



模糊数学 与Rough集理论

张小红 裴道武 代建华 编著

清华大学出版社

模糊数学 与Rough集理论

张小红 裴道武 代建华 编著

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书主要讲述模糊集与粗糙(Rough)集的基本理论和若干应用专题,基本理论包括:模糊集合的基本概念和运算,模糊集合的分解定理、表现定理及扩张原理,模糊数、模糊关系、模糊积分,模糊逻辑与模糊推理;粗糙集的基本概念,属性约简,模糊粗糙集,直觉模糊粗糙集.应用专题包括模糊模式识别、模糊综合评价、模糊聚类分析、模糊控制、模糊数学在管理决策中的应用,以及粗糙集在相关领域中的应用实例.

本教材注重理论与应用密切结合,淡化抽象的理论推导,精选典型的应用实例,重点阐述模糊数学与粗糙集理论的思想方法及其应用价值.本书适合于各专业大学生、研究生学习和参考,特别适宜于数学类专业(数学与应用数学、信息与计算科学)、计算机科学与技术专业、自动化专业、智能科学与技术专业、经济管理类专业,以及与信息处理、决策科学相关的其他专业作为教材使用.

版权所有,侵权必究.侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

模糊数学与 Rough 集理论/张小红等编著.——北京:清华大学出版社,2013.2

ISBN 978-7-302-31006-8

I. ①模… II. ①张… III. ①模糊数学 ②模糊集理论 IV. ①O159

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 304167 号

责任编辑:刘颖

封面设计:常雪影

责任校对:刘玉霞

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:清华大学印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×230mm 印 张:19.25

字 数:419 千字

版 次:2013 年 2 月第 1 版

印 次:2013 年 2 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:39.00 元

产品编号:038903-01

尽管已有多年从事模糊数学教学和科研的经验,但撰写这本著作仍颇费心力。

首先,本书不仅介绍模糊数学的基本内容,还将同属于“不确定性数学”范畴的粗糙(Rough)集理论纳入其中,这两部分内容并重是本书的特色之一(在同类著作中不多见)。为此,特别邀请了浙江理工大学裴道武教授、浙江大学代建华博士加盟,请他们负责粗糙集部分的编撰工作,并对全书进行把关。事实证明,这对提高本书的质量是至关重要的。

其次,如何组织内容使读者能很快进入主题(而不至于被繁冗、枯燥的数学符号“吓倒”)。如何能让读者真正有所启发、有所收获、掌握精神实质?经认真讨论和抉择,最终我们确定了这样的编写原则:以阐明数学思想和方法为核心目标,不过分追求内容的系统性和完整性;力求理论联系实际,通过生动的实例及精心设计的实验,使不确定性数学理论看得见、摸得着、落得实!

再次,我们认识到:没有特色、没有创新就没有生命力,因此在特色和创新方面,我们狠下工夫。除了前述两个方面(也是本书的两大特色)外,力求把学科的最新发展(包括各种学术观点的争论、编著者自己的科研成果等)呈现给读者,并提供了许多进一步思考的问题(包含在正文中)及大量的参考文献,以期引发读者的独立探索和研究。

我们认为,数学教学的最高境界:得“意”而不忘“形”,由“表”能及“理”,“深”入“浅”出,其中,“意”、“理”、“深”代表数学的抽象概括及形式化能力,“形”、“表”、“浅”代表数学的意义及应用价值。这是本书追求的目标。

本书适合于各专业大学生、研究生学习和参考,特别适宜于数学类专业(数学与应用数学、信息与计算科学)、计算机科学与技术专业、自动化专业、智能科学与技术专业、经济管理类专业,以及与信息处理、决策科学相关的其他专业作为教材使用。

在本书的编写过程中,得到同行专家的支持和帮助,特别是加拿大Regina大学Y. Y. Yao教授、同济大学苗夺谦教授、福建省“闽江学者”祝峰

教授等众多学者给予了具体指导;大连理工大学李洪兴教授、北京语言大学刘贵龙教授、西南交通大学李天瑞教授等先后寄来宝贵的文献资料;重庆邮电大学王国胤教授审阅了初稿,并提出了宝贵的修改意见;本书还得到国家自然科学基金项目(编号 61175044, 11171308, 61070074, 60703038)的部分资助,被列为“十一五”浙江省重点建设教材(序号 ZJB2009073),得到浙江省重点建设专业(宁波大学信息与计算科学专业)的经费支持;上海海事大学、浙江理工大学、浙江大学的领导和同行们给予了可贵的支持;莎益博工程系统开发(上海)有限公司(Cybernet Systems)提供了 Maple 软件方面的技术支持和帮助,对所有以上这些,作者谨在此一并表示衷心感谢!

我们虽然很勤奋、很努力,但一本好书需要千锤百炼、不断完善,敬请同行专家及广大读者提出批评意见(联系方式:zhangxh@shmtu.edu.cn 或 zxhonghz@263.net),以便再版时补充和修改。

张小红

2012 年 8 月于上海浦东新区临港家园

第 1 章 模糊数学导论 \ 1

1.1 不确定性与模糊性	1
1.1.1 不确定性普遍存在	1
1.1.2 模糊性是不确定性的一个重要方面	2
1.2 模糊集与模糊数学概述	2
1.2.1 模糊集是科学发展的必然产物	2
1.2.2 隶属函数与模糊集	3
1.2.3 什么是模糊数学	4
1.2.4 模糊数学与概率论的比较	5
1.3 模糊逻辑与模糊推理入门	6
1.3.1 秃头悖论	6
1.3.2 模糊逻辑简介	7
1.3.3 模糊推理概说	7
1.3.4 倒立摆	9
1.4 模糊数学发展历程回顾	10
1.4.1 萌芽及初创时期	10
1.4.2 确立地位时期——在工业控制与家电中的成功 应用	11
1.4.3 进一步发展时期——更广泛的应用与更严峻的 挑战	12
实验 1 体验模糊数学(借助 MATLAB 与 Maple 软件)	13

第 2 章 模糊集理论基础 \ 20

2.1 模糊集的基本概念及基本运算	20
2.1.1 模糊集合的定义	20
2.1.2 模糊集合的并、交、补运算	26
2.1.3 t -模、 s -模: 模糊集的广义并、交运算	28
2.1.4 描述模糊概念的其他方法	31

2.1.5	格值模糊集(L -模糊集)	35
2.2	分解定理与表现定理	37
2.2.1	模糊集的分解定理	37
2.2.2	模糊集的表现定理	39
2.2.3	凸模糊集及其表现定理	42
2.3	模糊关系与扩张原理	44
2.3.1	模糊关系及其运算	44
2.3.2	模糊等价关系	50
2.3.3	扩张原理	52
2.3.4	区间数、模糊数及其运算	55
2.4	模糊测度与模糊积分	59
2.4.1	模糊测度的基本概念	59
2.4.2	Sugeno 积分	62
2.4.3	Choquet 积分	65
2.5	模糊逻辑与模糊推理	66
2.5.1	语言变量与 IF-THEN 规则	66
2.5.2	模糊蕴涵算子	68
2.5.3	模糊推理的 CRI 方法及三 I 算法	72
2.5.4	模糊系统、模糊规则库及推理	77
实验 2	小费问题与 MATLAB 中的模糊推理系统	84

第 3 章 模糊集的应用 \ 100

3.1	模糊综合评价	100
3.1.1	模糊综合评价的基本概念与方法	100
3.1.2	模糊综合评价的程序实现	105
3.1.3	层次分析法与模糊综合评价的集成	110
3.1.4	模糊综合评价的逆问题与模糊关系方程	117
3.2	模糊模式识别	121
3.2.1	模糊集之间的距离与贴适度	121
3.2.2	模糊模式识别	125
3.2.3	基于直觉模糊集的模糊模式识别	129
3.3	模糊聚类分析	133
3.3.1	模糊传递闭包及其计算方法	134
3.3.2	基于模糊关系的聚类分析	136
3.3.3	基于目标函数的聚类分析	144

实验 3 模糊传递闭包与模糊聚类分析的程序实现	152
3.4 模糊控制及应用实例	161
3.4.1 控制系统与模糊控制概述	161
3.4.2 模糊控制应用实例	166
3.4.3 自适应模糊控制入门	174
实验 4 模糊洗衣机控制器的设计	182
3.5 模糊数学在决策中的应用	190
3.5.1 模糊集与多属性决策	190
3.5.2 区间直觉模糊集在决策中的应用	195
3.5.3 模糊互补判断矩阵及其在决策中的应用	199
3.5.4 模糊层次分析法	201
 第 4 章 粗糙集理论基础 \205	
4.1 知识及其表示	205
4.2 粗糙集的概念与运算	208
4.3 知识约简	214
4.4 基于一般关系的广义粗糙集	218
4.5 模糊粗糙集	222
4.6 直觉模糊粗糙集	226
实验 5 决策表的属性约简与粗糙集软件 Rosetta/RSES	230
 第 5 章 粗糙集的应用 \241	
5.1 数据预处理	241
5.1.1 决策表补齐	241
5.1.2 决策系统中连续属性的离散化	246
实验 6 不完备数据补齐与连续数据离散化的 MATLAB 实现	252
5.2 决策系统属性约简	259
5.2.1 相关概念与定义	259
5.2.2 属性约简算法	262
5.3 粗糙集决策规则获取	268
5.3.1 相关基本概念	268
5.3.2 规则获取算法	269
5.4 粗糙集应用实例	274
5.4.1 不完备数据约简的例子	274
5.4.2 泥石流危险度区划指标选取	276

5.4.3 水资源调度.....	278
5.4.4 医疗诊断.....	278
5.4.5 交通事故链的探索.....	279
5.4.6 企业倒闭预测.....	280
实验7 利用粗糙集软件 Rosetta 进行完整数据处理	282

参考文献	\288
------	------



模糊数学导论

1.1 不确定性与模糊性

1.1.1 不确定性普遍存在

根据大家的经验和知识,不难得出这样的结论:不确定性普遍存在!全球经济是不确定的,社会对本专业大学生的需求是不确定的,股市的涨跌具有不确定性,房价能否下降具有不确定性,接下来的这个时段城区的交通是否拥堵具有不确定性,明天的天气状况具有不确定性;大家对你是否是帅哥(靓女)的评判具有不确定性(帅哥、靓女的标准因人而异,不能给出一个确切的结论,情人眼里出西施),这本教材是否优秀也是不确定的(什么是优秀?没有一个精确的尺度),等等.

正因为不确定性的普遍存在,它成为许多学科领域的研究对象,维基百科(Wikipedia)是这样介绍 uncertainty(不确定性)的: Uncertainty is a term used in subtly different ways in a number of fields, including physics, philosophy, statistics, economics, finance, insurance, psychology, sociology, engineering, and information science(不确定性是这样一个术语,它被多个领域以微妙的不同方式所使用,包括物理学、哲学、统计学、经济学、金融、保险、心理学、社会学、工程及信息科学).

在物理学中,有著名的“不确定性原理”,是由德国物理学家海森堡于 1927 年提出的量子力学中的不确定性,具体指在一个量子力学系统中,一个粒子的位置和它的动量不可被同时确定. 对“不确定性原理”可从数学的角度给出通俗化描述,有兴趣的读者可参阅“不确定性原理的前世今生·数学篇”(可浏览网站 <http://blog.farmostwood.net>).

在经济学中,有“不确定性经济学”,它是西方经济学大家族中派生出来的交叉学科和边缘学派. 1921 年,弗兰克·奈特(Frank Knight)正式将不确定性概念引入经济学的理论殿堂中. 对不确定性的分析和认识,同时也是新兴学科“信息经济学”的基本内容,杰克·赫什雷弗(J. Hirshleifer)说过:信息经济学是经济不确定性理论自然发展的结果.

“不确定性”同样是数学科学研究的重要对象,大家熟知的概率论就是一门研究不确定性的数学理论. 除此之外,20 世纪下半叶以来,人们对不确定性现象、不确定性问题、不确定

性信息等从不同角度进行了大量分析和研究,发展了多种不同的数学理论(可以统称为不确定性数学理论),模糊数学、粗糙集(rough sets)理论就是其中的典型代表。

1.1.2 模糊性是不确定性的一个重要方面

由于事物类属划分的不分明而引起的判断上的不确定性,称为模糊性(fuzziness),它是不确定性的一种重要表现形式。

模糊性是客观事物之间难以用分明的界限加以区分的性质,它产生于人们对客观事物的识别和分类之时,并反映在概念之中。外延分明的概念,称为分明概念;外延不分明的概念,称为模糊概念。在人类一般语言以及科学技术语言中,都大量地存在着模糊概念,例如,高与矮、胖与瘦、美与丑、清洁与污染、健康与不健康,等等。健康人与不健康的人之间没有明确的划分,当判断某人是否属于“健康人”的时候,便可能没有确定的答案,这就是模糊性。当一个概念不能用一个分明的集合来表达其外延的时候,便有某些对象在概念的正反两面之间处于亦此亦彼的形态,它们的类属划分便不明白了,呈现出模糊性,所以模糊性也就是概念外延的不分明性、事物对概念归属的亦此亦彼性。

传统数学以康托尔集合论为基础,集合是描述人脑思维对整体性客观事物的识别和分类的数学方法。康托尔集合(也称经典集合)要求其分类必须遵从排中律,对于某个集合 A ,论域(即所考虑的对象的全集)中的任一元素要么属于集合 A ,要么不属于集合 A ,两者必居其一,且仅居其一。经典集合只能描述外延分明的“分明概念”,只能表现“非此即彼”,而不能描述和反映外延不分明的“模糊概念”。为了克服经典集合的不足,1965年美国控制论专家 L. A. Zadeh 发表了著名论文《Fuzzy Sets》(模糊集),这标志着模糊数学的诞生。

1.2 模糊集与模糊数学概述

1.2.1 模糊集是科学发展的必然产物

长期以来,人们一直把模糊看成贬义词,只对精密与严格充满敬意。计算机是在精确科学的沃土中培育起来的一朵奇葩,计算机解决问题的高速度和高精度,是人脑望尘莫及的。有了计算机,精确方法的可行性大大提高了。但是也正是在使用计算机的实践中,人们认识到人脑具有远胜于计算机的许多能力,人们更深刻地理解了精确性的局限,促进了人们对其对立面或者说它的“另一半”——模糊性的研究。

人脑能接受和处理模糊信息,能依据少量的模糊信息对事物做出足够准确的识别、判断和推理,能灵活机动地解决复杂的模糊性问题。凭借这种能力,司机可以驱车安全穿越闹市,医生可以依据病人的症状所提供的模糊信息进行准确诊断,画家不用精确的测量计算可以画出栩栩如生的风景和人物,儿童可以辨认潦草的字迹、听懂不完整的言语,甚至婴儿也可以迅速地人群中识别出自己的妈妈。而这一切都是以精确制胜的计算机所望尘莫及

的,下面这张图片(图 1-1)耐人寻味.

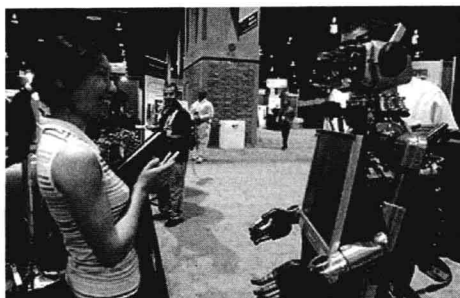


图 1-1 机器智能(和机器人聊天,总有个时候你会忍不住说“你真笨”)

在围绕决策、控制及相关系列重要问题的研究中,从应用传统数学方法和现代电子计算机解决这类问题的成败得失中,使 Zadeh 逐步意识到传统数学方法的局限性.他指出:“如果深入研究人类的认识过程,我们将发现人类能运用模糊概念是一个巨大的财富而不是包袱.这一点,是理解人类智能和机器智能之间深奥区别的关键.”精确的概念可以用通常的集合来描述,模糊概念应该用相应的模糊集合来描述. Zadeh 抓住这一点,首先在模糊集的定量描述上取得突破,奠定了模糊性理论及其应用的基础.

1.2.2 隶属函数与模糊集

模糊概念的外延是不明确的,其边界是不清晰的,要表达模糊概念就不能用经典集合了.比如,对于“年轻人”这个概念,假定用“年轻人的集合”来表达,若要判断 20 岁的张三或 80 岁的李四是否属于“年轻人的集合”,答案自然是明确的!但要判断 36 岁左右的人是否属于“年轻人的集合”,就不那么好确定了;对于一个实际年龄不超过 36 岁而又没有几根头发的人,就更难确定是否属于“年轻人的集合”了.

在许多场合,是与不是,属于与非属于之间的区别不是突变的,而是有一个边缘地带、量变的过渡过程.很自然地会提出疑问:为什么要把自己局限于只考虑“属于”、“不属于”两种极端情况?如果分别用 1、0 表示“属于”、“不属于”,称为元素属于集合的隶属度.上述问题就表示成:为什么非要规定隶属度只取 0、1 两个值呢?就是说,一个对象是否属于某个集合,不能简单地用“是”或“否”来回答. Zadeh 正是创造性地允许隶属度可取 0、1 之间的其他实数值,从而用隶属函数来表示模糊概念.

例如,设 A 表示“年轻人的集合”,则年龄 0~25 之间的人自然认为是属于 A 的,即隶属度为 1;年龄 25 岁以上的人(假设用 x 表示其年龄),可以认为是以一定的“程度”属于 A 的,这个“程度”用 $A(x)$ 表示.这样,“年轻人的集合” A ,可以用定义在年龄论域 $X=[0,150]$ 上的函数(称为隶属函数或成员函数, membership function)来表示,例如:

$$A(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 25, \\ \left[1 + \left(\frac{x-25}{5}\right)^2\right]^{-1}, & 25 < x \leq 150. \end{cases}$$

用 Maple 软件可绘制此函数的图像, 见图 1-2, 从中可直观地看到, 它与人们对“年轻人”的理解大致是相符的。

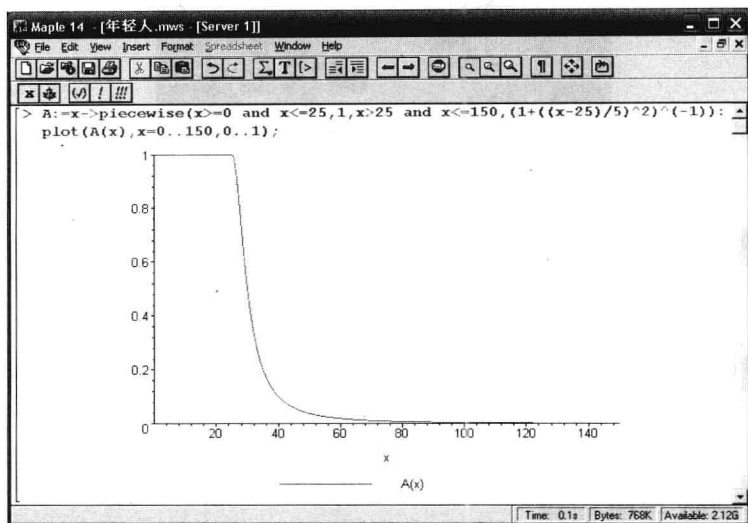


图 1-2 用隶属函数表示“年轻人的集合”A

1.2.3 什么是模糊数学

模糊数学(fuzzy mathematics)是一个新兴的数学分支, 它并非“模糊”的数学, 而是研究模糊现象、利用模糊信息的不确定性数学理论。模糊数学的目标是仿效人脑的模糊思维, 为解决各种实际问题(特别是有人干预的复杂系统的处理问题)提供有效的思路和方法。

模糊数学的核心是模糊集合, 因而也被称为“模糊集理论”。从纯数学角度看, 集合概念的扩充使许多数学分支都增添了新的内容, 从而形成了模糊拓扑学、不分明线性空间、模糊代数学、模糊逻辑学、模糊分析学、模糊测度与模糊积分、模糊图论、模糊概率统计、模糊线性规划与模糊优化等众多研究方向。

维基百科是这样介绍模糊数学的: Fuzzy mathematics forms a branch of mathematics related to fuzzy set theory and fuzzy logic(模糊数学是一门与模糊集合论和模糊逻辑相关的数学分支)。

模糊数学已广泛应用于自动控制、医疗诊断、系统分析、人工智能、信息处理、模式识别、地质勘探、气象预报和管理决策, 甚至那些与数学毫不相关或关系不大的学科, 如生物学、心理学和语言学等。

由于其研究内容越来越深入、应用越来越广泛,模糊数学远远超出了数学的范围,故又常被称为“模糊理论”。又由于模糊数学的应用突出体现在控制系统中,因而也常被称为“模糊系统理论”。另外,模糊数学的思想冲破了经典二值逻辑的范畴,因此模糊逻辑(fuzzy logic)常作为模糊数学的代名词。关于这些名称,Zadeh 在文献[2]中指出:从狭义上说,模糊逻辑是一个逻辑系统,它是多值逻辑的一个推广且作为近似推理的基础;从广义上说,模糊逻辑是一个更广的理论,它与“模糊集理论”是模糊的同义语,即没有明确边界的类的理论。

模糊数学、模糊集理论、模糊理论、模糊系统理论、模糊逻辑,所有这些概念,已很难给出一个明确的界定。当然,这也说明了“模糊概念”、“模糊现象”的确无处不在!

1.2.4 模糊数学与概率论的比较

随机性和模糊性都是对事物不确定性的描述,但二者是有区别的。Zadeh 在其开创性论文《Fuzzy Sets》中说:应该注意,虽然模糊集的隶属函数与概率函数有些相似,但它们之间存在着本质的区别。模糊集的概念根本不是统计学的概念。

概率论研究和处理随机现象,所研究的事件本身有着明确的含意,只是由于条件不充分,使得在条件与事件之间不能出现决定性的因果关系,这种在事件的出现与否上表现出的不确定性称为随机性。而模糊数学研究和处理模糊现象,所研究的事物其概念本身是模糊的,模糊性是由于概念外延的不清晰而造成的不确定性。

下面的例子直观地说明了随机性和模糊性的区别(图 1-3 取自 <http://www.neuronet.pitt.edu/~bogdan/research/fuzzy/fvsp/fvsp.html>):假如你不幸在沙漠中迷了路,而且几天没喝过水,这时你见到两瓶液体,其中一瓶贴有标签 K:“是纯净水的程度为 0.91”,另一瓶标有标签 M:“是纯净水的概率为 0.91”。你选哪一瓶呢?相信会是前者。因为前者的水虽然不太干净,但不会是有毒液体,这里的 0.91 表明的是纯净程度而非“是不是纯净水”;而后者则表明有 9%的可能不是纯净水,换句话说,或许是有毒液体。

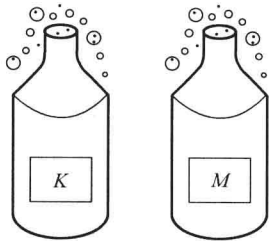


图 1-3 模糊性与随机性
(带有标签 K 与 M 的两瓶液体)

当然,学术界对模糊性与随机性之间关系的研究、争论,从模糊集理论产生开始就没有间断过,近来又有两种新的研究倾向(参阅文献[3~9]):一是将模糊集与概率论紧密结合,以期建立综合发挥其各自优势的更有效的不确定性数学方法;二是从新的层面或新的角度将模糊集与概率论统一起来,以期用一套理论体系给出模糊和概率的两种语义解释。

1.3 模糊逻辑与模糊推理入门

1.3.1 秃头悖论

精确方法的逻辑基础是传统的二值逻辑,它要求对每个命题做出要么真、要么假的非此即彼的明确判断,这是适合于处理清晰概念和命题的逻辑模式.当把经典的二值逻辑用于处理模糊概念和模糊命题(含有模糊概念的命题)时,将会在理论上导致逻辑悖论.

秃头显然是个模糊概念,日常生活中,某人是否秃头,不论成人还是儿童都能轻而易举地做出恰当的判断(见图1-4),因为人脑拥有接受和处理模糊信息的能力.若用精确方法来处理秃头问题会发生什么情况呢?

首先我们都同意以下两条公设:

- (1) 存在秃头的人和非秃头的人.
- (2) 若有 n 根头发的人秃,则有 $n+1$ 根头发的人亦秃.

若用经典的逻辑推理方法,由上述公设便会导致秃头悖论:所有人都秃.因为:(i) $n=0$ 的人显然是秃头;(ii) 假定 $n=k$ 的人是秃头,由公设(2), $n=k+1$ 的人也是秃头.于是由数学归纳法原理知,对于任意的自然数 $n \geq 0$,有 n 根头发的人都是秃头.从而,所有人都秃.



图1-4 秃头悖论

秃头悖论出现的原因在于,数学归纳法是以通常集合论为基础的推理方法,而秃头是个模糊概念,这里把基于通常集合论的推理方法强行用于模糊概念,换句话说,是把一个经典的二值逻辑的推理,运用到二值逻辑所不能施行的判断上去,从而导致悖论的产生.

从头发的根数来区分秃与不秃,其绝对的界限是没有的.但量的变化包含着质的变化,在头发根数的加1与减1的微小量变之中已经蕴涵着质的差别,而这种差别只简单地用“是”与“非”这两个字是绝对不能刻画出来的.

类似的悖论是很多的,例如:

朋友悖论 设命题 A = “刚结识的朋友是新朋友”,命题 B = “新朋友过一秒钟还是新朋友”,从常识看显然都是真命题.但若以 A 和 B 为前提,反复运用精确推理规则进行推理,将会得出命题 C = “新朋友过100年还是新朋友”.这显然为假命题.

年龄悖论 由显然为真的两个命题 A = “20岁的人是年轻人”和 B = “比年轻人早生一天的人还是年轻人”出发,可以推出显然为假的命题 C = “100岁老翁也是年轻人”.

身高悖论 以真命题 A = “身高2m者为高个子”和 B = “比高个子矮1mm者仍是高个子”为前提,可以推出显然为假的命题 C = “侏儒也是高个子”.

饥饿悖论 从真命题 A = “3日未食者是饥饿者”和 B = “比饥饿者多食一粒米者仍是饥饿者”出发,可以推出假命题 C = “一个饥饿者日食3斤米仍是饥饿者”.

.....

1.3.2 模糊逻辑简介

秃头悖论是古希腊学者早已发现的逻辑矛盾。在那个时代,这种悖论不会对科学技术的发展产生什么影响,尽可以留给逻辑学家们去争论。但是在现代社会中,科学研究和生产活动的深度和广度都极大地发展了,大量的模糊性问题摆在人们面前要求做出处理,从理论上克服这些悖论,从技术上提出解决模糊性问题的方案,这都是不能再回避的了。于是,冲破传统逻辑的框架,建立适合于描述和处理模糊性问题的逻辑体系,就变得刻不容缓,模糊逻辑逐渐成为学术界的研究热点。

二值逻辑是把“真”与“假”,“是”与“非”绝对化,只允许有 1 和 0 两个值。“秃头悖论”的谜底告诉我们,对于含有模糊概念的命题,仅用 1 和 0 两个逻辑值是不够的,必须在 1 与 0 之间采用其他中间过渡的逻辑值来表示不同真的程度。比如逻辑值可以为 0.7,表示一个命题三七开,七分真三分假,其真的程度是 0.7。这样,模糊逻辑将二值逻辑中命题的真值域 $\{0,1\}$ 扩充为 $[0,1]$ 。

用数学的方法研究命题之间的关系、推理、证明等问题的学科叫做数理逻辑,也叫做符号逻辑。数理逻辑的特点在于用符号去表示命题,比如用 A, B 等表示命题,它们既可以是真命题也可以是假命题;再引入逻辑连接词 $\neg$,表示“并非”,分别用逻辑连接词 $\wedge, \vee$ 与 $\rightarrow$ 表示“并且”、“或者”与“蕴涵”,这样就可以借助上述连接词去表达各种复杂命题了。例如,用 A 表示命题“ x 是自然数”,用 B 表示命题“ $2x$ 是偶数”,则 $A \rightarrow B$ 表示命题“如果 x 是自然数,那么 $2x$ 是偶数”。

在经典逻辑中,可以根据命题 A, B 的真值简单地得到命题 $\neg A, A \wedge B, A \vee B$ 及 $A \rightarrow B$ 的真值,即表 1-1(表中 1 表示“真”、0 表示“假”)。

表 1-1 经典逻辑真值表

A	$\neg A$	$\wedge$	0	1	$\vee$	0	1	$\rightarrow$	0	1
0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1

一个自然的问题是:在模糊逻辑中,如果已知模糊命题 A, B 的真值(它们均是 $[0,1]$ 中的实数),那么命题 $\neg A, A \wedge B, A \vee B$ 及 $A \rightarrow B$ 的真值如何计算呢?有没有相应的计算公式?由于真值域从 $\{0,1\}$ 变为 $[0,1]$,上述问题变得异常复杂,这是模糊逻辑的研究课题,我们将在第 2 章中详细介绍。

1.3.3 模糊推理概说

逻辑是探索、阐述和确立有效推理原则的学科。经典逻辑的推理(规则)常用的是假言推理、三段论推理。肯定前件的假言推理规则英文称为 MP(modus ponens)规则,或称为分

离规则:

大前提 若 x 是 A , 则 y 是 B .

小前提 x 是 A

结论 y 是 B .

作为传统的假言推理的发展和扩充,基于模糊逻辑的推理(模糊推理)的基本形式也有相应的肯定前件式推理(称为 GMP):

前提 1 若 x 是 A , 则 y 是 B .

前提 2 x 是 A'

结论 y 是 B' .

注意:在上述模糊假言推理模式中,由于涉及模糊概念,所以“前提 2”中用 A' 表示与 A 比较接近的模糊前提,推理结果是与 B 接近的 B' . 比如下面的推理过程:

前提 1 如果小轿车在行驶中方向盘明显抖动,则多半是轮胎没气了.

前提 2 当方向盘有抖动(但不明显),

结论 则驾驶员往往会考虑“是否轮胎充气不足”.

以上是模糊推理(又称为近似推理)的基本形式,它只是逻辑结构形式,如何对其进行推理计算(包括其中的模糊概念如何用模糊集表示、如何用模糊蕴涵算子表示“前提 1”、如何由“前提 1”及“前提 2”计算出模糊结果,等等),这需要认真加以分析和研究,我们将在第 2 章中详细介绍.

事实上,模糊数学在智能控制、机器人等领域的应用,本质就是模糊推理的应用,即将经验知识表达成模糊规则(具有 $A \rightarrow B$ 的形式)、用模糊集表达其中的模糊语言变量、选择恰当的模糊蕴涵算子及模糊假言推理方法,依据系统的输入计算出输出,以控制对象按期望的目标方向运动. 例如,考虑移动机器人的避障控制问题,移动机器人系统的结构如图 1-5 所示^[10]. 移动机器人由两个独立的驱动轮、一个速度里程表、六个探测障碍物的超声波传感器(正前方、左方、右方各两个)和一个目标传感器组成. 控制系统的输入是超声波传感器的距离信息、机器人当前的运动速度和目标的方向信息,输出是移动机器人的左右轮加速度的信息.

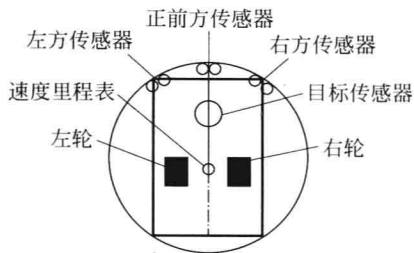


图 1-5 移动机器人示意图

机器人的避障控制,是依据障碍物位置、目标位置的传感器信息和机器人当前运动速度来给出到达目标的策略. 当探测到障碍物接近机器人时,机器人将改变运动轨迹,以避免碰撞. 机器人转向的基本原则是:当探测到机器人左(右)和前方出现障碍物时,机器人应即时转向右(左)方向. 机器人转向的改变是靠左右轮速度的改变来控制的,并且速度的改变还能有效控制机器人运动的时效性. 根据不同的机器人轨迹图和目标方位,可以制定一系