



主编 刘增利<sup>®</sup>

直通高考版

# 倍速<sup>®</sup>

$100+100+100 \neq 1000000$

# 学习法

## 高中数学 必修②

人教A版

### 构建有效学习 >>>

教材核心知识透析    高考考点综合运用  
典例变式互动多解    题型考向靶心预测



开明出版社

直通高考版

# 倍速<sup>®</sup>

$100+100+100 \neq 1000000$

# 学习法

高中数学 必修②

人教A版

主 编 刘增利

编 者 刘一鸣

开明出版社

#### ■ 有效学习是什么

指符合人的认知规律的学习，其目的是通过优化学习方法提高学习效率和质量，用更少的时间，学到更多、更牢、更好的知识内容，做尽可能少的题掌握尽可能丰富和牢靠的知识——学一而知十、有的放矢、各个击破、学会学习、爱上学习。

#### ■ 有效学习不是什么

不是盲目刻苦，不是题海战术，不是死记硬背，不是千篇一律地对待各类知识。

#### ■ 有效学习涉及五大科学原理

A. 建构主义

■ 作用于指导下的自我学习

B. 信息加工心理学

■ 作用于寻找更有利于理解、记忆的方式，理解和存储知识

C. 从基础概念的建构到概念的综合应用

■ 作用于通过学以致用的训练，理解知识之间的有机联系

D. 认知失衡原理、知识的同化与吸收、体验性教学素材库建立

■ 作用于呈现更有体验感的学习材料

E. 学习风格的检测与应用

■ 作用于根据学习风格提供有利的学习方式

### 第1步 化繁为简：知识讲解 细致

按照教材知识点的顺序，结合实际教学对课内知识进行全面、细致地讲解。右侧全国各地区最新常考例题的搭配，简单明了地诠释了左侧的知识。左讲右例，点对点，学习过程化繁为简，吃透教材轻而易举。

### 第2步 化难为易：要点拓展 全面

对教材中隐藏的要点、难点知识进行深入、透彻地纵向挖掘。拓展知识面，拓宽知识结构，加强知识讲解层次的梯度，兼顾各个层面学生的需求。要点、难点、易混淆错点，逐点攻克，学习知识化难为易，让知识没有盲点。

### 第3步 化整为零：考点分类 精准

全面、精准地以考点归类本节的典型例题，并且每个考点下面配以解决一类问题的方法，通过解一道题而掌握解一类题的方法，让学生在学的过程中有“点”可查，有“法”可循。考点分类化整为零，达到授之以渔而非鱼的目的。

### 第4步 化静为动：变式例练 迁移

对应左侧考点方法，精选变式题型，典例学法迁移，母题多向发散训练。重点、难点、常考点题型分解，逐点逐题练习。学法指导，突破考点考题的思维误区，减少失误。变式例练化静为动，达到融会贯通、举一反三的效果。

#### (01) 基本知能必会

造峰求明 读书理理

##### ▼ 课内知识点睛

##### 知识点1 直线与平面垂直的定义

(1) 如果一条直线  $l$  和平面  $\alpha$  内的任意一条直线都垂直，则称直线  $l$  与平面  $\alpha$  互相垂直。记作  $l \perp \alpha$ ，直线  $l$  叫做平面  $\alpha$  的垂线，平面  $\alpha$  叫做直线  $l$  的垂面。直线与平面垂直时，它们唯一的公共点  $P$  叫做垂足。

【注意】(1) 定义中的“任意一条直线”与“所有直线”是同义语，但与“无数条直线”不同。定义的实质就是直线与平面内的所有直线都垂直。

(2) 直线和平面垂直是直线和平面相交的一种特殊形式。

(3) 虽然这样定义给判定垂直的判定带来了困难，但在直线和平面垂直时，却可以得到直线和平面内的任何一条直线都垂直，给判定两条直线垂直带来了方便。

(2) 在平面几何中，我们有命题：经过一点，有且只有一条直线与已知直线垂直。在本节，也有类似的命题。

命题1：过一点有且只有一条直线和已知平面垂直。

命题2：过一点有且只有一个平面和已知直线垂直。

##### 知识点2 直线与平面垂直的判定定理（重点）

定理：一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直，则

##### ▼ 考考题型例解

【例1-1】 直线  $l$  与平面  $\alpha$  内的无数条直线垂直，则直线  $l$  与平面  $\alpha$  的关系是（ ）。

- A.  $l$  与平面  $\alpha$  相互平行 B.  $l$  与平面  $\alpha$  相互垂直  
C.  $l$  在平面  $\alpha$  内 D. 不能确定

【解析】如图2-3-6，直线  $l$  与平面  $\alpha$  相互平行，直线  $l$  与平面  $\alpha$  相互垂直，直线  $l$  在平面  $\alpha$  内三种情况都有可能。



图2-3-6

【答案】D.

【例2-1】 设  $l, m$  是两条不同的直线， $\alpha$  是一个平面，则下列命题正确的是（ ）。

- A. 若  $l \perp m, m \subset \alpha$ ，则  $l \perp \alpha$   
B. 若  $l \perp \alpha, l \parallel m$ ，则  $m \perp \alpha$   
C. 若  $l \parallel \alpha, m \subset \alpha$ ，则  $l \parallel m$   
D. 若  $l \parallel \alpha, m \parallel \alpha$ ，则  $l \parallel m$

#### (02) 拓展要点领悟

业精于勤 行成于思

##### ▼ 要点拓展全解

##### 拓展1 直线与平面垂直的常见性质（难点）

(1) 过一点有且只有一条直线与已知平面垂直。

(2) 过一点有且只有一个平面与已知直线垂直。

(3) 如果一条直线垂直于一个平面，那么它就垂直于这个平面内的任意一条直线。即  $\begin{cases} l \perp \alpha \\ a \subset \alpha \end{cases} \Rightarrow l \perp a$ 。

(4) 垂直于同一条直线的两个平面平行。即  $\begin{cases} l \perp \alpha \\ l \perp \beta \end{cases} \Rightarrow \alpha \parallel \beta$ 。

(5) 两条平行线中一条垂直于一个平面，另一条也垂直于这个平面。即  $\begin{cases} l \parallel m \\ l \perp \alpha \end{cases} \Rightarrow m \perp \alpha$ 。

(6) 如果一条直线垂直于两个平行平面中的一个，则它必垂直于另一个平面。即  $\begin{cases} l \perp \alpha \\ \alpha \parallel \beta \end{cases} \Rightarrow l \perp \beta$ 。

##### ▼ 题型诠释例解

【例1-1】 已知  $m, n, l$  为三条不同的直线， $\alpha, \beta$  为两个不同的平面，则下列命题中正确的是（ ）。

- A.  $\alpha \parallel \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta \Rightarrow m \parallel n$   
B.  $l \perp \beta, \alpha \perp \beta \Rightarrow l \parallel \alpha$   
C.  $m \perp \alpha, m \perp n \Rightarrow n \parallel \alpha$   
D.  $\alpha \parallel \beta, l \perp \alpha \Rightarrow l \perp \beta$

【解析】对于 A,  $m, n$  可以平行或异面；对于 B, 可能出现  $l \subset \alpha$  这种情况；对于 C, 可能出现  $n \subset \alpha$  这种情况。

【答案】D.

【点拨】解此类题，可借助图形来解决。要说明一个命题不正确，只要举出一个反例即可。

#### (03) 考点方法整合

积累知识 胜过黄金

##### ▼ 典例方法解析

##### 考点1 直线与平面垂直的判定定理的应用（必考）

方法：线面垂直的判定定理实质是由线线垂直推证线面垂直，途径是找到一条直线与平面内的两条相交直线垂直。推证线线垂直时，除了利用平面几何知识（勾股定理逆定理、菱形对角线、圆周角定理等）之外，还应注意运用线面垂直的定义和线面垂直的判定定理，实现线线垂直与线面垂直的相互转化。

【例1】 如图2-3-12，已知在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $SA \perp$  平面  $ABC$ ， $AD \perp SC$  于  $D$ 。求证： $AD \perp$  平面  $SBC$ 。

【思路分析】在平面  $SBC$  内找两条相交直线垂直于  $AD$  即可。已知  $AD \perp SC$ ，只需再证  $AD$  和平面  $SBC$  内的另一条直线，如  $BC$  或  $SB$  垂直。

【证明】因为  $SA \perp$  平面  $ABC$ ， $BC \subset$  平面  $ABC$ ，所以  $SA \perp BC$ 。因为  $\angle ACB = 90^\circ$ ，所以  $BC \perp AC$ 。

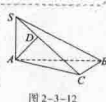


图2-3-12

##### ▼ 对应变式训练

【例1-1】 如图2-3-20，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $D$  是  $AC$  的中点， $S$  是  $\triangle ABC$  所在平面外一点，且  $SA = SB = SC$ 。

- (1) 求证： $SD \perp$  平面  $ABC$ ；  
(2) 若  $AB = BC$ ，求证： $BD \perp$  平面  $SAC$ 。

2011 · 山东烟台高二检测

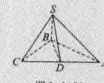


图2-3-20

# 使用图解

## 全书结构

### 同步模块

### 全章总结

#### 基本知能必会

课内知识点睛  
常考题型例解

#### 拓展要点领悟

要点拓展全解  
题型诠释例解

#### 考点方法整合

典例方法解析  
综合技能提升  
数学思想方法  
对应变式题练

#### 真题考法解读

例解真题考法  
精选模拟演练

#### 知能优化测训

基础达标  
知能优化  
考例链接

#### 全章专题归纳剖析

思想方法归纳  
知识专题剖析

#### 全章知能同步检测

### (04) 真题考法解读

#### 例解真题考法

##### 考法1 直线与平面垂直的判定

**考法提炼:** 直线与平面垂直的判定是高考必考的知识点,常出现在选择题、填空题和解答题中,通常难度不大。

**■ 考题1** 如图2-3-32,在四棱锥P-ABCD中,底面ABCD为矩形,PA⊥平面ABCD,点E在线段PC上,PC⊥平面BDE。(1)证明:BD⊥平面PAC;(2)若PA=1,AD=2,求二面角B-PC-A的正切值。

► 2012·广东高考(理)

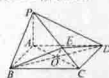


图 2-3-32

**【1】证明** 因为 PA⊥平面 ABCD, BD⊂平面 ABCD, 所以 BD⊥PA. 又因为 PC⊥平面 BDE, BD⊂平面 BDE, 所以 BD⊥PC. 所以 BD⊥平面 PAC.

#### 精选模拟演练

1. 如图2-3-37,四棱锥P-ABCD的底面是边长为1的正方形,PA⊥CD,PA=1,PD=√2. (1)求证:PA⊥平面ABCD; (2)求四棱锥P-ABCD的体积。



图 2-3-37

### (05) 知能优化测训

#### A 基础达标

- 一条直线和三角形的两边同时垂直,则这条直线和三角形的第三边的位置关系是( ).  
A. 平行 B. 垂直  
C. 相交不垂直 D. 不确定
- 如图2-3-44,在长方体ABCD-A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>中,AB=BC=2,AA<sub>1</sub>=1,则BC<sub>1</sub>与面BB<sub>1</sub>D<sub>1</sub>D所成角的正弦值为( ).

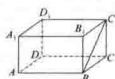


图 2-3-44

#### B 能力提升

- 在正方体ABCD-A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>中,截面A<sub>1</sub>BD与底面ABCD所成的二面角A<sub>1</sub>-BD-A的正切值等于( ).  
A. √3/3 B. √2/2  
C. √2 D. √3
- 如图2-3-45,△ADE的边AE垂直于平面ABCD,AF=2,CD=3,则CE=\_\_\_\_\_.

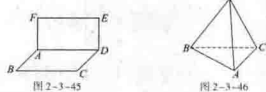


图 2-3-45

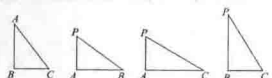
### ■ 全章专题归纳剖析 ■

#### 思想方法归纳

##### 专题1 转化与化归思想

转化与化归思想在立体几何中应用非常广泛,主要有:(1)线线、线面、面面的位置关系,由转化思想使它们建立起联系,揭示本质;如线线平行⇔线面平行⇔面面平行;线线垂直⇔线面垂直⇔面面垂直等;(2)通过“平行平移”将一些线面关系转化平移,间接证明结论;(3)通过添加辅助线,将立体几何问题转化为平面几何问题,要在解题过程中认真体会、合理运用;(4)等体积变换也是转化思想的重要应用。

**■ 例1** 如图2-4,下面一组图形为三棱锥P-ABC的底面与三个侧面,已知AB⊥BC,PA⊥AB,PA⊥AC,PA⊥BC.



### ■ 全章知能同步检测 ■

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,满分150分,考试时间120分钟

#### 第I卷

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 设α,β表示两个平面,l表示直线,A,B,C表示三个不同的点,给出下列命题:  
①若A∈l,A∈α,B∈l,B∈α,则l⊂α;  
②α,β不重合,若A∈α,A∈β,B∈α,B∈β,则α∩β=AB;  
③若l⊂α,A∈l,则A∈α;  
④若A,B,C∈α,A,B,C∈β,且A,B,C不共线,则α与β重合

A. 5部分 B. 6部分 C. 7部分 D. 8部分

► 2007·重庆高考

- 给定下列四个命题:①若一个平面内的两条直线与另一个平面都平行,那么这两个平面相互平行;②若一个平面经过另一个平面的垂线,那么这两个平面相互垂直;③垂直于同一直线的两条直线相互平行;④若两个平面垂直,那么一个平面内与它们的交线不垂直的直线与另一个平面也不垂直.其中,为真命题的是( ).  
A. ①和② B. ②和③  
C. ③和④ D. ②和④

## 第5步 化暗为明: 高考分析 透彻

高考试题原型在教材,对比揭秘。精选考题,全析考点,了解考情,明确考法,深入、透彻地直击高频考点。精选全国各省市模拟试题,汲取考练精髓,零距离体验高考,备战高考。

## 第6步 化生为熟: 练习巩固 拔高

立足教材,夯实基础,注重能力,考究梯度。精心设置的一套优化测训题,考查全面、题型新颖、层级清晰,以便学生查漏补缺,拔高练习。考例链接,追本溯源,方便学生回归考点知识和例题方法,学有所用,学以致用,学用相长。

## 第7步 化分为合: 专题突破 优化

优化整合全章的数学思想、方法和知识,系统、全面地设置例题。梳理模块核心要点,构建模块知识体系。注重思维策略指导,突出学科方法优势,便于培养学生创新思维。

## 第8步 化辅为主: 阶段检测 仿真

精心选编涵盖全章节或阶段性知识和能力要求的检测试题,梯度合理、层次分明、题量适中,与同步考试和高考接轨,仿真度高,利于学生同步检测,查漏补缺。



## 第一章 空间几何体

### 1.1 空间几何体的结构

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 拓展1 正棱锥和正棱台 .....            | /7  |
| 拓展2 几种特殊的四棱柱及其相互关系 .....     | /7  |
| 拓展3 圆柱、圆锥、圆台的侧面展开图 .....     | /7  |
| 考点1 空间几何体的识别 .....           | /8  |
| 考点2 空间几何体的简单计算 .....         | /9  |
| 考点3 简单组合体的结构特征 .....         | /9  |
| 考点4 曲面上的两点间的最短距离 .....       | /10 |
| 考点5 与球有关的计算问题 .....          | /10 |
| 考点6 数形结合思想在判定几何体截面中的应用 ..... | /11 |
| 考法1 空间几何体的识别 .....           | /11 |
| 考法2 求空间几何体的展开图 .....         | /12 |

### 1.2 空间几何体的三视图和直观图

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| 拓展1 空间几何体的直观图与三视图的联系 .....    | /16 |
| 拓展2 平面图形的面积与其直观图的面积间的关系 ..... | /17 |
| 考点1 由几何体画三视图 .....            | /17 |
| 考点2 由三视图还原几何体 .....           | /18 |
| 考点3 画平面图形及几何体的直观图 .....       | /18 |
| 考点4 将直观图还原为平面图 .....          | /19 |
| 考点5 与直观图的面积有关的计算 .....        | /20 |
| 考点6 由多个小立方块组成的几何体的三视图 .....   | /20 |
| 考点7 分类讨论思想在投影中的应用 .....       | /21 |
| 考法1 三视图的识别 .....              | /21 |
| 考法2 由部分视图推断未知视图 .....         | /22 |
| 考法3 由几何体的三视图确定直观图 .....       | /22 |

### 1.3 空间几何体的表面积与体积

|                         |     |
|-------------------------|-----|
| 拓展1 空间几何体的展开图及其应用 ..... | /28 |
|-------------------------|-----|

|                                 |     |
|---------------------------------|-----|
| 拓展2 柱体、锥体、台体的侧面积之间的关系 .....     | /28 |
| 拓展3 柱体、锥体、台体的体积之间的关系 .....      | /29 |
| 考点1 求多面体的表面积和体积 .....           | /29 |
| 考点2 求旋转体的表面积和体积 .....           | /29 |
| 考点3 几何体的表面积、体积与三视图的综合应用 .....   | /30 |
| 考点4 求几何体的体积 .....               | /30 |
| 考点5 与球有关的组合体问题 .....            | /32 |
| 考点6 方程思想在计算几何体的表面积和体积中的应用 ..... | /32 |
| 考点7 函数思想在计算几何体的表面积和体积中的应用 ..... | /33 |
| 考法1 根据三视图求几何体的表面积 .....         | /33 |
| 考法2 根据三视图求几何体的体积 .....          | /34 |
| 考法3 计算内切球或外接球的表面积 .....         | /34 |

### 全章专题归纳剖析

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| 专题1 数形结合思想 .....           | /36 |
| 专题2 分类讨论思想 .....           | /36 |
| 专题3 函数与方程思想 .....          | /36 |
| 专题4 几何体的三视图及其应用 .....      | /37 |
| 专题5 几何体的表面积和体积的计算及应用 ..... | /37 |
| 专题6 与球有关的组合体问题 .....       | /38 |



## 第二章 点、直线、平面之间的位置关系

### 2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| 拓展1 点、线共面问题 .....             | /48 |
| 拓展2 点共线与线共点问题 .....           | /48 |
| 拓展3 平面个数的确定及平面把空间分成若干部分 ..... | /49 |
| 考点1 平面的确定 .....               | /49 |
| 考点2 确定平面的交线 .....             | /49 |
| 考点3 空间两条直线位置关系的判定 .....       | /50 |

页码

页码

|      |                 |     |
|------|-----------------|-----|
| 考点 4 | 公理 4 和等角定理的应用   | /50 |
| 考点 5 | 异面直线所成的角        | /51 |
| 考点 6 | 空间中直线与平面位置关系的判定 | /51 |
| 考点 7 | 异面直线的判断         | /52 |
| 考法 1 | 线、面位置关系的判断      | /52 |
| 考法 2 | 求异面直线所成的角       | /52 |

## 2.2 直线、平面平行的判定及其性质

|      |                  |     |
|------|------------------|-----|
| 拓展 1 | 面面平行的性质定理的几个有用推论 | /56 |
| 考点 1 | 线面平行的判定定理的应用     | /56 |
| 考点 2 | 面面平行的判定定理的应用     | /57 |
| 考点 3 | 线面平行的性质定理的应用     | /57 |
| 考点 4 | 面面平行的性质定理的应用     | /57 |
| 考点 5 | 探索性问题            | /58 |
| 考点 6 | 分类讨论思想           | /58 |
| 考法 1 | 线面、面面平行的判定定理的应用  | /59 |
| 考法 2 | 线面平行的性质          | /59 |

## 2.3 直线、平面垂直的判定及其性质

|      |                 |     |
|------|-----------------|-----|
| 拓展 1 | 直线与平面垂直的常见性质    | /65 |
| 考点 1 | 直线与平面垂直的判定定理的应用 | /65 |
| 考点 2 | 求线面角            | /66 |
| 考点 3 | 求二面角            | /66 |
| 考点 4 | 平面与平面垂直的判定      | /67 |
| 考点 5 | 直线与平面垂直的性质      | /67 |
| 考点 6 | 平面与平面垂直的性质      | /68 |
| 考点 7 | 探索性问题           | /68 |
| 考点 8 | 转化思想在证明垂直中的应用   | /69 |
| 考法 1 | 直线与平面垂直的判定      | /69 |
| 考法 2 | 求线面角            | /70 |
| 考法 3 | 求二面角            | /71 |
| 考法 4 | 平面与平面垂直的判定      | /71 |
| 考法 5 | 线面、面面垂直的性质      | /72 |

## 全章专题归纳剖析

|      |         |     |
|------|---------|-----|
| 专题 1 | 转化与化归思想 | /75 |
|------|---------|-----|

|      |            |     |
|------|------------|-----|
| 专题 2 | 函数与方程思想    | /75 |
| 专题 3 | 数形结合思想     | /76 |
| 专题 4 | 分类讨论思想     | /76 |
| 专题 5 | 共点、共线、共面问题 | /76 |
| 专题 6 | 平行问题       | /76 |
| 专题 7 | 垂直问题       | /77 |
| 专题 8 | 空间角的求法     | /77 |
| 专题 9 | 折叠问题       | /78 |



## 第三章 直线与方程

### 3.1 直线的倾斜角与斜率

|      |                |     |
|------|----------------|-----|
| 拓展 1 | 直线的倾斜角与斜率的关系   | /83 |
| 考点 1 | 利用定义求直线的倾斜角    | /84 |
| 考点 2 | 利用公式求直线的斜率     | /84 |
| 考点 3 | 三点共线问题         | /85 |
| 考点 4 | 两条直线的平行问题      | /85 |
| 考点 5 | 两条直线的垂直问题      | /85 |
| 考点 6 | 平行与垂直的综合应用     | /86 |
| 考点 7 | 用数形结合法求斜率的取值范围 | /86 |
| 考法 1 | 直线的倾斜角与斜率      | /87 |
| 考法 2 | 两条直线的位置关系      | /87 |

### 3.2 直线的方程

|      |                   |     |
|------|-------------------|-----|
| 拓展 1 | 平行直线系、垂直直线系和中心直线系 | /92 |
| 考点 1 | 求直线的方程            | /92 |
| 考点 2 | 直线方程各种形式的互化       | /94 |
| 考点 3 | 利用直线方程判定两条直线的位置关系 | /94 |
| 考点 4 | 分类讨论思想的应用         | /95 |
| 考法 1 | 根据直线的位置关系求参数      | /95 |
| 考法 2 | 求直线的方程            | /96 |

### 3.3 直线的交点坐标与距离公式

|      |             |     |
|------|-------------|-----|
| 拓展 1 | 求过两条直线交点的直线 | /99 |
| 拓展 2 | 对称问题        | /99 |

页码

|                    |      |
|--------------------|------|
| 考点 1 直线的交点问题       | /100 |
| 考点 2 恒过定点问题        | /101 |
| 考点 3 求过两条直线交点的直线方程 | /101 |
| 考点 4 两点间距离公式的应用    | /101 |
| 考点 5 点到直线的距离的应用    | /102 |
| 考点 6 求两条平行线间的距离    | /102 |
| 考点 7 与距离有关的最值问题    | /102 |
| 考点 8 数形结合思想        | /103 |
| 考法 1 两点间距离公式的应用    | /103 |
| 考法 2 点到直线距离公式的应用   | /104 |

## 全章专题归纳剖析

|                  |      |
|------------------|------|
| 专题 1 分类讨论思想      | /106 |
| 专题 2 函数与方程思想     | /106 |
| 专题 3 转化思想与数形结合思想 | /106 |
| 专题 4 直线的倾斜角与斜率   | /106 |
| 专题 5 求直线的方程      | /107 |
| 专题 6 平行与垂直的性质及判定 | /107 |
| 专题 7 距离问题        | /107 |
| 专题 8 对称问题        | /107 |
| 专题 9 实际应用题       | /108 |



## 第四章 圆与方程

### 4.1 圆的方程

|                      |      |
|----------------------|------|
| 拓展 1 特殊条件下的圆的方程的求解方法 | /113 |
| 拓展 2 与圆有关的轨迹方程       | /114 |
| 考点 1 求圆的方程           | /114 |
| 考点 2 利用圆的性质求轨迹问题     | /115 |
| 考点 3 利用圆的方程确定参数的取值范围 | /116 |
| 考点 4 利用圆的方程解决实际问题    | /116 |
| 考点 5 数形结合思想在圆中的应用    | /117 |
| 考法 1 求圆的方程           | /117 |
| 考法 2 求圆的圆心与半径        | /118 |

页码

### 4.2 直线、圆的位置关系

|                       |      |
|-----------------------|------|
| 拓展 1 圆系方程             | /123 |
| 拓展 2 利用圆的几何性质求最值问题    | /123 |
| 考点 1 直线与圆的位置关系的判定     | /124 |
| 考点 2 弦长问题             | /124 |
| 考点 3 由直线与圆的位置关系求圆的方程  | /125 |
| 考点 4 圆与圆的位置关系         | /125 |
| 考点 5 与两圆相切有关的问题       | /126 |
| 考点 6 两圆的公共弦长问题        | /126 |
| 考点 7 数形结合思想的应用        | /127 |
| 考法 1 判断直线与圆的位置关系      | /127 |
| 考法 2 弦长问题             | /128 |
| 考法 3 根据直线与圆的位置关系求圆的方程 | /128 |
| 考法 4 两圆的位置关系及应用       | /128 |

### 4.3 空间直角坐标系

|                        |      |
|------------------------|------|
| 拓展 1 空间中两点的中点坐标公式      | /131 |
| 拓展 2 对称点坐标的求法          | /131 |
| 考点 1 确定空间任一点的坐标        | /131 |
| 考点 2 利用空间两点间的距离公式求点的坐标 | /132 |
| 考点 3 利用两点间的距离公式解决几何问题  | /132 |
| 考法 1 确定点的坐标            | /133 |
| 考法 2 求两点间的距离           | /133 |

## 全章专题归纳剖析

|                |      |
|----------------|------|
| 专题 1 数形结合思想    | /136 |
| 专题 2 分类讨论思想    | /136 |
| 专题 3 求圆的方程     | /136 |
| 专题 4 直线与圆的位置关系 | /137 |
| 专题 5 圆与圆的位置关系  | /137 |
| 专题 6 空间直角坐标系   | /137 |

## 第一章 空间几何体

### 1.1 空间几何体的结构 ..... /2

基本知能必会 ..... /2

拓展要点领悟 ..... /7

考点方法整合 ..... /8

真题考法解读 ..... /11

知能优化测训 ..... /12

### 1.2 空间几何体的三视图和直观图 ..... /14

基本知能必会 ..... /14

拓展要点领悟 ..... /16

考点方法整合 ..... /17

真题考法解读 ..... /21

知能优化测训 ..... /23

### 1.3 空间几何体的表面积与体积 ..... /25

基本知能必会 ..... /25

拓展要点领悟 ..... /28

考点方法整合 ..... /29

真题考法解读 ..... /33

知能优化测训 ..... /35

### 全章专题归纳剖析 ..... /36

思想方法归纳 ..... /36

知识专题剖析 ..... /37

### 全章知能同步检测 ..... /38

## 第二章 点、直线、平面之间的位置关系

### 2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系 ..... /42

基本知能必会 ..... /42

拓展要点领悟 ..... /48

考点方法整合 ..... /49

真题考法解读 ..... /52

知能优化测训 ..... /53

### 2.2 直线、平面平行的判定及其性质 ..... /54

基本知能必会 ..... /54

拓展要点领悟 ..... /56

考点方法整合 ..... /56

真题考法解读 ..... /59

知能优化测训 ..... /60

### 2.3 直线、平面垂直的判定及其性质 ..... /62

基本知能必会 ..... /62

拓展要点领悟 ..... /65

考点方法整合 ..... /65

真题考法解读 ..... /69

知能优化测训 ..... /72

### 全章专题归纳剖析 ..... /75

思想方法归纳 ..... /75

知识专题剖析 ..... /76

### 全章知能同步检测 ..... /78

## 第三章 直线与方程

### 3.1 直线的倾斜角与斜率 ..... /82

基本知能必会 ..... /82

# 目录

# CONTENTS

|                        | 页码   |
|------------------------|------|
| 拓展要点领悟 .....           | /83  |
| 考点方法整合 .....           | /84  |
| 真题考法解读 .....           | /87  |
| 知能优化测训 .....           | /87  |
| 3.2 直线的方程 .....        | /89  |
| 基本知能必会 .....           | /89  |
| 拓展要点领悟 .....           | /92  |
| 考点方法整合 .....           | /92  |
| 真题考法解读 .....           | /95  |
| 知能优化测训 .....           | /96  |
| 3.3 直线的交点坐标与距离公式 ..... | /98  |
| 基本知能必会 .....           | /98  |
| 拓展要点领悟 .....           | /99  |
| 考点方法整合 .....           | /100 |
| 真题考法解读 .....           | /103 |
| 知能优化测训 .....           | /104 |
| 全章专题归纳剖析 .....         | /106 |
| 思想方法归纳 .....           | /106 |
| 知识专题剖析 .....           | /106 |
| 全章知能同步检测 .....         | /108 |

## 第四章 圆与方程

|                |      |
|----------------|------|
| 4.1 圆的方程 ..... | /112 |
| 基本知能必会 .....   | /112 |
| 拓展要点领悟 .....   | /113 |

|                           |      |
|---------------------------|------|
| 考点方法整合 .....              | /114 |
| 真题考法解读 .....              | /117 |
| 知能优化测训 .....              | /118 |
| 4.2 直线、圆的位置关系 .....       | /120 |
| 基本知能必会 .....              | /120 |
| 拓展要点领悟 .....              | /123 |
| 考点方法整合 .....              | /124 |
| 真题考法解读 .....              | /127 |
| 知能优化测训 .....              | /128 |
| 4.3 空间直角坐标系 .....         | /130 |
| 基本知能必会 .....              | /130 |
| 拓展要点领悟 .....              | /131 |
| 考点方法整合 .....              | /131 |
| 真题考法解读 .....              | /133 |
| 知能优化测训 .....              | /134 |
| 全章专题归纳剖析 .....            | /136 |
| 思想方法归纳 .....              | /136 |
| 知识专题剖析 .....              | /136 |
| 全章知能同步检测 .....            | /138 |
| 学段水平测试 .....              | /140 |
| 参考答案及点拨 .....             | /142 |
| 附录一 教材问题及课后习题答案与提示 .....  | /176 |
| 附录二 本书重要公式、定理、性质汇总表 ..... | /197 |

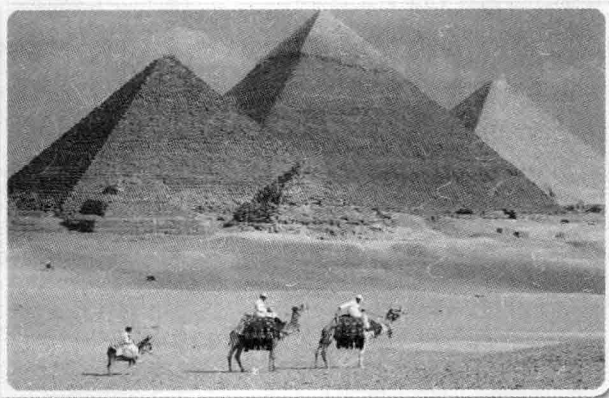
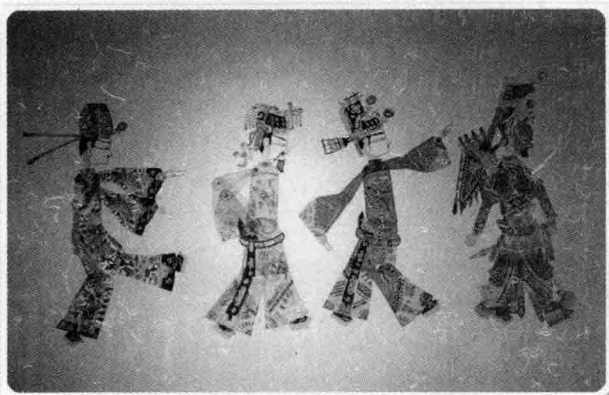
# 第一章

# 空间几何体



1. 地球是球形这一概念最先是古希腊哲学家毕达哥拉斯提出的. 此后, 亚里士多德根据月食时月面出现的地影是圆形的, 给出了地球是球形的第一个科学证据. 古希腊天文学家埃拉托色尼根据正午射向地球的太阳光和两观测地的距离, 第一次算出地球的周长. 我国唐代天文学家一行主持了一次大规模的天文大地测量, 利用北极高度和夏日日长计算出了子午线一度之长和地球的周长. 1522 年葡萄牙航海家麦哲仑领导的环球航行证实了地圆说. ——关键词: 球

2. 皮影戏亦称“影戏”、“灯影戏”、“土影戏”, 是一种用兽皮或纸板剪制形象并借灯光照射所剪形象而表演故事的戏剧. 其流行范围极为广泛, 表演时艺人们在白色幕布后面, 一边操纵戏曲人物, 一边用当地流行的曲调唱述故事, 同时配以打击乐器和弦乐, 有浓厚的乡土气息. ——关键词: 投影



3. 金字塔是一种方锥形建筑物, 形状颇似汉字的“金”字, 因此被形象地称为金字塔. 著名的金字塔有: 胡夫金字塔, 卡夫拉金字塔, 狮身人面像和孟卡拉金字塔等. 古代埃及金字塔是法老(国王)的陵墓, 其建造的历史可追溯到第三王朝, 距今已有四千六百多年. ——关键词: 棱锥

## 全章概述

本章从分析常见立体图形的几何结构入手, 建立空间概念. 学习描述简单几何体的结构, 从而学习如何在平面上表示这些立体图形, 然后求出它们的表面积和体积, 培养空间想象能力和逻辑思维能力.

本章涉及的概念、公式、定理较多, 应及时加以总结, 找出异同, 及时巩固. 在计算空间几何体的表面积和体积时, 要充分利用几何知识, 把空间图形转化为平面图形. 通过本章学习, 深刻理解和掌握转化、数形结合等数学思想.

## 1.1 空间几何体的结构

| 学习内容         | 学习要求                                                                                    | ☆高考考点☆                      | 考查题型          | 真题链接                 |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|---------------|----------------------|
| 柱、锥、台、球的结构特征 | 1. 了解空间几何体、多面体、旋转体的概念;<br>2. 理解棱柱、棱锥、棱台、圆柱、圆锥、圆台及球的概念;<br>3. 掌握棱柱、棱锥、棱台、圆柱、圆锥、圆台及球的结构特征 | ①棱柱的结构特征及应用(必考)             | 选择、填空、解答题分支问题 | 2011, 四川文, T19       |
|              |                                                                                         | ②棱锥的结构特征及应用(必考)             | 选择、填空、解答题分支问题 | 2011, 江苏, T16        |
|              |                                                                                         | ③棱台的结构特征及应用(偶考)             | 选择、填空、解答题分支问题 | 2011, 山东文, T19       |
|              |                                                                                         | ④圆柱的结构特征及应用(必考)             | 选择、填空、解答题分支问题 | 2011, 内蒙古呼和浩特调研, T20 |
|              |                                                                                         | ⑤圆锥的结构特征及应用(必考)             | 选择、填空、解答题分支问题 | 2011, 湖南文, T19       |
|              |                                                                                         | ⑥圆台的结构特征及应用(偶考)             | 选择、填空、解答题分支问题 | 2012, 河南郑州月考, T17    |
|              |                                                                                         | ⑦球的结构特征及应用(必考)              | 选择、填空、解答题分支问题 | 2011, 四川理, T15       |
| 简单组合体的结构特征   | 4. 了解简单组合体的概念及结构特征                                                                      | ⑧简单组合体的组成, 各部分结构特征及相关计算(必考) | 解答题分支问题       | 2011, 山东理, T21       |

### (01)

### 基本知能必会

造烛求明, 读书求理  
ZAOZHUQIUMINGDUSHUQIULI



#### 课内知识点睛

#### 知识点1 空间几何体的相关概念

##### (1) 空间几何体的概念

由物体抽象出来的空间图形叫做空间几何体.

##### (2) 多面体的概念

一般地, 我们把由若干个平面多边形围成的几何体叫做多面体. 围成多面体的各个多边形叫做多面体的面; 相邻两个面的公共边叫做多面体的棱; 棱与棱的公共点叫做多面体的顶点. 如图 1-1-1.

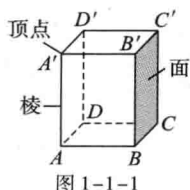


图 1-1-1

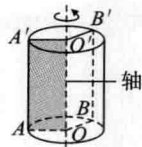


图 1-1-2

##### (3) 旋转体的概念

我们把由一个平面图形绕它所在平面内的一条定直线旋转所形成的封闭几何体叫做旋转体. 这条定直线叫做旋转体的轴. 如图 1-1-2.

**【点睛】**(1) 多面体是“封闭”的几何体, 最少由四个面组成.

(2) 旋转体是由“平面图形”旋转而形成的, 这个平面图形可以是平面多边形, 也可以是圆、直线或其他曲线.



#### 常考题型例解

**【易】** 知例 1-1 一个有  $30^\circ$  角的直角三角尺绕其各条边所在直线旋转所得的几何体是圆锥吗? 如果以斜边上的高所在的直线为轴旋转  $180^\circ$  得到什么图形? 它们是旋转体还是多面体?

**【思路分析】** 直角三角形绕其一条直角边所在直线旋转一周所围成的几何体是圆锥, 绕其斜边所在直线旋转一周所围成的几何体是两个圆锥的组合体.

**【解】** 如图 1-1-10, 图(1)(2)旋转一周围成的几何体是圆锥, 图(3)旋转一周所得几何体是两个圆锥的组合体; 图(4)旋转  $180^\circ$  是两个半圆锥的组合体. 它们都是旋转体.

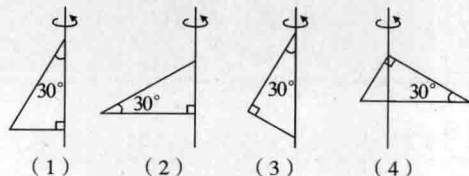


图 1-1-10

**【易】** 知例 2-1 有两个面互相平行, 其余各面均为平行四边形的几何体一定是棱柱. 这种说法是否正确? 如果正确, 说明理由; 若不正确, 举出反例.

**【思路分析】** 根据棱柱的定义和结构特征进行判断.

**【解】** 不正确. 如图 1-1-11 的几何体, 由两个等底的四棱

## 知识点2 棱柱的概念及结构特征(重点)

### (1) 棱柱的概念

一般地,有两个面互相平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行,由这些面所围成的多面体叫做棱柱.

如图 1-1-3.

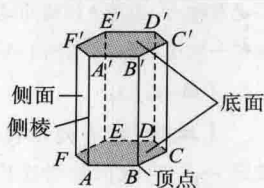


图 1-1-3

### (2) 棱柱的相关概念

①棱柱的底面:在棱柱中,两个互相平行的面叫做棱柱的底面,简称底.

②侧面:除底面以外的各面叫做棱柱的侧面.

③棱柱的棱:两个面的公共边叫做棱.

④棱柱的侧棱:相邻侧面的公共边叫做棱柱的侧棱.

⑤棱柱的顶点:侧面与底面的公共顶点叫做棱柱的顶点.

⑥棱柱的对角线:棱柱中不在同一平面上的两个顶点的连线叫做棱柱的对角线.

⑦棱柱的对角面:过不相邻的两条侧棱所形成的面叫做棱柱的对角面.

### (3) 棱柱的分类

①按底面多边形的边数分类,可分为三棱柱、四棱柱、五棱柱……

②按侧棱与底面是否垂直分类,可分为斜棱柱和直棱柱.其中斜棱柱是指侧棱与底面不垂直的棱柱,直棱柱是指侧棱与底面垂直的棱柱.

### (4) 棱柱的记法

①用表示底面各顶点的字母表示棱柱.如图 1-1-3 中的六棱柱可用顶点字母表示为棱柱  $ABCDEF-A'B'C'D'E'F'$ .

②用棱柱的对角线表示棱柱.如图 1-1-3 中的六棱柱可表示为六棱柱  $AC'$  或六棱柱  $BD'$  等.

### (5) 棱柱的结构特征

①底面是凸多边形,且两底面平行且全等.

②侧棱互相平行.

③侧面是平行四边形.

④对角面是平行四边形.

⑤平行于底面的截面与底面是全等的多边形.

**【点睛】**棱柱的本质特征:(1)有两个面(底面)互相平行.

(2)其余各面(侧面)中每相邻两个面的公共边(侧棱)都互相平行.由这两个本质特征可以推出棱柱的其他结构特征.

## 知识点3 棱锥的概念及结构特征(重点)

### (1) 棱锥的概念

一般地,有一个面是多边形,其余各面都是有一个公共顶点的三角形,由这些面所围成的多面体叫做棱锥.如图 1-1-4.

### (2) 棱锥的相关概念

①棱锥的侧面:有公共顶点的各个三角形面叫做棱锥的侧面.

②棱锥的顶点:各侧面的公共顶点叫做棱锥的顶点.

③棱锥的侧棱:相邻侧面的公共边叫做棱锥的侧棱.

④棱锥的底面:除侧面外的一个多边形面叫做棱锥的底面或底.

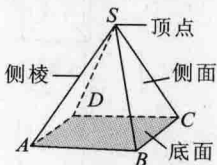


图 1-1-4

柱组合而成,它有两个面互相平行,其余各面都是平行四边形.但相邻两个侧面的公共边并不都平行,因而这个几何体不是棱柱.

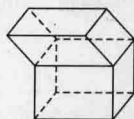


图 1-1-11

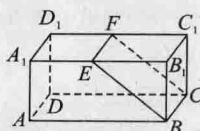


图 1-1-12

**中** 知例 2-2 如图 1-1-12,已知长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ .

(1)这个长方体是棱柱吗?如果是,是几棱柱?为什么?

(2)用平面  $BCFE$  把这个长方体分成两部分后,各部分形成的几何体还是棱柱吗?如果是,是几棱柱?如果不是,说明理由.

2011·宁夏银川月考

**【解】**(1)是棱柱,并且是四棱柱,因为长方体相对的两个面都是四边形,其余各面都是矩形,矩形当然是平行四边形,并且几何体的四条侧棱互相平行.

(2)截面  $BCFE$  上方部分是棱柱,且是三棱柱  $BEB_1-CFC_1$ ,其中  $\triangle BEB_1$  和  $\triangle CFC_1$  是底面.

截面  $BCFE$  下方部分也是棱柱,且是四棱柱  $ABEA_1-DCFD_1$ ,其中四边形  $ABEA_1$  和四边形  $DCFD_1$  是底面.

**【点拨】**判断几何体的类型时,要注意转换观察角度.

**易** 知例 3-1 判断图 1-1-13 中的几何体是不是棱锥,为什么?

**【思路分析】**用棱锥的定义和结构特征进行判断.

**【解】**因为棱锥定义中要求几何体各侧面有一个公共顶点.但图 1-1-13 中侧面  $ABC$  与侧面  $CDE$  没有公共顶点,故该几何体不是棱锥.

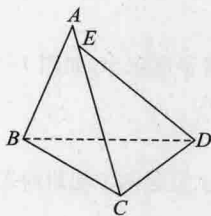


图 1-1-13

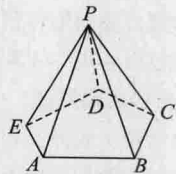


图 1-1-14

**易** 知例 3-2 说出图 1-1-14 中几何体的名称,并用字母表示出该几何体,同时指出其顶点、侧面、底面及侧棱.

**【解】**该几何体为五棱锥;用字母表示为五棱锥  $P-ABCDE$ ;顶点为点  $P$ ;侧面为面  $PAB, PBC, PCD, PDE, PAE$ ;底面为面  $ABCDE$ ;侧棱为  $PA, PB, PC, PD, PE$ .

**易** 知例 4-1 下列说法中,正确的个数为( ).

- ①用一个平面去截棱锥,棱锥底面和截面之间的部分是棱台;
- ②两个底面平行且相似,其余各面都是梯形的多面体是棱台;
- ③有两个面互相平行,其余四个面都是等腰梯形的六面体是棱台.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

## (3) 棱锥的分类

按底面多边形的边数分类,底面是三角形、四边形、五边形……的棱锥分别叫做三棱锥、四棱锥、五棱锥……其中三棱锥又叫做四面体。

## (4) 棱锥的记法

用顶点字母和底面各顶点的字母表示,如图1-1-4中的棱锥记为四棱锥 $S-ABCD$ ,或用顶点字母和底面多边形的一条对角线表示,记为四棱锥 $S-AC$ 。

## (5) 棱锥的结构特征

- ①有一个面是多边形。
- ②其余各面是有一个公共顶点的三角形。

**【注意】**“有一个面是多边形,其余各面都是三角形”的几何体未必是棱锥。

## 知识点4 棱台的概念及结构特征(重点)

### (1) 棱台的概念

用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥,底面与截面之间的部分叫做棱台。如图1-1-5。

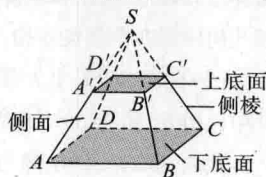


图1-1-5

### (2) 棱台的相关概念

- ①棱台的下底面、上底面:原棱锥的底面和截面分别叫做棱台的下底面和上底面。
- ②棱台的侧面:除两个底面外的其余各面叫做棱台的侧面。
- ③棱台的侧棱:相邻侧面的公共边叫做棱台的侧棱。

### (3) 棱台的分类

由三棱锥、四棱锥、五棱锥……截得的棱台分别叫做三棱台、四棱台、五棱台……

### (4) 棱台的记法

用表示棱台底面的各顶点的字母表示,如图1-1-5的棱台可表示为棱台 $ABCD-A'B'C'D'$ 。

### (5) 棱台的结构特征

- ①棱台的两个底面互相平行,且是两个相似的多边形。
- ②棱台的侧面均为梯形。
- ③棱台各侧棱的延长线交于一点。

**【注意】**侧棱的延长线不交于一点的几何体不是棱台。

## 知识点5 圆柱的概念及结构特征(重点)

### (1) 圆柱的概念

以矩形的一边所在直线为旋转轴,其余三边旋转形成的面所围成的旋转体叫做圆柱。如图1-1-6。

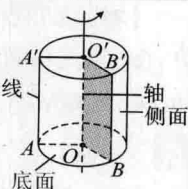


图1-1-6

### (2) 圆柱的相关概念

- ①圆柱的轴:旋转轴叫做圆柱的轴。
- ②圆柱的底面:垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做圆柱的底面。
- ③圆柱的侧面:平行于轴的边旋转而成的曲面叫做圆柱的侧面。
- ④圆柱的母线:无论旋转到什么位置,不垂直于轴的边都叫做圆柱侧面的母线。

**【解析】**①中的平面不一定平行于底面,故不一定是棱台;②③中侧棱的延长线不一定交于一点,故不一定是棱台,可用图1-1-15检验。

**【答案】**A。

**【点拨】**棱台的结构特征:各侧棱延长后交于一点,两底面是平行且相似的多边形。

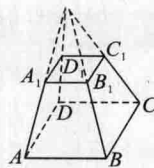
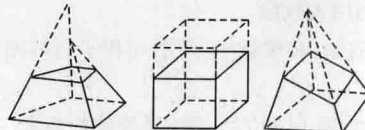


图1-1-15

**易** 知例4-2 图1-1-16中的多面体是不是棱台?



(1) (2) (3)

图1-1-16

**【解】**根据棱台的定义,可以得到判断一个多面体是不是棱台的标准有两个:一是共点,二是平行,即各侧棱延长线要交于一点,上、下两个底面要平行,二者缺一不可。据此,在图(1)中多面体侧棱延长线不相交于同一点,故不是棱台;图(2)中多面体不是由棱锥截得的,不是棱台;图(3)中多面体虽是由棱锥截得的,但截面与底面不平行,因此也不是棱台。

**中** 知例4-3 试说明:

- (1)任意一个三棱柱可分为三个三棱锥;
- (2)任意一个三棱台可分为三个三棱锥。

2011·广东珠海高三调研

**【解】**(1)如图1-1-17(1),三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 可分为三棱锥 $A-A_1B_1C_1$ 、三棱锥 $B_1-ABC$ 和三棱锥 $A-B_1CC_1$ 。

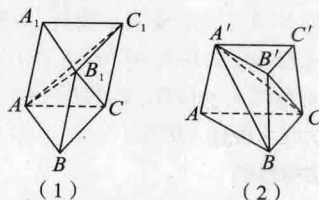


图1-1-17

(2)如图1-1-17(2),三棱台 $ABC-A'B'C'$ 可分为三棱锥 $A'-ABC$ 、三棱锥 $C-A'B'C'$ 和三棱锥 $A'-BB'C$ 。

**易** 知例5-1 图1-1-18中几何体是柱体的有( )。

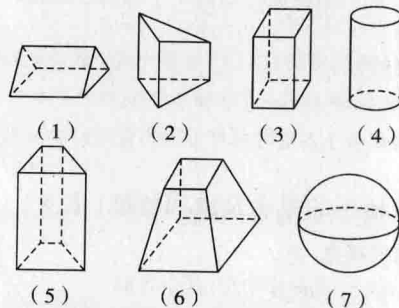


图1-1-18

- A. 1个  
B. 2个  
C. 3个  
D. 4个

**【解析】**柱体包括棱柱和圆柱两大类,利用棱柱和圆柱的定义和结构特征,可以判断(1)(3)(5)是棱柱,(4)是圆柱,故选D。

**【答案】**D。

### (3) 圆柱的记法

圆柱用表示它的轴的字母表示,图 1-1-6 中的圆柱表示为圆柱  $O'O$ .

### (4) 圆柱的结构特征

- ① 圆柱的两底面平行且是等圆.
- ② 圆柱的轴垂直于底面,圆柱的母线平行且相等,它们都垂直于底面,它们的长都等于圆柱的高.

**【点睛】**(1) 圆柱和棱柱统称为柱体.

(2) 通过轴的各个截面叫做轴截面,圆柱的轴截面是全等的矩形.

## 知识点 6 圆锥的概念及结构特征(重点)

### (1) 圆锥的概念

以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的面所围成的旋转体叫做圆锥.如图 1-1-7.

### (2) 圆锥的相关概念

- ① 圆锥的轴:旋转轴叫做圆锥的轴.
- ② 圆锥的底面:垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做圆锥的底面.
- ③ 圆锥的侧面:直角三角形的斜边绕轴旋转所形成的曲面叫做圆锥的侧面.
- ④ 圆锥的母线:无论旋转到什么位置,斜边所在的边都叫做圆锥的母线.

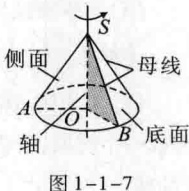


图 1-1-7

### (3) 圆锥的记法

圆锥用表示它的轴的字母表示,图 1-1-7 中的圆锥表示为圆锥  $SO$ .

### (4) 圆锥的结构特征

- ① 圆锥的底面是一个圆,平行于底面的截面都是圆.
- ② 圆锥的轴垂直于底面,圆锥的母线都交于一点且相等,各母线与轴的夹角相等.

**【点睛】**(1) 圆锥和棱锥统称为锥体.

(2) 过轴的截面(轴截面)是全等的等腰三角形,过母线的交点和底面相交的截面是等腰三角形.

## 知识点 7 圆台的概念及结构特征

### (1) 圆台的概念

用平行于圆锥底面的平面去截圆锥,底面与截面之间的部分叫做圆台.类似地,圆台也可以看作是直角梯形以垂直于底边的腰所在的直线为旋转轴,旋转一周所形成的旋转体.如图 1-1-8.

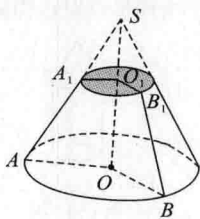


图 1-1-8

### (2) 圆台的相关概念

- ① 圆台的轴:旋转轴叫做圆台的轴(即上、下底面圆心的连线).
- ② 圆台的底面:截面和原圆锥的底面分别叫做圆台的上底面和下底面;也可以说垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做圆台的上、下底面.
- ③ 圆台的侧面:直角梯形中不垂直于底边的腰旋转形成的曲面叫做圆台的侧面.

**易** 知例 5-2 给出下列命题:①圆柱的底面是圆;②经过圆柱任意两条母线的截面是一个矩形;③连接圆柱上、下底面圆周上两点的线段是圆柱的母线;④圆柱的任意两条母线互相平行.其中正确命题的个数为( ).

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

**【解析】**本题的判断依据是圆柱的定义及结构特征.①正确;②和④中,圆柱有无数条母线,它们平行且相等,并且母线都与底面垂直,②和④正确;③中连接圆柱上、下底面圆周上两点的线段不一定与圆柱的轴平行,故③错.故选 C.

**【答案】**C.

**中** 知例 6-1 一个圆锥的高为 2,母线与轴的夹角为  $30^\circ$ ,则圆锥的母线长为\_\_\_\_\_.

**【解析】**先明确圆锥的相关概念,画出示意图,再利用直角三角形的知识求解.如图 1-1-19,设圆锥底面直径为  $AB$ , $SO$  为高, $SA$  为母线,由题意可知  $\angle ASO = 30^\circ$ ,所以在  $\text{Rt} \triangle ASO$  中,

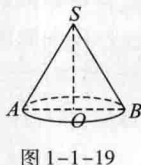


图 1-1-19

$$SA = \frac{SO}{\cos \angle ASO} = \frac{2}{\cos 30^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

**【答案】** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ .

**易** 知例 7-1 判断图 1-1-20 中的几何体是不是台体.为什么?

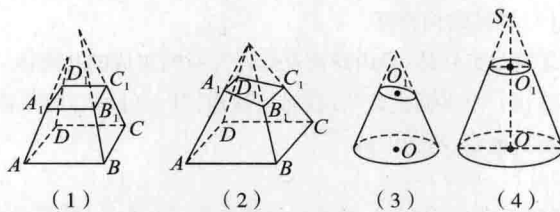


图 1-1-20

**【思路分析】**充分利用台体的结构特征进行判断.

**【解】**(1)(2)(3)都不是台体,因为(1)中  $AA_1, DD_1$  的延长线相交于一点,而  $BB_1, CC_1$  的延长线交于另一点,不能还原成锥体,故不是台体;(2)中上下两个底面不平行,故不是台体;(3)中  $\odot O$  与  $\odot O_1$  所在平面不平行,故不是台体;(4)是一个台体,因为它用平行于圆锥  $SO$  底面的平面截圆锥  $SO$  而得.

**【点拨】**判断一个几何体是否为简单的几何体,是哪类几何体,要紧扣简单几何体的结构特征,不能想当然作出判断.

**易** 知例 7-2 经过圆台母线的中点且平行于上、下底面的截面叫做圆台的中截面,如图 1-1-21,已知上、下底面的半径分别为  $r$  和  $R$ ,试求圆台中截面的半径.

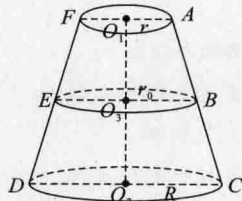


图 1-1-21

**【思路分析】**由圆台的性质可知其轴截面为等腰梯形,且  $BE$  为等腰梯形  $ACDF$  的中位线.

④圆台的母线:不垂直于底边的腰无论旋转到什么位置都叫做圆台的母线.

### (3) 圆台的记法

圆台用表示它的轴的字母表示,图 1-1-8 中的圆台表示为圆台  $OO_1$ .

### (4) 圆台的结构特征

①圆台的底面是两个半径不相等的圆,两圆所在的平面互相平行,平行于底面的截面都是圆.

②圆台的轴垂直于两底面,圆台的母线长都相等,每条母线延长后,都与轴交于同一点.

## 知识点 8 球的概念及结构特征(重点)

### (1) 球的概念

以半圆的直径所在的直线为旋转轴,半圆面旋转一周形成的旋转体叫做球体,简称球.如图 1-1-9.

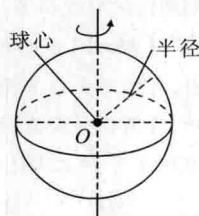


图 1-1-9

### (2) 球的相关概念

①球心:半圆的圆心叫做球的球心.

②半径、直径:半圆的半径叫做球的半径,半圆的直径叫做球的直径.

### (3) 球的记法

球用表示球心的字母表示,图 1-1-9 中的球表示为球  $O$ .

### (4) 球的结构特征

①球是旋转体,是由球面及其内部空间组成的几何体.

②用一个平面去截球,截面是圆面,其中过球心的平面截球面得到的圆,称为大圆.

**【点睛】**(1)球面也可看成空间中到定点(球心)的距离等于定长(半径)的所有点的集合(轨迹).

(2)用一个平面去截球,截面是圆面,而且球心和截面圆心的连线垂直于截面,球心到截面的距离  $d$  与球的半径  $R$  及截面圆的半径  $r$  有如下关系: $r = \sqrt{R^2 - d^2}$ .

## 知识点 9 简单组合体的概念及构成形式

### (1) 简单组合体的概念

由简单几何体组合而成的几何体叫做简单组合体.

### (2) 简单组合体的构成形式

有两种基本形式:一种是由简单几何体拼接而成;另一种是由简单几何体截去或挖去一部分而成.

**【点睛】**常见的几种组合体如下:

(1)多面体与多面体的组合体:即由两个或两个以上的多面体组合而成的几何体.

(2)多面体与旋转体的组合体:即由一个或一个以上的多面体与一个或一个以上的旋转体组合而成的几何体.

(3)旋转体与旋转体的组合体:即由两个或两个以上的旋转体组合而成的几何体.

**【解】**由平面几何知识可知, $BE = \frac{DC+AF}{2}$ ,

故圆台中截面的半径  $r_0 = \frac{r+R}{2}$ .

**【点拨】**理解“中截面”的概念和圆台的结构特征是解题的关键.

**易** 例 8-1 判断下列命题是否正确,并说明理由.

(1)空间中到定点的距离等于定长  $r$  的点的集合,构成半径为  $r$  的球面;

(2)空间中到定点的距离等于定长  $r$  的点的集合,构成半径为  $r$  的球;

(3)一个圆绕其直径旋转半周所形成的曲面围成的几何体是球;

(4)球的对称轴有无数条,对称中心也有无数个;

(5)用平面截球,随着平面角度不同,截面可能不是圆面.

**【解】**(1)正确.

(2)不正确,满足空间中到定点的距离等于定长的点仅仅构成一个球面,若将条件改为“小于或等于  $r$ ”即可得到半径为  $r$  的球.

(3)正确.

(4)不正确,对称中心只有一个,即球心.

(5)不正确,用平面去截球,无论平面角度如何变换,截面总是圆面.

**易** 例 8-2 在半径等于 13 cm 的球内有一个截面,它的面积是  $25\pi \text{ cm}^2$ ,求球心到这个截面的距离.

**【思路分析】**应用球的截面性质可以求解.

**【解】**设截面圆的半径为  $r$  cm.

因为  $\pi r^2 = 25\pi$ ,所以  $r = 5$ .

设球心到截面的距离为  $d$  cm,则

$$d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm}).$$

所以球心到截面的距离为 12 cm.

**易** 例 9-1 图 1-1-22 所表示的简单组合体,可由下面某个图形绕对称轴旋转而成,这个图形是( ).

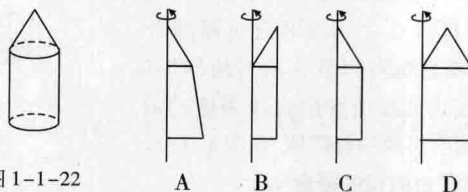


图 1-1-22

**【解析】**本题考查对简单组合体的认识.该组合体下部是圆柱,由矩形绕着它的一条边所在的直线旋转而成,上部是圆锥,由直角三角形绕着它的一条直角边所在的直线旋转而成,故这个图形是 C.

**【答案】**C.

## 要点拓展全解

## 拓展1 正棱锥和正棱台(难点)

|    | 正棱锥                                                                                                         | 正棱台                                                                                                                                     |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 概念 | 底面是正多边形,并且顶点在底面上的投影是底面的中心,这样的棱锥叫做正棱锥.例:如图1-1-23(1)是正五棱锥.                                                    | 由正棱锥截得的棱台叫做正棱台.例:如图1-1-23(2)是正四棱台.                                                                                                      |
| 特征 | ①各侧棱相等,各侧面都是全等的等腰三角形.各等腰三角形底边上的高相等,它叫做正棱锥的斜高.<br>②正棱锥的高、斜高和斜高在底面上的投影组成一个直角三角形;正棱锥的高、侧棱和侧棱在底面上的投影也组成一个直角三角形. | ①正棱台的侧棱相等,侧面是全等的等腰梯形,各等腰梯形的高相等,它叫做正棱台的斜高.<br>②正棱台的两底面以及平行于底面的截面是相似正多边形.<br>③正棱台的两底面中心连线、相应的边心距和斜高组成一个直角梯形;两底面中心连线、侧棱和两底面相应的半径也组成一个直角梯形. |

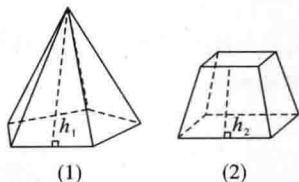


图1-1-23

## 拓展2 几种特殊的四棱柱及其相互关系(难点)

## (1) 几种特殊的四棱柱的概念

- ①平行六面体:底面是平行四边形的棱柱.
- ②直平行六面体:侧棱和底面垂直的平行六面体.
- ③长方体:底面是矩形的直平行六面体.
- ④正方体:棱长都相等的长方体.

## (2) 几种特殊的四棱柱之间的相互关系



## 拓展3 圆柱、圆锥、圆台的侧面展开图(重点&amp;难点)

## (1) 圆柱

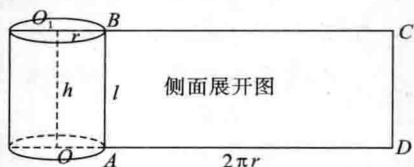


图1-1-24

## 题型诠释例解

## 难 要例1-1 下列命题:

- ①各侧面都是全等的等腰三角形的三棱锥必是正三棱锥;  
②三条侧棱都相等的棱锥是正三棱锥;③底面是正三角形的棱锥是正三棱锥;④顶点在底面上的投影既是底面三角形的内心又是外心的棱锥是正三棱锥.其中正确的有( ).

- A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个

【解析】正棱锥的概念包括两层:一是底面是正多边形;二是顶点在底面上的投影恰是底面正多边形的中心.两者缺一不可,由此可知②③不正确.对于①,虽然各侧面均为全等的等腰三角形,但未必是

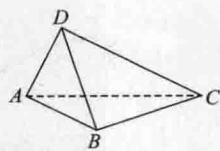


图1-1-27

正三棱锥,如图1-1-27,在棱锥 $D-ABC$ 中,已知 $DA=DB=BC=CA, AB=DC$ ,满足各侧面均为全等的等腰三角形,但它不是正三棱锥,所以①不正确.事实上,由顶点在底面上的投影是三角形的外心可知三棱锥的侧棱长相等.由顶点在底面上的投影又是三角形的内心可知顶点在底面上的投影是三角形的中心,且底面三边长相等,即该棱锥的底面是正三角形,所以此三棱锥是正三棱锥,故④正确.

【答案】B.

【点拨】准确理解正三棱锥的定义及其性质是解决此题的关键.

中 要例2-1 侧棱垂直于底面的棱柱叫做直棱柱,侧棱不垂直于底面的棱柱叫做斜棱柱,底面是正多边形的直棱柱叫做正棱柱,底面是平行四边形的直棱柱叫做平行六面体,侧棱与底面垂直的平行六面体叫做直平行六面体,底面是矩形的直平行六面体叫做长方体,棱长都相等的长方体叫做正方体.请根据上述定义解答下列问题:

(1)直四棱柱一定是长方体吗?

(2)正四棱柱一定是正方体吗?

(3)设 $P=\{\text{四棱柱}\}, Q=\{\text{平行六面体}\}, R=\{\text{正四棱柱}\}, M=\{\text{直平行六面体}\}, N=\{\text{长方体}\}, J=\{\text{正方体}\}$ ,则集合 $P, Q, R, M, N, J$ 之间有怎样的关系?

【思路分析】清楚各种特殊四棱柱的概念和相互关系是关键.

【解】(1)不一定.只有底面是矩形的直四棱柱,才是长方体.(2)不一定.只有侧棱与底面边长相等的正四棱柱,才是正方体.(3) $P \supsetneq Q \supsetneq M \supsetneq N \supsetneq J$ .

难 要例3-1 如图1-1-29(1),圆台的上、下底面半径分别为5 cm、10 cm,母线长 $AB=20$  cm,从圆台母线 $AB$ 的中点 $M$ 拉一条绳子绕圆台侧面转到 $A$ 点.求:

(1)绳子的最短长度;

如图 1-1-24, 在矩形  $OO_1BA$  中,  $OO_1=AB=h=l$ ,  $AO=r$ .

圆柱的侧面展开图是一个矩形, 在矩形  $ABCD$  中,  $AD=BC=2\pi r$ ,  $BD=\sqrt{l^2+4\pi^2 r^2}$ .  $BD$  的长度是从  $B$  绕圆柱侧面一周到  $A$  的最短距离.

## (2) 圆锥

如图 1-1-25, 在  $Rt\triangle OPA$  中,  $l^2=h^2+r^2$ .

圆锥的侧面展开图是一个扇形, 在扇形  $PAA'$  中,  $\widehat{AA'}=C_{\text{圆}O}=2\pi r$ .

$AA'$  的长度为从  $A$  出发绕圆锥侧面一周再回到  $A$  的最短距离.

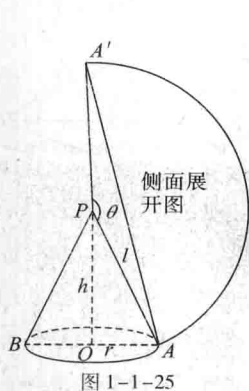


图 1-1-25

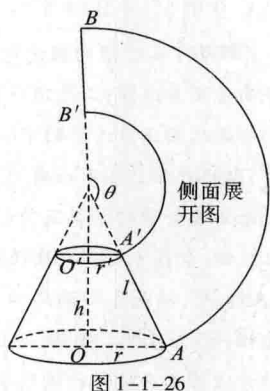


图 1-1-26

## (3) 圆台

如图 1-1-26, 在直角梯形  $OO'A'A$  中,  $l^2=h^2+(r-r')^2$ . 圆台侧面展开图是一个扇环, 在扇环  $AA'B'B$  中,  $\widehat{A'B'}=2\pi r'$ ,  $\widehat{AB}=2\pi r$ .

(2) 在绳子最短时, 上底圆周上的点到绳子的最短距离.

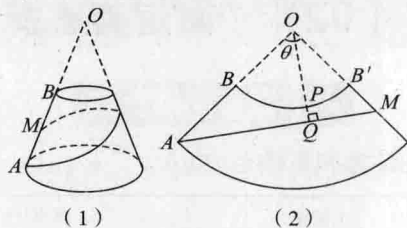


图 1-1-28

2012 · 山西晋城高三月考

【思路分析】(1) 如图 1-1-28(2), 利用圆台的侧面展开图, 求点  $A$  到  $M$  的线段长; (2) 只要求得圆台所在圆锥 (如图 1-1-28(1)) 的顶点  $O$  到  $AM$  的最小值  $OQ$ ,  $OQ-OB$  即为所求.

【解】(1) 如图 1-1-28(2), 侧面展开图的圆心角为  $\theta$ , 绳子的最短距离为侧面展开图中  $AM$  的长度, 其中,  $\theta=\frac{20}{40}\times 180^\circ=90^\circ$ ,  $l'=20$  cm,

所以  $OA=40$  cm,  $OM=30$  cm,

所以  $AM=\sqrt{OA^2+OM^2}=50$  (cm).

即绳子的最短长度为 50 cm.

(2) 过点  $O$  作  $OQ\perp AM$  于点  $Q$ , 交弧  $BB'$  于点  $P$ , 则  $PQ$  的长度为所求最短距离.

因为  $OA\cdot OM=AM\cdot OQ$ , 所以  $OQ=24$  cm.

故  $PQ=24-20=4$  (cm), 即上底圆周上的点到绳子的最短距离为 4 cm.

【点拨】利用侧面展开图将空间问题转化为平面问题是解决这类问题的常用方法, 注意灵活掌握.

## 03

## 考点方法整合

▶▶▶ 参考答案链接 P142

积累知识, 胜过蓄金

JILEIZHISHISHENGGUOXUJIN



## 典例方法解析

### 考点 1 空间几何体的识别 (偶考)

方法: 识别空间几何体的方法是要掌握各类型的空间几何体的定义和结构特征, 从而得出各类型空间几何体的判断条件, 识别时可采用画图验证、举反例等方法.

【例 1】如图 1-1-29, 能推断这个几何体可能是三棱台的是 ( ).

- A.  $A_1B_1=2, AB=3, B_1C_1=3, BC=4$
- B.  $A_1B_1=1, AB=2, B_1C_1=1.5, BC=3, A_1C_1=2, AC=3$
- C.  $A_1B_1=1, AB=2, B_1C_1=1.5, BC=3, A_1C_1=2, AC=4$
- D.  $AB=A_1B_1, BC=B_1C_1, CA=C_1A_1$

【解析】不妨设  $ABC-A_1B_1C_1$  是三棱台. 如图 1-1-29, 延长  $AA_1, BB_1, CC_1$  交于点  $O$ . 由  $ABC-A_1B_1C_1$  是三棱台可得  $A_1B_1\parallel AB, B_1C_1\parallel BC, A_1C_1\parallel AC$ , 所以  $\triangle OA_1B_1\sim\triangle OAB, \triangle OB_1C_1\sim\triangle OBC, \triangle OA_1C_1\sim\triangle OAC$ , 所以  $\frac{A_1B_1}{AB}=\frac{OB_1}{OB}=\frac{B_1C_1}{BC}=\frac{OC_1}{OC}=\frac{A_1C_1}{AC}$ , 即  $\frac{A_1B_1}{AB}=\frac{B_1C_1}{BC}=\frac{A_1C_1}{AC}$ . 将选项 A, B, C 中的数据代入验证可发现选项 C 满足条件. 当  $AB=A_1B_1, BC=B_1C_1, CA=C_1A_1$  时,  $ABC-A_1B_1C_1$  是三棱柱, 故 D 错.

【答案】C.

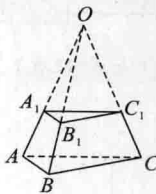
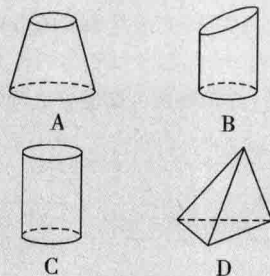


图 1-1-29



## 对应变式题练

题练 1-1 在下列图形中, 是圆柱体的是 ( ).



题练 1-2 下列说法中正确的是 ( ).

- A. 正方形绕一边所在直线旋转得到的旋转体是圆柱
- B. 夹在圆柱的两个平行截面间的几何体还是一个旋转体
- C. 圆锥截去一个小圆锥后剩余部分是圆柱
- D. 通过圆台侧面上一点, 有无数条母线