



初中自学指导丛书

数学

北京市第五中学 邓禹绩 姚麟书 李汉武 编 陈鸿侠 审

水利电力出版社

G033.6

Z11054

35

初中自学指导丛书

数 学

北京市第五中学 邓禹绩 姚麟书 李汉武 编

陈鸿侠 审



200047948

水利电力出版社



初中自学指导丛书

数 学

北京市第五中学

邓禹绩 姚麟书 李汉武 编 陈鸿侠 审

*

水利电力出版社出版、发行

(北京三里河路6号)

各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 18.875印张 419千字

1988年5月第一版 1988年5月北京第一次印刷

印数00001—17260册 定价3.70元

ISBN 7-120-00092-6G·9

内 容 提 要

本书主要为帮助城乡自学初中课程的青少年系统地总结、复习，提供学习指导而编写的，初中在校学生及中学教师也可参考。

本书根据现行初中数学通用教材编写，并按专题分为十二章，其中代数部分包括：实数、代数式、方程、指数、对数、不等式、函数等六章；几何部分包括：直线形、相似形、圆、尺规作图等四章；最后一章为三角函数、解三角形。每章均有基础知识的阐述和例题、习题。

此外还附有平面直角坐标系中直线、圆及九套自我检查题，以及1978年~1986年北京市高中统一招生数学试题及答案，供自学参考。

前 言

编写本书的目的，是为了帮助城乡自学初中课程的青少年系统地总结、复习，提供学习指导，同时也可供在校初中学生及中学教师参考。

本书具有以下几个特点：

1. 体现教育部新颁布的“教学大纲”和“通用教材”对初中学生在数学方面的基本要求。

2. 把教材中安排在不同年级的同一内容，按专题作了集中、归纳。而在各专题中又注意了从易到难，从基础到提高，从单一到综合的循序渐进原则。

3. 书中内容考虑了不同读者需要，在校学生可根据课堂教学，选用基础训练和综合提高的内容；自学的城乡青少年及青年工人从中能得到学习指导；中学数学教师可作为教学参考资料。

4. 书中的例题和基础知识的小结紧相配合，以便学生在运用基础知识、分析思路、探求规律上起到引导作用。习题共分三类：第一类是习题，用作基本概念、基本方法的训练，都配备在每一章节之后，便于使用；第二类是复习题，用作每一专题的复习、综合之用，配备在每一章之后；第三类是总复习题，用作初中整个数学内容的综合提高之用。

5. 在学习过程中，我们认为应作适当加强的内容，也在本书里作了必要的补充。对历届的北京市高中统一招生数学试题中的难题，特作了分析，以提高学生分析、求解难题的能力。

参加本书编写的有北京市第五中学的老师邓禹绩、姚麟书、李汉武。齐继康、孙罗立、肖钰、筛川坪、靳尚诚、蔡庆铎、单志惠、蒋佩锦等。

最后由北京市一级数学教师陈鸿侠老师审校，在此表示感谢。

由于我们的认识水平和能力有限，书中不妥之处，欢迎读者不吝指正，以便改正。

编 者

1987年5月

目 录

前 言

第一章 实数..... 1

复习题一..... 8

第二章 代数式.....13

第一节 整式.....13

第二节 因式分解.....19

第三节 分式.....28

第四节 根式.....33

复习题二.....41

第三章 方程和方程组.....49

第一节 方程.....49

第二节 方程组.....75

第三节 布列方程（或方程组）解应用题.....91

复习题三.....106

第四章 指数与对数.....113

第一节 指数.....113

第二节 对数.....118

复习题四.....123

第五章 不等式.....125

复习题五.....136

第六章 函数.....139

第一节 函数.....139

第二节 正比例函数和反比例函数.....144

第三节 一次函数.....149

第四节 二次函数.....153

复习题六	160
第七章 相交线和平行线	164
第一节 直线和角	164
第二节 平行线	169
第三节 命题	175
复习题七	179
第八章 全等形	182
第一节 全等三角形及其应用	182
第二节 等腰三角形和直角三角形	196
第三节 三角形中的不等关系	211
第四节 平行四边形、矩形、菱形和正方形	218
第五节 梯形	227
复习题八	236
第九章 相似形	240
第一节 比例线段	240
第二节 相似三角形及其应用	252
第三节 相似多边形及位似形	279
第四节 勾股六线段	283
第五节 直线形的面积和等积变换	296
第六节 诸比的和、差、积为“1”的问题	304
复习题九	310
第十章 圆	313
第一节 圆的一般性质	313
第二节 直线和圆的位置关系	317
第三节 和圆有关的角与圆中的比例线段	325
第四节 圆的内接四边形与外切四边形	340
第五节 两圆位置关系	346

第六节	圆和正多边形	355
第七节	圆的度量	360
复习题十		367
第十一章	尺规作图	374
第一节	三角形奠基法作图	374
第二节	平行移动法作图	380
第三节	相似——位似法作图	383
第四节	代数法作图	387
第五节	轨迹法作图	393
复习题十一		401
第十二章	解三角形	402
第一节	基础知识	402
第二节	解直角三角形	408
第三节	解斜三角形	411
第四节	解三角形的应用问题	417
复习题十二		422
总复习题		426
附录一	直线和圆	
第一节	平面直角坐标系	
第二节	直线	
第三节	圆	
附录二	自我检查练习套题	
附录三	习题答案与提示	
附录四	一、1978~1986年北京市初中毕业、升学统一考试 数学试题	
	二、1980~1986年北京市初中毕业、升学统一试考 数学试题答案	

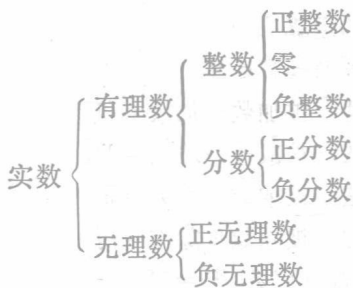
第一章 实数

一、实数的概念

1. 有理数 正整数、零、负整数、正分数、负分数统称为有理数。有理数总可以表示为既约分数 $\frac{p}{q}$ 的形式，其中 $q \neq 0$ 。

2. 无理数 无限不循环小数叫做无理数。

3. 实数 有理数和无理数统称为实数。



4. 数轴 规定了原点、正方向和长度单位的直线叫做数轴。

5. 相反的数 在数轴上原点的两旁，离开原点距离相等的两个点所表示的两个数叫做互为相反的数。

6. 绝对值 一个正数的绝对值是它的本身，一个负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零。即

$$|a| = \begin{cases} a & (\text{当 } a > 0 \text{ 时}), \\ 0 & (\text{当 } a = 0 \text{ 时}), \\ -a & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}). \end{cases}$$

7. 倒数 1 除以一个数的商，叫做这个数的倒数（零没有倒数）。

8. 实数大小的比较 在数轴上表示的两个实数，右边的数总比左边的数大。实数大小的比较：

（1）正数都大于零，也大于一切负数；

（2）负数都小于零，也小于一切正数；

（3）两个正数，绝对值大的数较大，绝对值小的数较小；

（4）两个负数，绝对值大的数反而小，绝对值小的数反而大。

二、实数的运算

（一）实数的六种运算

（1）加法：被加数 + 加数 = 和；

（2）减法：被减数 - 减数 = 差；

（3）乘法：被乘数 × 乘数 = 积；

（4）除法：被除数 ÷ 除数 = 商；

（5）乘方：（底数）^{指数} = 幂；

（6）开方：^{根指数}√被开方数 = 方根。

注意：1. 当根指数是偶数时，被开方数必须是正数或者零，当根指数是奇数时，被开方数可以是任意实数。

2. 当根指数是偶数被开方数是正数时，方根有两个，其中正的一个是算术根，通常表示为：

$$\sqrt[\text{根指数}]{\text{被开方数}}.$$

(二) 运算定律和性质

(1) 加法交换律: $a + b = b + a$;

(2) 加法结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$;

(3) 乘法交换律: $a \cdot b = b \cdot a$;

(4) 乘法结合律: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$;

(5) 乘法对于加法的分配律: $(a + b) \cdot c = ac + bc$;

(6) 减法的运算性质: $a - (b + c + d) = a - b - c - d$;

(7) 除法的运算性质: ① $a \div (bcd) = a \div b \div c \div d$;

$$\textcircled{2} (a + b + c) \div d = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}.$$

(三) 运算顺序

(1) 先进行第三级运算(乘方或开方), 再进行第二级运算(乘或除), 最后进行第一级运算(加或减);

(2) 在同一级运算中应该从左到右依次进行计算;

(3) 如果有括号, 一般应先进行括号里的运算;

(4) 如果符合运算定律和性质, 可变更运算顺序.

例 1.0.1 比较下列各数的大小:

(1) $-\frac{12}{7}$ 和 $-1\frac{3}{4}$;

(2) 当 $a > b$ 时, $\frac{1}{a}$ 和 $\frac{1}{b}$;

(3) $-\sqrt{2}$ 和 -1.414 .

解:

而 (1) $\because \left| -\frac{12}{7} \right| \approx 1.71, \left| -1\frac{3}{4} \right| = 1.75,$

$$\left| -\frac{12}{7} \right| < \left| -1\frac{3}{4} \right|,$$

$$\therefore -\frac{12}{7} > -1\frac{3}{4}.$$

(2) 如果 $a > 0$, $b < 0$,

那么 $\frac{1}{a} > 0$, $\frac{1}{b} < 0$,

$$\therefore \frac{1}{a} > \frac{1}{b}.$$

如果 $a > 0$, $b > 0$ (或 $a < 0$, $b < 0$),

那么 $ab > 0$.

$$\therefore a > b,$$

$$\therefore b - a < 0.$$

$$\therefore \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b - a}{ab} < 0,$$

$$\therefore \frac{1}{a} < \frac{1}{b}.$$

(3) $\therefore |-\sqrt{2}| \approx 1.4142$, $|-1.414| = 1.414$,

$$\therefore |-\sqrt{2}| > |-1.414|,$$

$$\therefore -\sqrt{2} < -1.414.$$

例 1.0.2 下列各题在什么条件下正确?

(1) $-a$ 是负数;

(2) a 大于 $-a$;

(3) a^2 大于 a ;

(4) a 大于 $\frac{1}{a}$.

解:

$$(1) \therefore -a < 0, \therefore a > 0.$$

$\therefore$ 当 $a > 0$ 时, 结论正确.

$$(2) \therefore a > -a, \therefore 2a > 0,$$

$$\therefore a > 0.$$

当 $a > 0$ 时, 结论正确.

$$(3) \because a^2 > a,$$

$$\therefore a^2 - a > 0,$$

$$a(a-1) > 0,$$

$$\begin{cases} a > 0, \\ a-1 > 0; \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a < 0, \\ a-1 < 0. \end{cases}$$

$$\therefore a > 1 \text{ 或 } a < 0.$$

当 $a > 1$ 或 $a < 0$ 时, 结论正确.

$$(4) \because a > \frac{1}{a},$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} > 0,$$

$$\frac{a^2 - 1}{a} > 0,$$

$$\begin{cases} a^2 - 1 > 0, \\ a > 0; \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a^2 - 1 < 0, \\ a < 0. \end{cases}$$

$$\therefore a > 1 \text{ 或 } -1 < a < 0.$$

当 $a > 1$ 或 $-1 < a < 0$ 时, 结论正确.

例 1.0.3 化简 $|1-a| + |2a+1| + |a|$ ($a < -2$).

解: $\because a < -2,$

$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= 1-a-(2a+1)-a \\ &= 1-a-2a-1-a \\ &= -4a. \end{aligned}$$

例 1.0.4 计算 $\frac{|x|}{x}$.

解：当 $x > 0$ 时，原式 $= \frac{x}{x} = 1$ ；

当 $x < 0$ 时，原式 $= \frac{-x}{x} = -1$ 。

例 1.0.5 当 a 为什么整数时，方程 $(a+1)x = 4x+3$ 的解满足下列条件？

①是自然数；②是整数；③是正数；④是负数；⑤不存在。

解：由原方程 $(a+1)x = 4x+3$ 得

$$(a-3)x = 3,$$

∴ 当 $a \neq 3$ 时， $x = \frac{3}{a-3}$ 。

(1) 如果 x 为自然数，

那么， $a-3=1$ 或 $a-3=3$ ，

所以 $a=4$ 或 $a=6$ 。

(2) 如果 x 为整数，

那么 $a-3=1$ ； $a-3=-1$ ； $a-3=3$ ； $a-3=-3$ 。

所以 $a=4$ ； $a=2$ ； $a=6$ ； $a=0$ 。

(3) 如果 x 为正数，

那么 $\frac{3}{a-3} > 0$ ，

即 $a-3 > 0$ ，

所以 $a > 3$ 。

因此 a 为大于 3 的整数。

(4) 如果 x 为负数，

那么 $\frac{3}{a-3} < 0$ ，

即 $a-3 < 0$ ，

所以

$$a < 3.$$

因此 a 为小于 3 的整数。

(5) 如果方程的解不存在, 只要使 $a - 3 = 0$, 所以 $a = 3$ 。

例 1.0.6 计算:

$$(1) -2^2 + (-2)^2 - \left| (-1)^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \right| \div \frac{1}{6} \\ - \sqrt{(-1)^2};$$

$$(2) \frac{23\frac{11}{12} + 10.125 \div \left(-\frac{3}{4} \right)^3}{(-1)^{1001} - \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{4}}}.$$

解:

$$(1) \text{原式} = -4 + 4 - \left| -\left(-\frac{1}{6} \right) \right| \div \frac{1}{6} - 1 \\ = -\frac{1}{6} \div \frac{1}{6} - 1 \\ = -2.$$

$$(2) \text{原式} = \frac{23\frac{11}{12} + 10\frac{1}{8} \div \left(-\frac{27}{64} \right)}{-1 - \frac{12}{5}}$$

$$= \frac{23\frac{11}{12} + (-24)}{-\frac{17}{5}}$$

$$= \frac{5}{204}.$$

例 1.0.7 求近似值:

(1) $\sqrt{0.4}$ (精确到0.001);

(2) $\sqrt{356.1}$ (精确到0.01).

解:

(1)

$$\begin{array}{r} 0.6324 \\ \sqrt{0.40} \\ \underline{36} \\ 123 \quad 400 \\ \underline{369} \\ 1262 \quad 3100 \\ \underline{2524} \\ 12644 \quad 57600 \\ \underline{50576} \\ 7024 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{0.4} \approx 0.632.$

(2)

$$\begin{array}{r} 18.870 \\ \sqrt{356.1} \\ \underline{1} \\ 28 \quad 256 \\ \underline{224} \\ 368 \quad 3210 \\ \underline{2944} \\ 3767 \quad 26600 \\ \underline{26369} \\ 37740 \quad 23100 \\ \underline{00000} \\ 23100 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{356.1} \approx 18.87.$

复 习 题 一

1. 有理数中有没有最小的数? 有没有绝对值最小的数?