大学物理学

（上）

许迈昌　唐淑红　姚　敏　主编

湘潭大学出版社

大学物理学

(上)

主　　编：许迈昌　唐淑红　姚　敏
副 主 编：邓永和　熊文元　谢常清
参编人员：陈　桥　刘　辉　郭　仟
　　　　　吴学庆　姜利群

湘潭大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学：全2册 / 许迈昌，唐淑红，姚敏主编.
—湘潭：湘潭大学出版社，2011.12
ISBN 978-7-81128-367-9

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①许…②唐…③姚… Ⅲ. ①物理学
—高等学校—教材 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆CIP数据核字（2011）第267144号

大学物理学(上)

许迈昌　唐淑红　姚敏　主编

责任编辑：丁立松
封面设计：罗志义
出版发行：湘潭大学出版社
社　　址：湖南省湘潭市　湘潭大学出版大楼
电话(传真)：0731-58298966　邮编：411105
网　　址：http://xtup.xtu.edu.cn
印　　刷：长沙理工大印刷厂
经　　销：湖南省新华书店
开　　本：787×1092　1/16
印　　张：14.5
字　　数：354千字
版　　次：2011年12月第1版　2011年12月第1次印刷
书　　号：ISBN 978-7-81128-367-9
定　　价：全2册 52.00元　本册 29.50元

前　言

本教材是根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会物理基础课程教学指导分会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》（2010年版）的基本精神，结合作者在基础物理课程教学实践中的多年教学经验及当前高等教育的新形势，适应普通高等教育二本和三本理工科学生需要编写而成的。非物理专业大学物理课程作为大学生科学教育的重要一环，一直在强调：让学生对物理学的基本概念、基本理论和基本方法有比较系统、正确的认识和理解，并为进一步学习其他知识打下必要的基础，同时着力培养学生树立科学的世界观，增强学生分析问题和解决问题的能力，培养学生的探索精神和创新意识，以实现学生知识、能力、素质的协调发展。

基于以上认识，本教材的编写始终立足于：

保证基础，加强近代。在内容的选取上，将《理工科类大学物理课程教学基本要求》中的A类知识点作为核心教学内容，同时有选择地编写了部分B类知识点所要求的教学内容，保证了基础知识的内容和结构形成一个有机的整体。例如，近代物理学部分除了讲述传统的狭义相对论、量子力学基础等内容外，还简单地介绍了量子力学内容中的力学量算符假设，突出了量子力学基本原理的完善性，另外，对激光、半导体、核物理、粒子物理等内容均作了简要的介绍。

联系实际，加强应用。物理学是一门以实验为基础的科学，知识理论和实际应用是不可分割的两个重要组成部分。在本教材的编写过程中，我们特别注意物理现象、实验事实和具体问题的处理对学生理解物理概念、物理规律和建立物理图像的作用，在例题、习题、规律应用介绍中尽可能地编入与物理现象、实验事实及工程技术有关的问题。

结构优化，内容精练。本教材整体编排依据传统大学物理课程知识内容，按照力学、机械振动与波动、热学、电磁学、光学、近代物理的顺序编写，同时对各部分内容的编排做了调整，把相关联的的内容放到一起，减少了部分物理规律的严格推导。这样做一方面是为了便于学生进行比较学习，培养学生的学习能力，另一方面是充分考虑大学物理的教学实际。

本教材由许迈昌、唐淑红、姚敏担任主编，邓永和、熊文元、谢常清担任副主编，具体编写分工是绪论、力学部分（第1章、第2章）及机械振动和机械波部分（第3章）由许迈昌编写，气体动理论部分（第4章）由许迈昌、谢常清编写，热力学基础部分（第5章）由许迈昌、熊文元编写，电磁学部分（第6章、第7章、第8章）由邓永和、姚敏编写，光学（第9章）及近代物理学部分（第10章）由许迈昌、唐淑红编写，参加编写和讨论的还有陈桥、刘辉、郭仟、吴学庆、姜利群等，最后由许迈昌统稿并定稿。教材编写过程中参考了陈曙光、张三慧、胡盘新等编写的大学物理教材，融入了编者多年来在大学

物理教学中进行自主式、启迪式学生学习能力的教学成果，得到了2010年湖南省普通高等学校教学改革研究立项项目（湘教通［2010］243号编号325号）“基础物理课程教学自主式学习和创新人才培养模式的探索”的资助，同时得到了湖南工程学院教务处、湖南工程学院理学院的大力支持与帮助，湘潭大学出版社对本书出版付出了辛勤的劳动，在此深表谢意。

由于本书编写作了新的探索与研究，但限于编者的经验和水平，书中难免有不当之处，尚有待于在教学过程中不断完善，恳请读者指正。

编者

2011年12月

目 录

第3章 机械振动与机械波

第4章 气体动理论基础

绪 论

一、什么是物理学

物理学是研究物质世界最基本的结构、最普遍的相互作用以及最一般的运动规律的学科，是一门以实验为基础的自然科学。物理学的一个永恒主题就是寻找各种序(Orders)、对称性(Symmetry)和对称破缺(Broken-Symmetry)、守恒律(Conservation Laws)或不变性(Invariance)等。

“物理”一词最先出自希腊文 φυσικ，原意是指“自然”。古时欧洲人称物理学为“自然哲学”，从最广泛的意义上来说它是研究大自然现象及其规律的学问。汉语中“物理”一词最早出自明末清初科学家方以智的百科全书式著作《物理小识》。“物理”二字出现在中文中，是取“格物致理”四字的简称，即考察事物的形态和变化，研究总结它们内在规律的意思。我国的物理学知识，在早期文献中记载于《天工开物》等书中。

在物理学研究领域中，其研究对象是宇宙的基本组成要素：物质、能量、空间、时间等；借由被分析的基本定律与法则来完整地了解这个体系。物理学与其他许多自然科学息息相关，如数学、化学、生物学、天文学和地理学等，尤其是数学和化学，物理学依赖数学的工具与架构来精确地表述物理定律、预测定量结果，每当无法找到方程的精确解时，可以使用数值分析或计算机模拟技术；化学就是在物理学的影响下发展起来的学科，也是受物理学影响最深的学科，比如，理论化学最深刻的部分必定会归结于量子力学。

二、大学物理学的主要内容与学习方法

大学物理学是非物理专业理工科类大学生必修的一门课程，其主要内容涉及力学、机械振动与波动、热学、电磁学、光学、狭义相对论、量子力学基础及原子物理等知识，是大学生科学教育的重要组成部分。这些知识内容是工程技术的理论基础，几乎所有的工程技术都离不开物理学理论的指导。与其他自然科学相比，大学物理学概括了更多的科学思维方法和科学研究方法，物理学的和谐性、物理规律的概括性、物质世界的统一性等物理思想是培养理工科大学生创新思维能力的有效载体；物理学研究中“提出命题、推测结果、理论预言、实验验证、修改完善理论”的研究方法是现代科学研究的典型范式。

学好大学物理不仅对学习后续课程十分必要，而且对今后学习其他新科学、新技术、新材料、新工艺等也都是很有帮助的。大学物理学的学习要注重研究方法的学习和解决具体问题的能力提高，特别是运用高等数学知识处理物理变量问题的能力要提高。要勤于思考，敢于提出问题，努力培养自学能力、抽象思维能力和解决实际工程技术问题的能力。

三、矢量

物理学中物理量一般有标量和矢量之分。标量是只有大小和正负但没有方向的物理量，如时间、长度、功、功率、动能、电流、电压等都是标量。矢量是既有大小又有方向，而且相加减时遵循平行四边形法则的物理量，如位移、速度、加速度、力、力矩、动量、角动量、电场强度、磁感应强度、电流密度等都是矢量。

1. 矢量的表示方法

矢量通常用带箭头的线段表示，书写时用粗黑体字母表示，如图 0－1 所示表示的是速度矢量 $\boldsymbol{v}$，矢量的大小即矢量的模一般用普通字母表示，如速度大小为 $v=|\boldsymbol{v}|$，对应于有向线段矢量的长度。

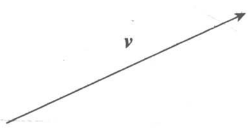

图 0–1 速度矢量图

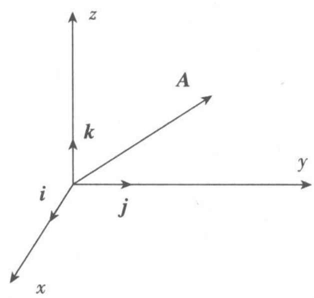

图 0–2 直角坐标系中矢量的表示

在直角坐标系中，矢量 $\boldsymbol{A}$ 可以沿坐标轴进行分解，得到分量式 $\boldsymbol{A}=A_x\boldsymbol{i}+A_y\boldsymbol{j}+A_z\boldsymbol{k}$，其中 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 分别是 x 轴、y 轴、z 轴正方向上的单位矢量，其大小为 1，A_x、A_y、A_z 分别是矢量 $\boldsymbol{A}$ 沿坐标轴 x 轴、y 轴、z 轴方向的分量值，如图 0－2 所示。矢量 $\boldsymbol{A}$ 的大小为

$$A=|\boldsymbol{A}|=\sqrt{A_x{}^2+A_y{}^2+A_z{}^2}$$

矢量 $\boldsymbol{A}$ 的方向可以用它与坐标轴 x 轴、y 轴、z 轴的夹角 α、β、γ 来表示

$$\cos\alpha=\frac{A_x}{A},\cos\beta=\frac{A_y}{A},\cos\gamma=\frac{A_z}{A}$$

且

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$$

2. 矢量的加法与减法

两个矢量 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 相加，即 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}$，这种运算的作图方式是：被加的矢量尾部连接另一矢量的箭头处，它们的和矢量与它们构成一个矢量三角形（在移动这些矢量以构成三角形时注意要保持矢量的方向和大小不改变，即矢量只能进行平移），如图 0－3 所示。矢量的加法也是满足平行四边形泫则的，如图 0－4 所示，不过这一定则是与三角形定则相一致的。

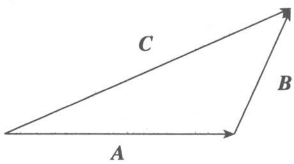

图 0–3 三角形法则

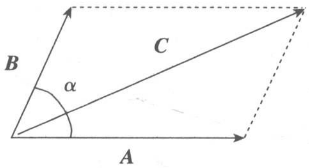

图 0–4 平行四边形法则

如果是两个矢量相减，只要将它们看成是一个矢量加上另一个矢量的“负数”就可以了，矢量的负号表示矢量的方向相反，即 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}-\boldsymbol{A}=(-\boldsymbol{A})+\boldsymbol{C}$，再连接到另一矢量的箭头处就可以了。

设两矢量 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 的大小为 A、B，夹角为 α，则合矢量的大小为

$$C=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\alpha}$$

在直角坐标系中两个矢量的加减可以用它们的分量进行加减运算，即

$$\boldsymbol{A}\pm\boldsymbol{B}=(A_x\pm B_x)\boldsymbol{i}+(A_y\pm B_y)\boldsymbol{j}+(A_z\pm B_z)\boldsymbol{k}$$

3. 矢量的点积(标积)

两个矢量 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 的点积(标积)可以直观地定义为

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=AB\cos\theta$$

这里的 A、B 分别表示矢量 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 的大小(或长度)，θ 表示两个矢量之间的夹角，夹角的取值范围是 $0\leqslant\theta\leqslant\pi$，明显有 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A}$。如图 0—5 所示，$B\cos\theta$ 表示矢量 $\boldsymbol{B}$ 在矢量 $\boldsymbol{A}$ 方向上的分量，即两个矢量的点积为一个矢量的大小与另一个矢量在该矢量方向上分量大小的乘积。

这样，两个互相垂直的矢量的点积总是零。若两个矢量都是单位矢量(长度为 1)，它们的点积就是它们的夹角的余弦，即

$$\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{i}=1,\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{j}=1,\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{k}=1$$

$$\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{j}=0,\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{k}=0,\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{i}=0$$

在直角坐标系中，两个矢量的点积可以用下式来计算

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$$

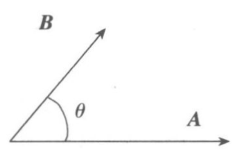

图 0–5　两个矢量的点积

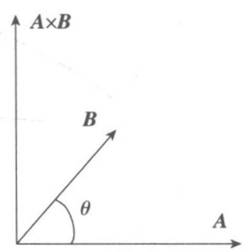

图 0–6　两个矢量的叉积

4. 矢量的叉积(矢积)

两个矢量 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 的叉积得到的量依然是矢量，其大小可以定义为

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=AB\sin\theta$$

方向可按照右手螺旋定则来确定，如图 0—6 所示：从矢量 $\boldsymbol{A}$ 转过一个小于180°的角到矢量 $\boldsymbol{B}$ 的右手螺旋前进方向为两矢量叉积($\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$)的方向，注意 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=-\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{A}$。

两个单位矢量的叉积大小等于二者夹角的正弦，即

$$\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{i}=0,\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{j}=0,\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{k}=0$$

$$\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{j}=\boldsymbol{k},\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{k}=\boldsymbol{i},\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{i}=\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{i}=-\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{j}=-\boldsymbol{i},\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{k}=-\boldsymbol{j}$$

在直角坐标系中，可以证明：

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=(A_yB_z-A_zB_y)\boldsymbol{i}+(A_zB_x-A_xB_z)\boldsymbol{j}+(A_xB_y-A_yB_x)\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

第 1 章　质点运动学

物体的位置随时间的变化称为机械运动，简称运动。物体运动速度远远低于真空中的光速 c 的运动称为低速运动。在不涉及转动和形变的许多力学问题中，可以不考虑物体的形状及尺寸大小的影响，而用一个具有一定质量的点，即质点来代表物体。例如，在研究地球绕太阳公转时，因为地球的半径比地球与太阳之间的距离小得多，所以地球可以用质点来代表。但是在研究地球的自转或地震现象时，就不能再把地球简单地看成是一个质点了。

研究物体转动时我们经常使用刚体模型，刚体是指不发生形变的物体，刚体可以看成是特殊的质点系。质点和刚体都是理想的物理模型，实际上是不存在的。模型是很重要的，没有模型就没有理论计算，实际情况无法与理论计算相比较，我们就只能获得实验结果，无法形成有效理论；模型就像列车时刻表，没有它我们就不知道列车何时到站，也不知道列车是否晚点。

本章所介绍的质点运动学是研究质点运动状态的定量描述，而不涉及引起运动和改变运动状态的原因。

§1　质点运动的描述

1—1　位矢和位移

物体平动或物体大小可以忽略不计时，使用质点来描述整个物体。质点的运动是指它的位置随时间的变化，而位置的描述总是相对于其他参照物体而言的。因此，研究质点的运动时必须选定参照物体，这个被选定的参照物体称为参考系。在运动学问题中，只要描述方便，参考系是可以任意选取的，但参考系不同对物体运动的描述也就不同。例如，在匀速直线运动的车厢内观察到有一个物体自由下落，但在地面上看，该物体却在做平抛运动。为定量表示质点相对于某一参考系的位置，数学上还需要在该参考系中建立坐标系，常用坐标系有直角坐标系、球坐标系等。坐标系的原点和坐标轴都固定在参考系上。

如图 1—1 所示，在固定于某一参考系上的直角坐标系中，设质点 t 时刻运动到 P 点，质点的位置可以用 P 点的坐标表示，即

$$x = x(t),\ y = y(t), z = z(t) \tag{1—1}$$

式(1—1)称为质点的运动函数或运动方程。运动质点在某段时间内所经过的路径称为轨道，把式(1—1)中的时间 t 消去所得的曲线方程，就是质点的轨道方程。

质点的位置也可以用从 O 点引向 P 点的矢量 $\boldsymbol{r}$ 表示，矢量 $\boldsymbol{r}$ 称为质点的位置矢量，简称位矢。按照矢量与它的分量之间的关系，有

$$\boldsymbol{r}=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$$

其中，$\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 分别代表沿三个坐标轴的单位矢量，其方向沿坐标轴的正方向，长度为 1 且不随时间变化。上式表明，质点的实际运动是各分运动的矢量合成，这个关系称为运动的叠加(合成)原理。上式可以写成

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \tag{1—2}$$

这是运动函数的矢量形式。在质点运动过程中位矢 $\boldsymbol{r}$ 的尖端所形成的曲线就是质点的轨道。

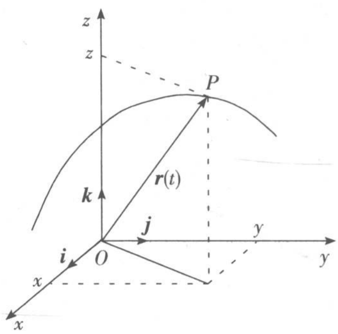

图 1-1 质点的坐标和位矢

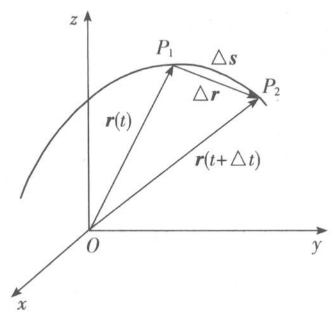

图 1-2 位移和路程

在一段时间内运动质点位矢的增量，称为质点在这段时间内的位移。如图 1—2 所示，在时刻 t 质点的位矢为 $\boldsymbol{r}(t)$，经过 Δt 时间后位矢变成 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$，位矢的增量为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$$

它表示质点由 P_1 运动到 P_2 的有向线段，称为 Δt 时间内的位移。位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 是矢量，它的大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|=\overline{P_1P_2}$，方向由 P_1 点指向 P_2 点。一般地说，$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta r$，因为 $\Delta r=r(t+\Delta t)-r(t)$，它只是位矢大小的增量。

质点沿轨道从 P_1 点到 P_2 点通过的路程记为 Δs，一般情况下，$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s$，如图 1—2 所示。但是当 Δt 趋于零时，$|\Delta\boldsymbol{r}|$ 的极限和 Δs 的极限相等，即 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$。在国际单位制(简写为 SI)中，位移的单位是 m。

1—2 速度

质点的位移与发生位移的时间间隔之比，称为质点在这段时间内的平均速度，用 $\bar{\boldsymbol{v}}$ 来表示。如图 1—3 所示，质点由 P_1 点到 P_2 点的平均速度为

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1—3}$$

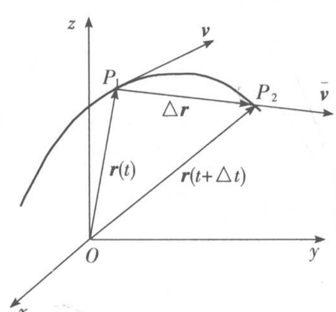

图 1-3 平均速度和瞬时速度

平均速度是矢量，它的大小等于 $|\Delta\boldsymbol{r}|/\Delta t$，方向与位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 相同。平均速度只能粗略地反映质点在 Δt 时间内运动的快慢和方向。平均速率是路程与对应时间之比，$\bar{v}=\Delta s/\Delta t$，其大小一般不等于平均速度的大小。

当 Δt 极小趋于零时，对平均速度取极限并用 $\boldsymbol{v}$ 表示，有

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1—4}$$

矢量 $\boldsymbol{v}$ 称为质点在时刻 t 的瞬时速度，简称速度，它精确地描述了质点在时刻 t 运动的快慢和方向。当 Δt 趋于零时，P_2 点趋于 P_1 点，因此速度的方向沿质点运动轨道在 P_1 点的切线并指向运动的前方，如图 1—3 所示，$\bar{\boldsymbol{v}}$ 的方向与 $\boldsymbol{v}$ 的方向是不一致的。

速度的大小称为速率，用 v 表示，有

$$v=|\boldsymbol{v}|=\frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1—5}$$

上式表明，速率等于质点通过的路程对时间的变化率。在直角坐标系中速度可表示成

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}$$

其中，v_x，v_y，v_z 分别代表速度沿三个坐标轴 x 轴、y 轴和 z 轴的分量大小，即

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\qquad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\qquad v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1—6}$$

速率与速度分量的关系为

$$v=|\ \boldsymbol{v}\ |=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2} \tag{1—7}$$

速度和速率在国际单位制(SI)中的单位都是 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$。

1—3 加速度

质点在轨道不同的位置，通常有不同的速度，即质点运动的速度一般是随时间变化的，速度的变化快慢用加速度来描述。如图 1—4 所示，质点在时刻 t 的速度为 $\boldsymbol{v}(t)$，经过 Δt 时间后变为 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$，速度的增量为 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t+\Delta t)-\boldsymbol{v}(t)$。

我们把 $\Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$ 定义为质点在这段时间内的平均加速度，用 $\bar{\boldsymbol{a}}$ 表示，即

$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1—8}$$

当 Δt 趋于零时，平均加速度的极限

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

称为质点在时刻 t 的瞬时加速度，简称加速度，用 $\boldsymbol{a}$ 表示

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1—9}$$

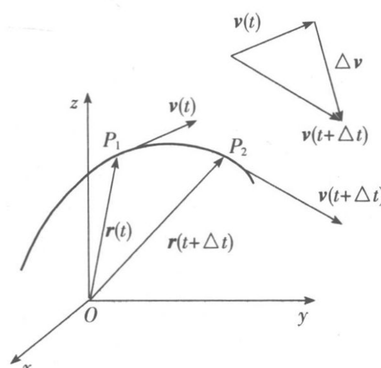

图 1–4 加速度

其分量形式为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}&=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}\\&=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}\\&=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}\end{aligned}$$

其中，a_x，a_y，a_z 分别代表加速度沿三个坐标轴 x 轴、y 轴和 z 轴的分量：

$$\left.\begin{aligned} a_x &= \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} \\ a_y &= \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} \\ a_z &= \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} \end{aligned}\right\} \tag{1—10}$$

加速度的大小可以表示为

$$a = |\,\boldsymbol{a}\,| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \tag{1—11}$$

加速度是矢量，它既能反映速度大小的变化，又能反映速度方向的变化。它在国际单位制(SI)中的单位是 $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ 。

质点的某一运动状态，是由质点在该状态下的全部物理量的取值给定的。如果给定质点的运动函数式(1—1)或式(1—2)，就可以知道质点在不同时刻的位置，并可通过对时间求导计算质点的速度和加速度，确定质点的动量和动能等全部物理量的取值。因此，用运动函数(位置)就可以描述质点的运动状态。理论上有时为了方便处理，直接用位置和速度(动量)作为独立变量来描述粒子的运动状态。实际中质点的运动函数不是完全确知的，依据实验可以测定若干点的运动状态，再寻找相关的规律。在一般情况下，质点的加速度是随时间变化的。如果知道加速度随时间变化的函数关系 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}(t)$，并给定初始时刻质点的速度 $\boldsymbol{v}(0)$，那么就可以通过积分来计算质点在任意时刻的运动速度 $\boldsymbol{v}(t)$，即

$$\boldsymbol{v}(t) = \boldsymbol{v}(0) + \int_0^t \boldsymbol{a}(t)\,\mathrm{d}t \tag{1—12}$$

式(1—12)的分量形式为

$$\left.\begin{aligned} v_x(t) &= v_x(0) + \int_0^t a_x(t)\,\mathrm{d}t \\ v_y(t) &= v_y(0) + \int_0^t a_y(t)\,\mathrm{d}t \\ v_z(t) &= v_z(0) + \int_0^t a_z(t)\,\mathrm{d}t \end{aligned}\right\} \tag{1—13}$$

求出速度 $\boldsymbol{v}(t)$后，再给定质点初始位矢 $\boldsymbol{r}(0)$，质点在任意时刻的位矢就可按下式计算

$$\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{r}(0) + \int_0^t \boldsymbol{v}(t)\,\mathrm{d}t \tag{1—14}$$

其分量形式，即质点的坐标为

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= x(0) + \int_0^t v_x(t)\,\mathrm{d}t \\ y(t) &= y(0) + \int_0^t v_y(t)\,\mathrm{d}t \\ z(t) &= z(0) + \int_0^t v_z(t)\,\mathrm{d}t \end{aligned}\right\} \tag{1—15}$$

综上所述，由质点的运动函数出发，就可以通过运动函数对时间求导计算质点的速度和加速度。若通过加速度对时间积分求任意时刻质点的速度和位矢，则必须知道初始时刻质点的速度和位矢。下面我们通过例题来进一步理解本节的内容。

例 1—1 有一质点在 xy 平面上运动，加速度为 $\boldsymbol{a}(t) = 2t\boldsymbol{i} + 3t^2\boldsymbol{j}$ ，$\boldsymbol{i}$ 和 $\boldsymbol{j}$ 分别代表 x 轴和 y 轴正方向上的单位矢量。设初始时刻质点静止，并处于坐标为(1，—1)的位置，试求质