹学方法的是一些盈利性大公司,而后随着处理问题的技术标准化,在一些较小的公司也开始使用运筹学的一些方法解决诸如存贮、资源分配、任务分配等问题。同时,运筹学在大型工程项目的管理及公共事业等方面的应用也得到蓬勃发展,并取得显著效果。下面介绍两个这方面的实例。

(1) 北极星导弹潜艇计划。1957年美国海军开始研究制造一项重要的新式武器系统——北极星导弹潜艇计划。该武器系统的主管人雷伯思上将为了管理这个项目,于1958年设计一种使用数理统计的组织管理方法,即网络计划协调技术。由于全面采用了该技术,使项目的整个设计过程缩短两年多。从此以后,美国国防部规定,凡是重大科研项目,都要采用这种技术。

(2) 解决纽约港的拥挤问题。五十年代初,当时纽约港的吞吐能力只是设计能力的75%,因此美国政府决定增加15%的吞吐能力,即使港口的实际吞吐能力达到设计能力的90%,原以为不会出现问题,可是实际造成了港口的拥挤。由数学家Leslie Edie等人应用运筹学中的排队论,圆满地解释了拥挤现象并提出了切实可行的解决方法。

由于上述二方面的动力,再加之学术界的努力,不仅奠定了运筹学的理论基础,使其日益成为完整的科学体系,而且也促进了它的广泛应用和发展。

二、运筹学的发展史

纵观运筹学的发展过程,从第二次世界大战结束到现在,它的发展大致可分为三个

时期:

1. 创建时期 (194 年 5~1954 年)

二战结束以后,一些战时从事运筹学工作的人不愿将他们多年来取得的进展放弃不顾,在英国于 1948 年成立了一个民间组织“运筹学俱乐部”,定期讨论如何将运筹学的一些研究成果转人民用事业,随即在农业、棉纺、钢铁、煤炭、电力、牧业、建筑、运输等方面的应用取得了一些进展。第一本运筹学杂志《运筹学季刊》(OR Quarterly) 1950 年于英国创刊,第一个运筹学会美国运筹学会于 1952 年成立,并与同年出版《运筹学学报》(Journal of ORSA)。这一时期的特点是:从事运筹学研究的人数不多,范围较小,出版物、学会等屈指可数。

2. 成长时期 (1955 年~1965 年)

由于运筹学的一些重要方法如线性规划、动态规划、排队论等在上一时期已得到了广泛的应用,运筹学已经受到世界范围内学术界的关注,因此在 1955 年举行了第一次国际运筹学会议。在这期间,一些运筹学的先驱者如 P. M. Morse 等注意到,要使运筹学健康成长,需要有更多的新方法,需要将运筹学建立在可靠的理论基础之上,因此提倡要注意运筹学的基本理论研究。在这一时期里,运筹学愈来愈引起人们的兴趣,一些新的理论在出现,一些原有的理论在迅速发展和完善。在这一时期运筹学的主要代表作品有: Bellman 的“Dynamic Programming”(1957 年), Luce and Raiff 的“Games Decision”(1957 年), Magee 的“Production Planning and Inventory Control”(1958 年), Morse 的“Queues Inventories and Maintenance”(1958 年), Berge 的“Théorie des Graphes et ses Applications”(1959 年), Ford - Fulkerson 的“Flow in Network”(1962 年), Dantzig 的“Linear Programming and Extensions”(1963 年)等等。这一时期的另一特点是有更多的刊物、学会出现。法国、日本、荷兰、加拿大、比利时等许多国家相继成立运筹学会。1959 年成立了国际运筹学联合会(International Federation of Operations Research Societies, IFORS)

3. 发展时期 (自 1966 年以来)

由于运筹学在上一时期得到了世界范围内的普及,运筹学的理论和应用愈向广泛和深入发展,因此不可避免地,在运筹学范围内出现愈来愈细的分工,相应地,运筹学出现了许多分支,每个分支都有大量的专业人员在工作;专业学术团体迅速增多,有关运筹学的期刊、书籍难以估计;大多数学校运筹学纳入教学计划中;特别是随着电子计算机技术的迅猛发展,促使运筹学得以研究一些大型的复杂的问题,如城市交通、环境保护、国民经济计划、能源等。

三、运筹学在我国的发展

运筹学作为一门正式学科,由我国的科学工作者于 1955 年引入,开始有人译为“运用学”,也有人译为“筹划学”等。后来,我国运筹学先驱者从《史记·高祖本纪》里汉高祖刘邦夸赞他的大谋士张良“夫运筹帷幄之中,决胜于千里之外”一语中摘取“运筹”二字作为这门学科的名称,并于 1964 年由中国数学会正式确定在国内使用。将“Operations Research”译为“运筹学”既显示其军事的起源,也表明其悠久存在于我国

的思想萌芽，是十分恰当的。

我国第一个运筹学小组于1956年在中国科学院力学研究所成立，1958年建立了运筹学研究室。1965年，在华罗庚教授的倡导下，我国开展了推广应用“统筹法”的群众运动，并收到显著的经济效果。

“文革”前，我国运筹学工作者不仅在运筹学的应用中取得很大的成果，而且在运筹学的许多分支的研究中也取得了可喜成果。例如，1958年，我国运筹学工作者总结了粮食运输部门在粮食调配和运输方面的创举和经验，在世界上首次提出了一种简易可行、独具我国风格的求解线性规划运输问题的“图上作业法”，引起世界注目；再如“邮递员投递路线奇偶点方法”等，都有一定世界水平。然而，在“文革”浩劫中，我国整个运筹学的研究和应用几乎是停滞不前。

我国运筹学的研究与应用的迅猛发展始于党的十一届三中全会以后。1980年4月中国运筹学会成立，随即全国各省相继成立了运筹学会。运筹学的方法已广泛推广应用到农林、交通运输、建筑、机械、冶金、石油化工、水利、邮电、纺织等部门。目前，我国各高等院校的有关专业的研究生、本科生和专科生都开设运筹学课程，并不断拓宽应用领域。可以预见，随着我国社会主义市场经济体制的不断完善，运筹学将会在各个领域发挥重要的作用。

第二节 什么是运筹学

一、运筹学的定义

运筹学至今尚没有一个公认的定义，下面列举一些定义供读者参考。

英国运筹学会的定义是：“运筹学是把科学方法应用于工业、商业、民政和国防方面在指导和管理有关人、机、物、财的大系统中所发生的各种复杂问题。其特有的方法是为该系统建立一个科学的模型，其中列入随机和风险等各种因素的程度，借以预测和比较各种决策、战略或控制方案所产生的后果。目的是帮助主管人员科学地决定方针和行动”。

美国运筹学会的定义是：“运筹学所研究的，通常是在必须分配稀缺资源的条件下，科学地决定如何最佳地设计和运营人——机系统”。

车尔齐曼(C. W. Churchman)和艾柯夫(R. L. Ackoff)合著的《运筹学导论》(Introduction to Operations Research)一书中写道：“运筹学是应用科学的方法、技巧和工具来研究系统中的各项运筹问题，以便能为决策者提供解决该问题的最优解”。

毛尔斯(P. M. Morse)和基姆鲍尔(G. E. Kimball)在《运筹学的方法》(Method of Operations Research)一书中写道：“运筹学是一种科学方法，可以为决策部门提供决策的数量基础，以便能对其指导下的各项活动作出最佳决策”。

米勒(D. W. Miller)和斯塔尔(M. K. Starr)合著的《管理决策与运筹学》(Executive Decision and Operations Research)一书的解释是：“运筹学是一种应用的决策理论，是

运用科学的、数学的或逻辑的方法，帮助决策者克服他所面临的难题，以求达到理想的决策”。

谢洛夫 (R. J. Thierauf) 和格罗斯 (R. A. Grosse) 合著的《通过运筹学作出决策》(Decision Making through Operations Research) 一书解释为：“运筹学是由对有关的不同学科相互训练有素的小组，运用系统化的科学方法，用数学模型表示复杂的功能关系，以便提供作出决策的数量基础，以及挖掘新问题所需的数量分析”。

《中国企业管理百科全书》(1984 年版) 中对运筹学的释义为，运筹学“应用分析、试验、量化的方法，对经济管理系统中人、财、物等有限资源进行统筹安排，为决策者提供有依据的最优方案，以实现最有效的管理”。

上述列举的各种定义，尽管并不很完善，但却基本反映了运筹学这门学科的作用、性质和内涵，而且它们均都强调运筹学研究工作的动机是：帮助决策者处理复杂的现实世界问题。

根据多年从事运筹学的教学与实践，我们认为，所谓运筹学就是“利用现代数学成就，特别是统计数学的成就，和电子计算机等现代科学技术为工具，把复杂的研究对象作为一个综合的系统，从整体最优化要求出发，进行有目的定量分析，提出最佳可行方案，作为领导和执行部门制定决策的参考依据”。由于运筹学涉及的主要领域是管理问题，因此狭义地理解，运筹学就是定量方法在管理问题上的应用。

二、运筹学的研究对象及特点

随着运筹学的发展和完善，其研究对象也已日渐明确。一般来说，运筹学是研究“正在运行或将要运行的系统”的一门学科。由此可见，运筹学所研究的问题是一类具有目的性的可控制的过程或行动，而这类过程或行动普遍存在于各个领域之中。从总体上看，运筹学所研究的问题具有以下特点：

1. 整体最优化

用运筹学方法解决实际问题时，总是抓住过程或行动中的本质性因素，以局部服从全局的观点，寻求使整体最优的行动方案。譬如一个企业的生产经营管理是由生产、销售、技术、供应、财务等子系统组成，各子系统的工作好坏直接影响企业生产经营管理的好坏。但各子系统的目标往往不一致，生产部门为提高劳动生产率希望尽可能增大批量；销售部门为满足更多的用户需求，要求增加花色品种；财务部门希望减少积压，加速流动资金周转，降低成本。用运筹学方法处理企业生产经营管理问题时，并不是对每一个决策行为孤立进行评价，而是把它同系统内所有其它重要的相互作用结合起来作出评价，把相互影响的各方面作为一个统一体，从总体利益的观点出发，寻找出一个优化协调的方案。

2. 利用模型

运筹学所研究的问题一般都是具有一定量化关系的，人、机、财、物等的综合系统，这些系统大都比较复杂，单凭人的经验很难作出好的决策，而实验的方法又行不通，因此，很自然地运筹学总是利用模型（数学模型和模拟模型）的方法解决实际问题。

3. 多学科配合

运筹学所研究的问题错综复杂，牵涉的因素多，不能指望某个人或单独一门学科来将它们好好解决。因此，在运筹学研究中要吸收来自不同领域、具有不同经验和专门技能的专家。由于专家们来自不同的学科领域，具有不同的经历经验，增强了发挥小组集体智慧提出问题和解决问题的能力。这种多学科的协调配合在研究问题的初期，在分析和确定问题的主要方面，在选定和探索解决问题的途径时，显得特别重要。

第三节 运筹学的研究方法

如前所述，运筹学应用模型的方法帮助决策人员进行决策，因此，运筹学研究问题的实质在于模型的建立和使用。围绕着模型的建立、修正与应用，运筹学研究问题的过程可划分为以下五步或五个阶段：

一、分析与表述问题

运筹学是一门解决实际问题的应用学科，不论运用何种运筹学方法，都要对所研究的问题和系统进行观察分析，归纳出决策的目标及制订决策时在行动和时间等方面的限制，从而形成问题。分析时往往先提出一个初步的目标，通过对系统中各种因素及其相互关系的研究，使该目标进一步明确化。此外还需要同有关人员进一步讨论，明确有关研究问题的过去与未来，问题的边界、环境以及包含这个问题在内的更大系统的有关情况，以便在对问题的表述中明确整个问题的规模与结构，确定问题中哪些是可控制的决策变量，哪些是不可控制的决策变量，确定限制变量取值的工艺技术条件及对目标的有效度量等。完成这一阶段的任务很费时间，常常使人失去信心，但它在整个运筹学研究中却是最重要的一個阶段。显然人们不希望花费巨大的精力去解决一个错误的问题。

二、建立模型

前面我们已经提到，运筹学研究的是如何用科学的方法来解决某一比较复杂的系统的最优管理或运行问题。为有关系统建立一个模型，并对它加以研究是运筹学研究中的关键一步。

模型是现实系统的代表，是对实际问题的抽象概括和严格的逻辑表述。模型表达了问题中可控制的决策变量、不可控变量、工艺技术条件及目标有效度量之间的相互关系。模型的开发是一项艺术，它是将实际问题、经验、科学方法三者有机结合的创造性的工作。建立模型的好处，一是使问题的描述高度规范化，如企业生产经营管理中，对人力、设备、材料、资金等的利用安排都可以归纳为所谓资源的分配利用问题，可建立起一个统一的规划模型，而对规划模型的研究代替了对一个个具体问题的分析研究；二是建立模型后，可以通过输入各种数据资料，分析各种因素同系统整体目标之间的因果关系，从而确立一套逻辑的分析问题的程序方法；三是通过建立系统模型为应用电子计算机来解决实际问题架设起桥梁。建立模型时既要尽可能包含系统的各种信息资料，又要抓住本质的因素。在保证模型用于解决实际问题时达到足够的精确度的基础上，模型应尽量简单适用。一般建模时应优先选择建立数学模型，以提高模型的可操作性；但有时问题中

的各种关系难于用数学语言描绘，或问题中包含的随机因素较多时，也可以建立起一个模拟的模型，即将问题的因素、目标及运行时的关系用逻辑框图的形式表示出来。

三、求解模型

求解模型就是根据模型的性质和它的数学复杂性等特征，运用数学方法或其它工具获得所需要的结论。根据所研究问题的要求，可分别求出最优解、次优解或满意解；根据对解的精度的要求及算法上实现的可能性，又可区分为精确解和近似解。

四、检验模型并评价所得的解

很明显，由于模型仅仅是现实系统及其运用的简化表示，它将系统中一些非本质部分省略了，因此即使是受过最优良训练的分析者也会有错误和疏忽，这就可能给系统的模型带来下列一种或几种缺陷：①模型的数学结构可能有错；②模型中的参数可能出错；③模型中可能忽略了重要的变量；④模型中可能拉进了与系统无关的变量。为了检验模型及其导出的解是否正确，常采用回溯的方法。即将历史的资料输入模型，研究得到的解与历史实际的符合程度，以判断模型是否正确。当发现有较大误差时，要将实际问题同模型重新对比，检查实际问题中的重要因素在模型中是否已考虑，检查模型中各公式的表达是否前后一致，检查模型中各参数取不同值情况时问题的解，以便发现问题进行修正。

为了建立起对解的有效控制，在模型的正确性得到验证后，还需对所得的解进行评价。任何模型都有一定的适用范围，模型的解是否有效要首先注意模型是否继续有效，并依据灵繁度分析的方法，确定最优解保持稳定时的参数变化范围。一旦外界条件参数变化超出这个范围，及时对模型及导出的解进行修正。

五、应用模型的解

将模型的解付诸实施是运筹学研究问题的最后一个阶段，也是很关键、很困难的一步。为了保证实施工作有成效地进行，首先要明确由谁去实施，什么时间去实施，如何实施；然后估计出实施过程中可能遇到的阻力，并为此制订相应的克服困难的措施。

上述五个阶段，总体上反映了运筹学研究问题的过程，但在实际工作中，将这五个阶段截然分开并加以严格区分的情况是非常罕见的。在某种程度上，各个阶段之间是相互影响的，在时间上也可以是彼此重迭的。例如，建立模型常常受到现有求解方法的影响。类似地，甚至在后面几个阶段还在继续进行时，问题的分析与表述本身却再三地得到修改。

第四节 运筹学的主要内容

运筹学的内容十分丰富，而且仍在继续发展和不断增添新的内容。根据运筹学所解决问题性质上的差别，可将实际的问题归结为不同类型的数学模型。这些不同类型的数学模型构成了运筹学的各个分支。其主要分支有：

线性规划 线性规划是研究在一组线性不等式或线性等式的限制条件下,使某个线性函数取得最大值(或最小值)的问题。它所处理的典型问题就是如何有效地利用现有人力、物力和财力完成更多的任务,或在预定的任务目标下,如何耗用最少的人力、物力和财力资源去实现。有关对线性规划问题建模、求解和应用的研究构成了运筹学中的线性规划分支。

非线性规划 线性规划研究在线性约束条件下,求某个线性目标函数最大(或最小)值的问题。如果在约束条件或目标函数中至少有一个是非线性函数,这样的问题就称为非线性规划问题。非线性规划的基本定理是库恩和塔克于1951年提出的。之后,对于非线性规划的最优性条件,对偶性和稳定性等方面的研究,以及对各种类型的非线性规划问题提出了各种算法,使非线性规划在理论上和计算方法方面逐渐完善,成为运筹学的一个重要分支。特别是由于非线性规划问题对于目标函数和约束条件几乎没有任何限制,使得非线性规划越来越广泛地应用于最优设计,经济管理等等各个领域。

动态规划 线性规划和非线性规划所研究的问题一般都是静态的,即与时间因素无关。但是,许多实际问题的最优决策都与时间因素有关。这时,整个决策过程可以分为若干阶段(或时段),每个阶段都需作出决策。某个阶段的决策不但影响该阶段的效果,而且影响以后各阶段决策的效果。动态规划就是解决这类多阶段决策问题的一种数学方法。它提供了一种有系统的过程,借以确定怎样来组合这些决策才能达到总体优化。

多目标规划 有些经营管理活动中遇到的问题往往要求在某些约束条件下,选择可行方案(解),同时使多个目标取得最优。例如,一个企业的生产经营,往往是在原料、设备等限制条件下,力求产值最大,成本最低,对环境污染小,职工福利高等目标同时达到。这些目标(至少有两个)常常是相互制约的,甚至是相互矛盾的。多目标规划就是研究这类问题的一种数学方法。由于在许多公共决策问题中,经常涉及到各方面的利益和要求,而多目标规划的理论和方法能客观地反映这些特点,使决策者能全面地、科学地作出最佳决策,因而越来越受到人们的重视。自六十年代末期到现在,多目标规划的理论和方法逐渐完善,并得到广泛应用,成为运筹学的一个新的分支。

图与网络分析 在实际生活、生产和科学研究中,有很多问题可用图或带有特定指标的网络反映出来。如生产管理中经常碰到工序间合理衔接搭配问题,设计中经常碰到研究各种管道、线路的通过能力以及仓库、附属设施的布局等问题。借助于图或网络的直观性研究这类问题,可给出一些典型问题的解决方法。图与网络这一分支通过对图与网络性质及优化的研究,为解决实际问题开辟了新的途径。

存贮论 在经济活动的各种领域中,存贮一定数量的物品以备将来使用或出售是普遍存在的现象。存贮论就是针对这类现象,研究在各种供应和需求条件下,何时补充储备,每次补充多少,才能使与存贮有关费用(采购费、保管费、缺货的损失费用等)总和为最小等问题的运筹学分支。

排队论 在许多服务系统中,由于顾客到达和服务时间的随机性,不可避免地要出现排队等待(如果允许排队等候)现象。对这类具有随机波动的等待问题的服务系统,排队论提供了相应的数学理论和研究方法。它通过对刻画排队服务系统运行状况指标的计算与分析,为设计新的服务系统和改进现有系统提供数量依据。

决策论 在各种管理系统中,决策是经常性的活动,采用不同的策略会得到不同的结局和效果。由于系统状态和决策准则的差别,对效果的度量和决策的选择也有差异。决策论通过对系统状态的性质、采取的策略及效果的度量进行综合研究,以便确定决策准则,并选择最优的决策方案。

对策论 生活充满着矛盾和竞争。在竞争过程中,各方都设法发挥自己的长处,尽最大可能争取较好的竞争结果。对策就是竞争各方在进行竞争时所作出的决策。对策论则是研究对策现象的数学理论和方法,它是运筹学的一个分支。

除上述各分支外,运筹学的内容还包括整数规划,模型论、统筹法、投入产出分析等分支。

第五节 运筹学与其它学科之间的关系

运筹学作为一门边缘学科和应用学科,与其它一些学科不可避免地要发生千丝万缕的联系。下面,阐述一下运筹学和与其发展联系最密切的几个学科之间的关系。

一、运筹学与系统工程

近代的系统工程起源于1940年二战时的美国执行原子弹计划。它本身是建立在现代工业、军事和科学技术发展的基础上的,是用现代自然科学理论和工具来解决一些社会科学的问题。它是一门较新的边缘学科和应用学科。

从整体上看,系统工程就是“用系统的方法,研究系统的对象”。也就是说,系统工程方法把任何一个研究对象,即使它是由各个不同的结构和功能部分所组成的,都要看作一个整体来处理。系统工程的产生和发展一直是为三个目的服务的:①是最合理地提出任务。根据对客观条件的可能性和需要,提出将应该做什么;②是最好地完成。通过系统分析和系统设计,实现最优设计,选择合理的技术途径,以最少的劳动消耗和最少的经济费用,力争达到最好的技术性能;③是最有效的运用。通过运用研究,实行现代化管理,使它发挥最好的效果。由此可见,最优化的观念贯穿整个系统工程的始终,是系统工程的指导思想和力争的目标。在系统工程五十多年的发展历程中,积累和总结了许多最优化方法,所有这些方法几乎都汇集在运筹学中,并在理论上进一步发展和完善,从而形成系统工程的定量的理论基础。同时,随着“系统”概念的应用,运筹学的发展也进入了系统时代,运筹学方法被广泛应用于系统工程研究中,成为系统分析的有力工具。

二、运筹学与管理科学

人类社会自从有分工与协作,便产生了管理。但管理作为一门科学开始于二十世纪初以泰罗为代表的科学管理理论。然而,泰罗的“科学管理”出现以后,长期没有更大的进展,这一方面是由于当时的知识水平有限;另一方面是由于管理问题的复杂性。许多变量交错在一起无法求解,即使可以找到数学方法,但由于计算工作量很大,一时算不出来,就失去了现实意义。