普通高等院校数学类规划教材配套用书

应用概率统计

学习指导

大连理工大学城市学院基础教学部　组编

大连理工大学出版社
[DALI]AN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

普通高等院校数学类规划教材配套用书

应用概率统计
学习指导

大连理工大学城市学院基础教学部　组编

主编　曹铁川

编者（按编写章节先后排序）

王淑娟　张宇红　佟小华

肖厚国　孙晓坤

大连理工大学出版社

DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

应用概率统计学习指导 / 大连理工大学城市学院基础教学部组编. — 大连 : 大连理工大学出版社，2013.2
ISBN 978-7-5611-7640-5

Ⅰ. ①应… Ⅱ. ①大… Ⅲ. ①概率统计—高等学校—教学参考资料 Ⅳ. ①O211

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 027693 号

大连理工大学出版社出版
地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023
发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84701466
E-mail:dutp@dutp.cn URL:http://www.dutp.cn
大连美跃彩色印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:140mm×203mm 印张:6.75 字数:177 千字
2013 年 2 月第 1 版 2013 年 2 月第 1 次印刷

责任编辑:王 伟 责任校对:李 慧
封面设计:熔点创意

ISBN 978-7-5611-7640-5 定 价:20.00 元

前　言

概率论与数理统计是研究和揭示随机现象统计规律性的一门数学学科，其内容丰富，实用性强，广泛应用于自然科学、技术科学、管理科学、社会科学及人文科学各领域。其独特的概念和理论、独特的思维方式，以及独特的解决问题的方法，对于人才素质的培养，数学能力的提高，有着不可替代的作用。因此也是众多院校、众多专业必修的一门基础课。

由大连理工大学城市学院基础教学部组织编写的《应用概率统计》是为普通高校，特别是应用型本科院校编写的教材。为了帮助学生更好地学习这门课程，我们对学生的学习现状进行分析定位，结合应用型本科院校的培养目标，总结教学研究的成果，编写了这本与之配套的《应用概率统计学习指导》。

本书按照教材的内容体系，共分 7 章，包括概率论的基本概念、随机变量及其分布、二维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、数理统计的基本概念、参数估计和假设检验。每章有 4 个板块：

内容提要　简要归纳总结本章主要内容，整理罗列出重要概念、定理、公式等，使学习者脉络清晰地把握要点。

释疑解惑　针对初学者常见疑问，我们选择一些不易理解、似是而非、容易混淆的问题，进行答疑释难，分析点

拨，作为教材的补充。

例题解析 做习题是学好数学的重要环节，是对数学进行操作、演习和思维试验的过程。我们选择若干概念性、典型性、难易适中的题目，对其分析探究，以帮助学生提高解题水平，丰富解题经验。

习题选解 该部分选自教材的习题，约占 40%。尽量注意题型齐全，保留解题依据和主要过程，起到引领示范的作用。

本书由大连理工大学城市学院基础教学部组织编写，曹铁川任主编，并负责统稿。参加编写的教师有王淑娟、张宇红、佟小华、肖厚国、孙晓坤。

限于编者水平，对于书中的疏漏和不足，恳请读者和同行给与指正。

编　者

2013 年 2 月

目　录

第 1 章　概率论的基本概念

本章主要介绍概率论的基本知识以及一些简单应用，包括随机事件及事件之间的关系和运算，概率的定义，古典概型及几何概型，条件概率和全概率公式，事件的独立性与贝努利试验．这些基本概念与基本知识是学习概率论的基础，对理解整个概率论的内容是至关重要的．

内容提要

1. 随机事件及其运算

(1) 随机试验

概率论中将满足下面三个条件的试验，称为**随机试验**：① 可以在相同条件下重复进行；② 每次试验的可能结果不止一个，但事先能知道试验的所有可能结果；③ 每次试验前不能确定哪一个结果会出现．

(2) 样本空间

随机试验 E 的所有可能结果组成的集合称为**样本空间**，记作 Ω. 样本空间的元素，即 E 的每个结果，称为**样本点**，记作 ω.

(3) 随机事件

样本空间 Ω 的子集称为**随机事件**，简称**事件**．由一个样本点所构成的单点集，称为**基本事件**．

每次试验中一定发生的事件称为**必然事件**，记作 Ω. 每次试验中都不会发生的事件，称为**不可能事件**，记作 $\varnothing$.

(4) 事件之间的关系与运算

① 事件的包含：若事件 A 的发生必然导致事件 B 的发生，则称事件 B 包含事件 A，记为 $A \subset B$ 或 $B \supset A$.

② 事件的相等：若 $A \subset B$ 且 $B \subset A$，则称事件 A 与 B 相等，记为 $A = B$.

③ 事件 A 与 B 的和：$A \cup B$ 表示事件 A 与 B 至少有一个发生.

④ 事件 A 与 B 的积：$A \cap B$(或 AB) 表示事件 A 与 B 同时发生.

⑤ 事件 A 与 B 的差：$A - B$ 表示事件 A 发生而 B 不发生.

显然，有 $A - B = A\bar{B}$.

⑥ 对立事件：每次试验中，"事件 A 不发生" 的事件称为事件 A 的对立事件(也称为逆事件或补事件)，记作 $\bar{A}$.

性质：$A \cup \bar{A} = \Omega, \bar{\bar{A}} = A, \bar{\varnothing} = \Omega, \bar{\Omega} = \varnothing$.

⑦ 互斥事件：在试验中，若事件 A 与 B 不能同时发生，即 $A \cap B = \varnothing$，则称事件 A 与 B 是互不相容的(也称互斥).

⑧ 事件的运算律

交换律：$A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$;

结合律：$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C, A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$;

分配律：$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C), A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;

对偶律：$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}, \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.

2. 事件的概率

我们称用以描述事件 A 出现可能性大小的数为事件 A 发生的概率，记作 $P(A)$.

(1) 古典概型

如果随机试验 E 满足下面的条件：① 试验的样本空间 Ω 只包含有限个基本事件；② 每一个基本事件发生的可能性相同，则称此试验为**古典概型**.

对于古典概型，事件 A 发生的概率有下列计算公式：

$$P(A) = \frac{A\text{ 中所包含的基本事件数}}{\Omega\text{ 中所包含的基本事件的总数}} = \frac{k}{n}.$$

(2) 几何概型

如果随机试验 E 的样本空间 Ω 包含无限个基本事件,但每个基本事件发生的可能性相同,这类问题尽管不属于古典概型,但常常可以借助于几何的方法处理,处理方法与古典概型类似,此类试验称作**几何概型**.

对于几何概型,事件 A 发生的概率有下列计算公式:

$$P(A)=\frac{A\text{的度量(长度、面积、体积)}}{\Omega\text{的度量(长度、面积、体积)}}.$$

(3) 概率的公理化定义

设随机试验 E 的样本空间为 Ω,对于 E 的每一个事件 A,赋予一个实数 $P(A)$,使其满足:① $0\leqslant P(A)\leqslant 1$;② $P(\Omega)=1$;③ 如果 A_1, $A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 两两互不相容,有 $P(\bigcup\limits_{n=1}^{\infty}A_n)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}P(A_n)$,则称 $P(A)$ 为事件 A 的概率.

(4) 概率的性质

① $P(\bar{A})=1-P(A)$.

② 减法公式:$P(A-B)=P(A\bar{B})=P(A)-P(AB)$.

特殊地,若 $B\subset A$,则 $P(A-B)=P(A)-P(B)$,且 $P(B)\leqslant P(A)$.

③ 加法公式:$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$.

特殊地,若 $AB=\varnothing$,则 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

推广:$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(BC)-P(AC)+P(ABC)$.

3. 条件概率

(1) 条件概率

设 A,B 为两个事件,且 $P(B)>0$,称

$$P(A\mid B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$$

为已知事件 B 发生条件下事件 A 发生的**条件概率**.

(2) 乘法公式

设 $P(A)>0,P(B)>0$,则 $P(AB)=P(B)P(A\mid B)$ 或 $P(AB)=P(A)P(B\mid A)$.

推广:$P(ABC)=P(A)P(B\mid A)P(C\mid AB)$.

(3) 全概率公式

设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为 Ω 的一个划分,且 $P(A_i)>0(i=1,2,\cdots,n)$,则对任何事件 B 有

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B\mid A_i).$$

(4) 贝叶斯公式

设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为 Ω 的一个划分,B 为试验 E 的一个事件,且 $P(A_i)>0,P(B)>0$,则

$$P(A_i\mid B)=\frac{P(A_iB)}{P(B)}=\frac{P(A_i)P(B\mid A_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(A_j)P(B\mid A_j)}\ (i=1,2,\cdots,n).$$

4. 独立性与贝努利试验

(1) 独立性

设 A 与 B 为两个事件,如果等式 $P(AB)=P(A)P(B)$ 成立,则称 A 与 B **相互独立**.

性质:①$P(A)>0,P(B)>0$,且事件 A 与 B 相互独立,则 $AB\neq\varnothing$;② 在 $(A,B),(\bar{A},B),(A,\bar{B}),(\bar{A},\bar{B})$ 这 4 对事件中,如果有一对相互独立,则另外三对也相互独立.

推广:设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为 n 个事件,如果对任意的 $k(2\leqslant k\leqslant n)$ 个事件 $A_{i_1},A_{i_2},\cdots,A_{i_k}$ 都满足

$$P(A_{i_1}A_{i_2}\cdots A_{i_k})=P(A_{i_1})P(A_{i_2})\cdots P(A_{i_k}),$$

则称事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 相互独立.

(2) 贝努利试验

如果试验 E 只有两个可能的结果:A 及 $\bar{A}$,则称 E 为**贝努利试验**.将试验 E 独立地重复进行 n 次,称其为 **n 重贝努利试验**.

在贝努利试验中，如果事件 A 发生的概率 $P(A)=p$，则 $P(\bar{A})=1-p(0<p<1)$，那么在 n 重贝努利试验中，事件 A 恰好发生 k 次的概率为

$$C_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,\cdots,n).$$

释疑解惑

【问 1-1】 "频率"与"概率"之间有何关系?频率的极限是概率吗?

答　随机事件的频率，指此事件发生的次数与试验总次数的比值. 当试验次数很多时，它具有一定的稳定性，即稳定在某一常数附近，而偏离它的可能性很小.

为了说明这种规律，我们把这个常数称为这个随机事件的概率，它从数量上反映了随机事件发生的可能性的大小，而频率在大量重复试验的前提下可近似地作为这个结果的概率. 频率与试验的次数有关，而概率与试验的次数无关.

但是我们不能把概率看成频率的极限. 因为由极限定义，若 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n_A}{n}=P(A)$，即对任意小的正数 ε，一定存在某项 N，当 $n>N$ 时，有 $\left|\dfrac{n_A}{n}-P(A)\right|<\varepsilon$. 例如，抛一枚质地均匀的硬币，令 $A=\{$正面向上$\}$，则 $P(A)=0.5$. 取 $0<\varepsilon<0.5$，由于抛硬币随机试验的偶然性，不论 N 多大，当 $n>N$ 时，并不能排除 n 次试验中每次都出现正面的可能性，此时，$\left|\dfrac{n_A}{n}-P(A)\right|=\left|\dfrac{n}{n}-0.5\right|=0.5>\varepsilon$，因此 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n_A}{n}=P(A)$ 不成立.

虽然 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n_A}{n}=P(A)$ 不成立，但我们发现，实际上 n 次试验每次都出现正面的概率为 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\to 0(n\to\infty)$，即当 n 很大时，发生的可

能性很小,几乎为零.也就是说对任意正数 ε,$\lim\limits_{n\to\infty}P\left(\left|\frac{n_A}{n}-P(A)\right|<\varepsilon\right)=1$ 成立,即频率$\frac{n_A}{n}$依概率收敛于概率 $P(A)$,这就是第 4 章中要学习的贝努利大数定律.

【问 1-2】 分析下面问题的解法是否正确?并指明原因.

问题:投掷两枚骰子,求出现的点数之和等于 3 的概率.

解法:两枚骰子出现的点数之和的可能数值为 $\Omega=\{2,3,4,\cdots,12\}$,$\Omega$ 中包含的样本点的总数 $n=11$,令 $A=\{$出现的点数之和等于 $3\}=\{3\}$,A 中仅包含一个基本事件,即 $k=1$,故事件 A 发生的概率 $P(A)=\frac{1}{11}$.

答 这种解法是错误的,这是因为古典概型的计算公式 $P(A)=\frac{k}{n}$ 仅当所述的试验结果是等可能性时才成立,而取数值 2 和 3 不是等可能的,2 只有试验结果是(1,1)时才出现,而 3 有两种情况:(1,2),(2,1)时均可出现,其它的情况可类推.故 Ω 中所包含的基本事件发生的可能性不相同,不属于古典概型.

实际上,两枚骰子可能出现的点数对应的样本空间 $\Omega=\{(1,1),(1,2),\cdots,(1,6),(2,1),(2,2),\cdots,(2,6),\cdots,(6,1),(6,2),\cdots,(6,6)\}$,$\Omega$ 中包含的基本事件总数 $n=6\times6=36$,而事件 $A=\{(1,2),(2,1)\}$. A 中包含基本事件的个数 $k=2$,故事件 A 发生的概率 $P(A)=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$.

【问 1-3】 分析下面问题的解法是否正确?并指明原因.

问题:10 件产品中含有 3 件次品,从中不放回任取 4 件,求 4 件中恰有 1 件次品的概率.

解法:第一次有 10 种取法,第二次有 9 种取法,第三次有 8 种取

法，第四次有 7 种取法，由乘法原理可知，从 10 件产品中取 4 件共有 $10\times9\times8\times7$ 种取法.

设 $A=\{$取出的 4 件中恰有 1 件次品$\}$，则事件 A 发生等价于先从 3 件次品中取 1 件，有 C_3^1 种取法，再从 7 件正品中取 3 件，有 C_7^3 种取法，共有 $C_3^1C_7^3$ 种取法，则 $P(A)=\dfrac{C_3^1C_7^3}{10\times9\times8\times7}$.

答　这种解法是错误的. 因为计算所有可能基本事件个数用的是排列的方法，即考虑了抽取的顺序；而计算事件 A 所包含基本事件个数时，用的是组合的方法，即没有考虑抽取的顺序.

下面提供两种正确的解法.

(1) 都用排列方法

Ω 中的所有可能的结果共有 $10\times9\times8\times7$ 个，而 4 件中要恰有 1 件次品，可以看成四次抽取中有一次抽到次品，有 4 种方式，对于每一方式，从 3 件次品中取一件，再从 7 件正品中一件一件地取 3 件，共有 $4\times3\times7\times6\times5$ 种取法，则

$$P(A)=\frac{4\times3\times7\times6\times5}{10\times9\times8\times7}=\frac{1}{2}.$$

(2) 都用组合方法

一件一件不放回地抽取 4 件，可以看成一次抽取 4 件，故共有 C_{10}^4 个可能的结果，事件 A 含有 $C_3^1C_7^3$ 种可能结果，故 $P(A)=\dfrac{C_3^1\cdot C_7^3}{C_{10}^4}=\dfrac{1}{2}$.

【问 1-4】　“互斥”与“对立”有什么关系？

答　互斥事件是不可能同时发生的两个事件，而对立事件是其中必有一个发生的互斥事件. 因此，对立事件必须是互斥事件，但互斥事件不一定是对立事件，也就是说，“互斥”是“对立”的必要但不充分条件.

两个事件互斥只表明这两个事件不能同时发生，即至多只能发

生一个，但可以都不发生；而两事件对立则表示它们有且仅有一个发生. 例如，掷骰子试验中，“出现1点”和“出现2点”是互斥的，但不是对立的，因为有可能1点和2点都不出现. 又如，抛一枚硬币，“出现正面”和“出现反面”是对立的.

另外，互斥的概念适用于多个事件，但对立的概念只适用于两个事件.

【问 1-5】 “互斥”与“相互独立”有什么区别?两者能否同时发生?

答 “互斥事件”与“相互独立事件”是两个不同的概念，二者不能混淆.

两个事件互斥是指两个事件不可能同时发生，两个事件相互独立是指一个事件的发生与否对另一个事件发生的概率没有影响. 它们虽然都描绘了两个事件的关系，但所描绘的关系是根本不同的.

那种认为“两事件相互独立必定互斥”的认识是错误的. 因为在 $P(A)>0, P(B)>0$ 的条件下，若 A, B 相互独立，则 $P(AB)=P(A)P(B)>0$；而若 A, B 互斥，则 $P(AB)=0$，两个概念出现矛盾，这就说明在 $P(A)>0, P(B)>0$ 的情况下，相互独立事件不能互斥.

同样，若 A, B 互斥，且 $P(A)>0, P(B)>0$，则它们不可能相互独立，因为 A 发生的条件下，B 不可能发生，即 $P(B|A)\neq P(B)$，所以 A, B 不相互独立.

因此，我们有这样的结论：在 $P(A)>0, P(B)>0$ 的情况下，“互斥”与“相互独立”不可能同时发生.

例如，甲、乙两人向同一目标射击，“甲射中目标”与“乙射中目标”是两个相互独立的事件，但二者可以同时发生，即“甲射中目标”与“乙射中目标”二者不是互斥的. 另外，“甲射中目标”与“甲未射中目标”二者不能同时发生，是两个互斥的事件.

在具体运算中，有时会出现将“互斥”与“相互独立”混淆的情

况，下面通过一个例子加以说明.

某家庭有人时，打进的电话响第 1 声时被接起的概率为 0.1，响第 2 声时被接起的概率为 0.3，响第 3 声时被接起的概率为 0.4，响第 4 声时被接起的概率为 0.1，那么电话在响前 4 声内被接起的概率是多少？

有人是这样解的：设 $A_i=\{$电话响第 i 声时被接起$\}$，$i=1,2,3,4$，则由题意，$P(A_1)=0.1$，$P(A_2)=0.3$，$P(A_3)=0.4$，$P(A_4)=0.1$，令 $B=\{$电话在响前 4 声内被接起$\}$，故 $P(B)=P(A_1A_2A_3A_4)=P(A_1)P(A_2)P(A_3)P(A_4)=0.0012$.

这种解法是错误的，原因在于把互斥事件当成相互独立同时发生的事件来考虑. 根据实际生活经验，电话在响前 4 声内，每一声是否被接起彼此互斥. 故 $B=A_1\cup A_2\cup A_3\cup A_4$，则 $P(B)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)+P(A_4)=0.9$.

【问 1-6】　如何灵活运用公式 $P(A)=1-P(\bar{A})$？

答　求某个事件的概率时，常遇到求"至少 …"或"至多 …"等事件的概率问题，若从正面考察这些事件，它们往往是诸多事件的和或积，求解时很繁琐. 但"至少 …"、"至多 …"这些事件的对立事件却又比较简单，且其概率也很容易求出. 此时，不妨来一个逆向思考，先求其对立事件的概率，然后再求原来事件的概率，这就需要运用公式 $P(A)=1-P(\bar{A})$.

例如，一袋中装有 n 个球，其中有 $n-1$ 个黑球和 1 个白球，每次从袋中随机地摸出一个球并换入一只黑球，这样继续下去，问第 k 次摸球摸出黑球的概率.

设 $A_k=\{$第 k 次摸球摸出黑球$\}$，要求 $P(A_k)$，直接计算困难，因为我们不知道前 $k-1$ 次摸到的是黑球还是白球，这时可以考虑用对立事件的公式来做.

$\bar{A}_k=\{$第 k 次摸球摸出白球$\}$，则前 $k-1$ 次每次从袋中随机摸出

一个黑球,故

$$P(A_k)=1-P(\bar{A}_k)=1-P(A_1A_2\cdots A_{k-1}\bar{A}_k)=1-\frac{1}{n}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{k-1}.$$

【问 1-7】 条件概率 $P(B|A)$ 的计算方法有哪些?在运算中要注意哪些问题?

答 概率 $P(B|A)$ 表示事件 A 发生的条件下,事件 B 发生的概率. 计算条件概率的方法一般有两个:(1) 在缩减的样本空间 Ω_A 中计算事件 B 的概率,依古典概型,有 $P(B|A)=\dfrac{\Omega_A\text{ 中 }B\text{ 包含的基本事件数}}{\Omega_A\text{ 包含的基本事件总数}}$;(2) 在原样本空间 Ω 中先计算 $P(A)$,$P(AB)$,则由条件概率的公式,有 $P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}$.

在实际运算中,有时会出现条件概率和积事件的概率混淆的情况,下面通过一个例子加以说明.

100 件产品中有 10 件次品,随机不放回取两次,每次取一件,求在第一次取得正品的条件下,第二次取得正品的概率.

有人这样解:设 $A=\{$第一次取得正品$\}$,$B=\{$第二次取得正品$\}$,则在第一次取得正品的条件下,第二次取得正品的事件可表示为 AB,所以所求的概率为 $P(AB)=\dfrac{90\times 89}{100\times 99}=\dfrac{89}{110}$.

显然,这种解法是错误的,出错的原因是由于对条件概率的定义理解不深刻,"第一次取得正品,第二次又取得正品的概率"与"在第一次取得正品的条件下,第二次取得正品的概率"的意义是不相同的,前者是积事件的概率,而后者的意思是在第一次取得正品已经预先发生的条件下,再来进行第二次试验而取得正品的条件概率. 故所求概率应该为 $P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{89}{99}$.

当然,这个条件概率也可以在"缩减的样本空间"中求解. 第一次已经取得一件正品,现在有 99 件产品,其中 89 件正品,10 件次品,

由古典概型，从中任取一件产品，取到正品的概率 $P(B|A)=\frac{89}{99}$.

又如，袋中有 10 只乒乓球，其中 6 只黄色、4 只白色. 作不放回抽样，每次任取一球，取两次，求第二次才取到黄色球的概率.

有人这样解：$A=\{$第一次取到白球$\}$，$B=\{$第二次取到黄球$\}$，则"第二次才取到黄球"可表示为 $B|A$，由题意，$P(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$，$P(AB)=\frac{4\times6}{10\times9}=\frac{4}{15}$，故 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{2}{3}$.

本题错误也是在于对积事件的概率与条件概率的含义没有弄清，"第二次才取到黄球"这一事件，并不是"第一次取到白球"已经预先发生，而是与"第二次取到黄球"同时发生，所以它不是条件概率而是积事件的概率. 所以第二次才取到黄球的概率为 $P(AB)=P(A)\cdot P(B|A)=\frac{4}{10}\times\frac{6}{9}=\frac{4}{15}$.

【问 1-8】　如何应用全概率公式和贝叶斯公式？

答　若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互不相容且 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n=\Omega$，则称事件组 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为 Ω 的一个划分或完备事件组. 全概率公式将事件 B 分解为 $B=B\Omega=BA_1\cup BA_2\cup\cdots\cup BA_n$，若概率 $P(A_i)$，$P(B|A_i)(i=1,2,\cdots,n)$ 易算，则 $P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(BA_i)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B|A_i)$. 所以全概率公式的思想是化整为零，各个击破.

应用全概率公式的关键是恰当地选取完备事件组 $A_1,A_2,\cdots,A_n$，且概率 $P(A_i)$，$P(B|A_i)(i=1,2,\cdots,n)$ 易算. 一般地，若试验分为先后两个阶段，我们将第一个阶段的所有可能结果，构成一个完备事件组，称为"原因". 第二个阶段要求的视为某一"结果 B"，全概率公式反应的正是"由因导果"的概率问题.

若结果 B 发生了，要求由原因 A_k 引起的概率 $P(A_k|B)$，则要用