



教育部審定

靜海崔朝慶編纂

民國新  
教科書

幾何學

問題  
詳解

上海商務印書館印行

# 教育部審定批詞

中學師範用國民新教科書

幾何學問題詳解

查證屬應爲學校學生用  
該解淺准中師校參書  
書尙明作學範學考

部(327)

Key to  
**The New Scientific Series:—Geometry**  
Approved by the Board of Education  
Commercial Press, Limited  
All rights reserved

中華民國十七年九月初版

(民國新教科書)  
幾何學問題詳解(二冊)

(每冊定價大洋壹元伍角)  
(外埠酌加運費匯費)

編纂者 靜海崔朝慶

校訂者 紹興壽孝天

發行者 商務印書館

印刷所 上海北河南路北首寶山路  
商務印書館

總發行所 上海棋盤街中市  
商務印書館

分售處 商務印書分館  
北京天津保定奉天吉林龍江  
濟南太原開封洛陽西安南京  
杭州蘭谿安慶蕪湖南昌漢口

長沙常德衡州成都重慶瀘縣  
福州廣州潮州香港桂林梧州  
雲南貴陽張家口新嘉坡

★此書有著作權翻印必究★

# 民國新教科書

## 幾何學問題詳解目次

|       |         |       |         |
|-------|---------|-------|---------|
| 第一編問題 | 計五十九題   | ..... | 1-31    |
| 第二編問題 | 計九十五題   | ..... | 32-95   |
| 第三編問題 | 計二十七題   | ..... | 96-112  |
| 第五編問題 | 計二十六題   | ..... | 113-130 |
| 第六編問題 | 計三十四題   | ..... | 131-151 |
| 第七編問題 | 計十三題    | ..... | 152-162 |
| 計 算 題 | 計一百七十一題 | ..... | 163-273 |

# 學何幾書科新歲國民

## 解詳題問

### 第一編 問題

1. 二直線相交。所成之四角中有一爲直角。則其他三角亦均爲直角。

【解】 二直線  $AB, CD$  交於  $O$ 。

$\angle AOC$  已知爲直角。

因  $\angle AOC + \angle BOC = 2\angle R$  [定理 2]

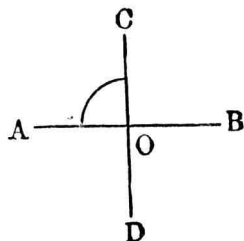
故  $\angle BOC = \angle R$

同理  $\angle BOC + \angle BOD = 2\angle R$

故  $\angle BOD = \angle R$

又  $\angle BOD + \angle AOD = 2\angle R$

故  $\angle AOD = \angle R$



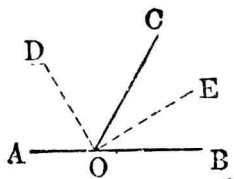
2. 二倚角之外邊爲一直線。則二平分此二角之直線互爲垂線。

【解】 二倚角  $AOC, BOC$  之外邊  $AB$  爲一直線。 $DO, EO$  爲平分二倚角之直線。

因  $\angle AOC + \angle BOC = 2\angle R$  [定理 2]

故  $\frac{1}{2}\angle AOC + \frac{1}{2}\angle BOC = \angle R$  [公理 壬]

即  $DO, EO$  互為垂線。 [定義 12]



3. 會於一點之四直線。若相鄰二線

所夾之角俱為直角。則此四直線合為二直線。

**解** 圖同 1。

四直線  $AO, CO, BO, DO$  會於  $O$  點。知  $\angle AOC, \angle COB, \angle BOD, \angle DOA$  皆為直角。

因  $\angle AOC + \angle COB = 2\angle R$

故  $AO, BO$  為一直線。 [定理 3]

同理  $CO, DO$  亦為一直線。

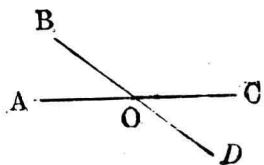
4. 自直線上一點。向直線兩側引二直線所成之四角中。若不為倚角之二角相等。則所引之二直線合為一直線。

**解** 從直線  $AC$  上之  $O$  點。引二直線  $OB, OD$ 。

知  $\angle AOB = \angle COD$

因  $\angle AOB + \angle BOC = 2\angle R$  [定理 2]

故  $\angle COD + \angle BOC = 2\angle R$



即  $OB, OD$  爲一直線。〔定理 3〕

5. 六直線會於一點。成相等之六角。則各角各爲一直角三分之二。

解 因六角之和  $= 4\angle R$ 〔定理 2 之系〕

又各角相等。故每一角  $= \frac{4\angle R}{6} = \frac{2}{3}\angle R$ 。

6. 二對頂角之二等分線。成一直線。

解  $EO, FO$  爲兩對頂角  $AOC, BOD$  之二等分線。

因  $\angle AOC = \angle BOD$

故  $\frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2}\angle BOD$ 〔公理 壬〕

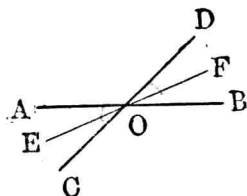
即  $\angle AOE = \angle BOF$

兩節各加  $\angle AOF$

則  $\angle AOE + \angle AOF = \angle BOF + \angle AOF$

$$= \angle AOB = 2\angle R$$

即  $EO, FO$  成一直線。

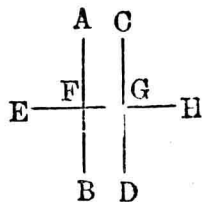


7. 同爲一直線之各垂線。互相平行。

解 直線  $AB, CD$  同爲  $EH$  之垂線。

因  $\angle AFG, \angle FGD$  皆爲  $\angle R$ 〔定義 12〕

故  $AB, CD$  互相平行。〔定理 6〕



8. 一直線爲平行各線中一線之垂線。則亦爲平行各線之垂線。

【解】 直線  $MN$  與各平行線  $AB, CD, EF$ , 相交。知  $MN$  爲  $AB$  之垂線。

因  $AB$  與  $CD$  平行

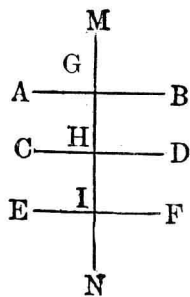
則  $\angle AGH = \angle GHD$  [定理 7]

又因  $\angle AGH = \angle R$

則  $\angle GHD = \angle R$

故  $MN$  爲  $CD$  之垂線。 [定義 12]

同法。知  $MN$  亦爲  $EF$  之垂線。



9. 二直線各與他二直線平行。則其所夾之角。與其平行之直線所夾之角相等。

【解】 二直線  $AB, CD$  各與他二直線  $GH, EF$  平行。

因  $CD$  與  $EF$  平行。

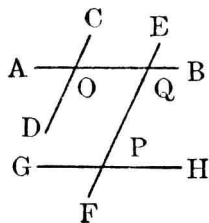
故  $\angle COB = \angle OQP$  [定理 7]

又  $AB$  與  $GH$  平行。

故  $\angle EPH = \angle OQP$  [定理 7]

由前之二式得  $\angle COB = \angle EPH$

又  $\angle AOC = \angle EPG$  [公理 戊]



10. 一直線之垂線與非垂線必相交。

**解** 直線  $BD$  爲直線  $AB$  之垂線。斜線  $AC$  非直線  $AB$  之垂線。

假設  $BD, AC$  引長不相交。必  $BD$  與  $AC$  平行。 [定義 19]

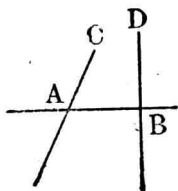
則  $\angle CAB + \angle ABD = 2\angle R$

[定理 7 及定理 5 之 iii]

因  $BD$  爲  $AB$  之垂線。知  $\angle ABD = \angle R$

則  $\angle CAB$  必爲直角。今  $\angle CAB \neq \angle R$

故  $AC$  與  $BD$  不平行。即引長必相遇。



11. 相交之二直線。其垂線亦必相交。

**解** 二直線  $OA, OB$  相交於  $O$ 。各引垂線  $AC, BD$ 。

假定  $AC, BD$  不相交。必爲平行。

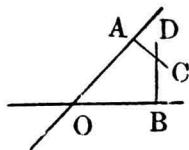
因  $OA$  爲  $AC$  之垂線。

故  $OA$  亦必爲與  $AC$  平行之  $BD$  之垂線。

又  $OB$  爲  $BD$  之垂線。

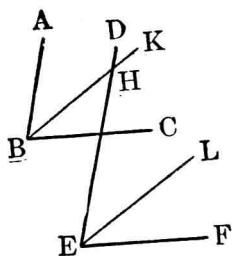
則  $OA, OB$  皆爲  $BD$  之垂線。即  $OA$  須與  $OB$  平行。今  $OA, OB$  不平行而相交。

故  $AC, BD$  亦必不平行而相交。

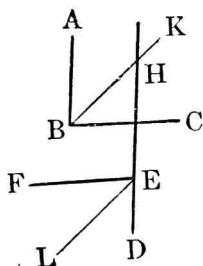


12. 二角之邊。各各平行。則二平分其角之直線。或平行或互爲垂線。

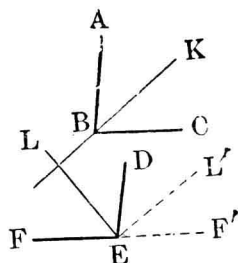
甲



乙



丙



**證**  $BK, EL$  爲平分二角  $ABC, DEF$  之直線。先證二角線爲平行者。

角之二邊。彼此方向相同者如甲圖。方向相反者如乙圖。

因  $BK$  與  $DE$  相交於  $H$ 。知  $\angle ABC = \angle DEF$ 。〔問題 9〕

故  $\frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2}\angle DEF$  〔公理 壬〕

即  $\angle ABH = \angle DEL$

而  $AB$  與  $DE$  平行。則  $\angle ABH = \angle BHE$ 。〔定理 7〕

從上二式得  $\angle BHE = \angle DEL$

故  $BK$  與  $EL$  平行。〔定理 6〕

次證二分角線互爲垂線者。

角之二邊。一同方向一異方向如丙圖。

引長  $EF$  至  $F'$ 。作平分  $\angle DEF'$  之直線  $EL$ 。由甲圖知  $EL'$  與  $BK$  平行。

因  $\angle LEL' = \angle R$  [問題 2]

即  $EL'$  與  $EL$  相交爲直角。

則  $EL, BK$  亦相交爲直角而互爲垂線。

13. 二平分二等邊三角形頂角之直線。爲底邊之垂線。  
且平分底邊爲二。

圖 於二等邊三角形  $ABC$ 。引平分頂角之直線  $AD$ 。分原形爲兩三角形  $ADB, ADC$ 。

因  $AB = AC$

$\angle BAD = \angle CAD$

而  $AD$  爲公共之邊。

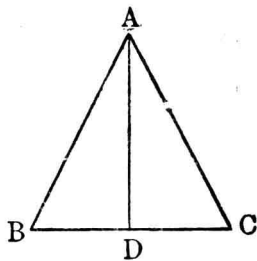
故  $BD = CD$  [定理 9]

又  $\angle ADB = \angle ADC$

因  $BDC$  爲一直線。

故各爲直角。[定義 11]

即  $AD$  爲  $BC$  之垂線。



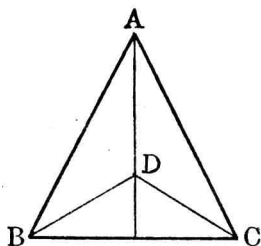
14. 二平分二等邊三角形頂角之直線中。任取一點至底邊之兩端各引一直線。則兩直線之長相等。

解  $D$  爲二等邊三角形  $ABC$  平分頂角之直線上任意之點。向底之兩端引  $BD, CD$  二直線。因兩三角形  $ABD, ACD$  之  $AD$  爲公共邊。而

$$AB = AC$$

$$\angle BAD = \angle CAD$$

故  $BD = CD$  [定理 9]



15. 二平分三角形一角之直線。若爲其角對邊之垂線。則此三角形爲二等邊三角形。

解 圖同 13。

引平分  $ABC$  三角形  $A$  角之直線  $AD$ 。分原形爲  $ABD, ACD$  兩三角形。

因  $\angle BAD = \angle CAD$

$$\angle ADB = \angle ADC$$

而  $AD$  爲公共之邊。

故  $AB = AC$  [定理 10]

16. 試作  $A$  角之二等分線。而證明前定理。

解 圖同 13。

因兩三角形  $ABD, ACD$  全相等。〔問題 13〕

故  $\angle B = \angle C$  〔定理 9〕

17. 過二等邊三角形頂角之頂點。作底邊之平行線。則其線二平分頂角之外角。

圖 延長三角形  $ABC$  之  $BA$  邊至  $E$ 。

如題作  $AD$  與  $BC$  平行。

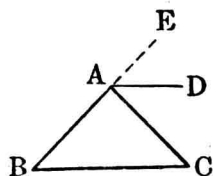
因  $\angle EAD = \angle B$  〔定理 7 之系〕

$\angle DAC = \angle C$  〔定理 7〕

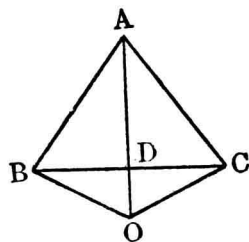
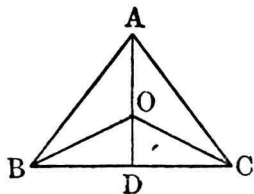
而  $AB = AC$  則  $\angle B = \angle C$  〔定理 11〕

故  $\angle EAD = \angle DAC$

即  $AD$  爲平分  $\angle EAC$  之直線。



18. 兩同底邊之二等邊三角形。連結其二頂角頂點之直線〔或延長線〕與底邊互爲垂線。且平分底邊爲二。



**解** 同以  $BC$  爲底之大小兩等邊三角形  $ABC$ ,  $OBC$ 。  
兩頂點  $A, O$  連結或引長。與底邊  $BC$  交於  $D$  點。

因  $\angle ABC = \angle ACB$  [定理 11]

$$\angle OBC = \angle OCB$$

故  $\angle ABO = \angle ACO$  [公理丁及戊]

又  $AB = AC$

$$OB = OC$$

則  $\angle OAB = \angle OAC$  [定理 9]

故  $AO$  爲平分  $\angle BAC$  之直線。

又  $AD$  爲  $BC$  之垂線。且平分  $BC$  爲二。[問題 13]

19. 二等邊三角形。二平分其倚於底邊之二角之直線。  
與底邊成二等邊三角形。

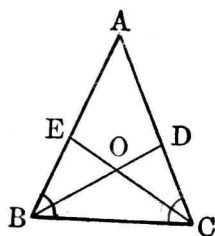
**解** 作平分二底角之直線  $BD, CE$   
相交於  $O$ 。

因  $\angle ABC = \angle ACB$  [定理 11]

則  $\frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2}\angle ACB$  [公理壬]

即  $\angle OBC = \angle OCB$

故  $OB = OC$  [定理 12]



20. 一角之二邊若爲他角之垂線者。此二角相等或互爲補角。

【解】 先解二角同頂點者。

$\angle AOB$  與  $\angle COD$  或  $\angle C'OD$  之頂點

同爲  $O$ 。

$AO$  爲  $CO$  或  $C'O$  之垂線。

$BO$  爲  $DO$  之垂線。

知  $\angle AOC, \angle BOD$  皆爲直角。

各減去  $\angle COB$  則  $\angle AOB = \angle COD$  [公理戊]

又  $COC'$  爲一直線。故  $\angle C'OD$  爲  $\angle COD$  之補角。

即  $\angle AOB$  之補角也。

次解二角不同頂點者。

$\angle AOB$  之二邊。各爲  $\angle CO'D$

或  $\angle C'O'D$  之二邊之垂線。

依  $OA, OB$  平行。引  $O'A', O'B'$

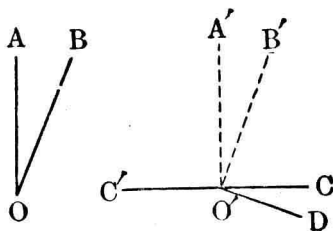
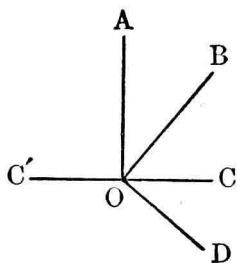
二直線。

因  $O'C, O'D$  爲  $O'A', O'B'$  之垂線 [問題 8]

故  $\angle A'O'B' = \angle CO'D$  [前證]

又因  $\angle A'O'B' = \angle AOB$  [問題 9] 故  $\angle CO'D = \angle AOB$

而  $\angle AOB$  爲  $\angle C'O'D$  之補角 [前證]



21. 一三角形之二角各與他三角形之二角等。且一組等角所對之邊亦等者。此兩三角形爲全等形。而等角與等邊相對。

【解】 一三角形之二角各與他三角形之二角相等。則所餘之角必等。〔定理 13 之系 4〕

又由定理 10 得此兩三角形全相等。而等角與等邊相對。

22. 直角三角形之斜邊大於他二邊中之任何一邊。

【解】 因直角三角形有一直角。其餘二角互爲餘角。

〔定理 13 之系 2〕

故對於直角之斜邊。必大於餘二邊。〔定理 15〕

23. 鈍角三角形對鈍角之邊大於其他二邊中之任何一邊。

【解】 因鈍角三角形之鈍角爲最大之角。故所對之邊必大於餘二邊。〔定理 15〕

24.  $\triangle ABC$  中二平分  $\angle A$  之直線。與  $BC$  相交於  $D$ 。則  $BA$  大於  $BD$ 。  $CA$  大於  $CD$ 。

【解】  $AD$  爲平分三角形  $ABC$  之頂角  $A$  之直線。因三角形  $ABD$  之外角  $ADC$  大於  $\angle BAD$ 。〔定理 13〕

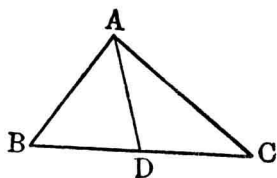
而  $\angle BAD = \angle CAD$

故於三角形  $CAD$

知  $\angle ADC > \angle CAD$

由此知  $CA > CD$  [定理 15]

又依同法得  $BA > BD$



25. 自三角形中之一頂點至其對邊之中點引一直線。則此直線小於其他二邊之半和。

解  $AD$  爲三角形  $ABC$  之頂點

$A$  至底邊  $BC$  中點  $D$  之直線。

引長  $AD$  至  $E$ 。令  $AD = DE$ 。

連結  $CE$ 。因兩三角形  $BDA$ ,

$CDE$  之  $AD = DE$ ,  $BD = CD$ 。

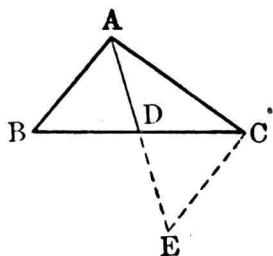
$\angle ADB = \angle CDE$  [定理 4]

故  $AB = CE$  [定理 9]

又三角形  $ACE$  之  $AE$  小於  $AC + CE$ 。[定理 16]

故  $4E < AC + AB$

由此得  $AD < \frac{1}{2}(AC + AB)$



26. 自三角形之各頂點至形內任意之一點引三直線。則此三直線之和。大於三邊之半和。

解  $O$  爲三角形  $ABC$  內任意之點。