高等院校“十二五”规划教材

基础力学概论

Introduction to Fundamental Mechanics

◎张世全　编著

陕西师范大学出版总社有限公司

■ 国家自然科学基金项目（61072034）资助出版

基础力学概论

◎张世全　编著

Introduction to Fundamental Mechanics

陕西师范大学出版总社有限公司

图书代号 JC13N0464

图书在版编目(CIP)数据

基础力学概论 / 张世全编著. 一西安:陕西师范大学出版总社有限公司，2013.3

ISBN 978－7－5613－7024－7

Ⅰ. ①基… Ⅱ. ①张… Ⅲ. ①力学－高等学校－教材
Ⅳ. ①O3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 052298 号

基础力学概论

编　　著 张世全
责任编辑 叶向东　王伟勋
责任校对 王伟勋
封面设计 鼎新设计
出版发行 陕西师范大学出版总社有限公司
　　　　 (西安市长安南路 199 号　邮编 710062)
网　　址 http://www.snupg.com
经　　销 新华书店
印　　刷 陕西金德佳印务有限公司
开　　本 787mm×1092mm 1/16
印　　张 6.5
字　　数 110 千
版　　次 2013 年 3 月第 1 版
印　　次 2013 年 3 月第 1 次印刷
书　　号 ISBN 978－7－5613－7024－7
定　　价 15.00 元

内容简介

本书简单介绍了大学物理学中基础力学的基本原理及其应用，精选若干典型例题进行重点剖析，并提供足够的单元练习题，供读者练习。全书包括力学基本内容、力学典型例题和力学单元练习三部分，其中力学基本内容包括质点力学、刚体力学和振动与波。本书可供大专院校理工类、管理类学生使用，特别适合刚接触到大学物理这门课程的学生作为课外阅读使用。

前言

大学物理是大学教育中很多专业必修的一门重要基础理论课程。本课程所讲授的基本概念、基本理论和基本方法，对提高学生科学素养和培养学生人文情怀具有至关重要的作用。在大学物理课程中，力学部分首当其冲，虽然学生在中学物理中已建立了有关力学的部分基本概念，但由于力学中要用到矢量代数和微积分等数学工具来处理一般机械运动问题，加之经过物理教育工作者多年积累而形成的力学题目数量巨大，并且难度较大，这些题目必须通过一定的特殊处理和计算技巧才能得到求解，所以求解力学题目往往成为学生学好大学物理课程的拦路虎。本书正是为了解决这一问题而编撰的。读者如能对书中的基本内容、典型例题和单元练习进行细心领会、反复揣摩和强化训练，一定能收到事半功倍的学习效果。

本书分为三篇，第一篇为基础力学基本内容，第二篇为基础力学典型例题，第三篇为基础力学单元练习，书后还提供了基础力学单元练习参考答案、矢量代数和微积分的基本运算法则和公式、基础力学概念定律的英语表述及其相关词汇。建议读者在使用第一

篇和第二篇时，要与课程进度同步进行阅读，这样可以对课程内容及时消化吸收；使用本书第三篇和附录1时，应先自己解题，再看答案，这样效果更佳。对于一年级第二学期的大学生来说，矢量代数和微积分的基本运算法则和公式在高等数学课程中均已经学过，那么，附录2似乎多余；而对那些不熟悉数学工具的读者来说，附录2却能消除大部分数学障碍。

在本书编写过程中，得到许多老师、同事和研究生的帮助，在此一并表示感谢！

由于在本书编撰过程中时间仓促，加之作者水平有限，疏漏之处在所难免，敬请读者不吝赐教。

张世全

2013年2月

MULU 目录

第一篇 基础力学基本内容

第1讲 质点运动学

机械运动的基本形式有平动和转动。在平动过程中,若物体内各点位置没有相对变化,则可用物体上任意一点的运动代表整个物体的运动,将这一点称之为质点。质点是力学中研究平动的一个理想模型,它是只有质量而没有大小和形状的几何点。本讲介绍质点运动学和质点动力学的基本概念和规律。

1. 参考系 质点

自然界中所有的物体总是在不停地运动着,任何一个物体在空间的位置只能相对地确定,即运动具有相对性。因此,在研究物体间的相对运动时,必须事先选定某一个参照物体(或物体系),以便确定其他物体相对于这个物体的位置的变化。这个被事先所选定的参照体或彼此不作相对运动的物体系,称为参考系。一般地说,任何一个物体都可选为参照体,但是,一个物体的运动对于不同的参照系可表现为不同的运动情况。因此,只有在选定参照系的情况下,才能明确地说明物体的运动情况。

质点是具有一定质量而几何尺寸可以忽略不计的物体。这是经典力学的一个从实体中抽象出来的力学简化模型。能否把一个物体看作质点,取决于物体的尺寸和那些对于所研究的问题具有最重要意义的空间尺度相比是否足够小,还取决于所研究的运动特性。当一个物体的大小尺寸同该问题中所讨论的有关尺寸相比可以忽略不计,并不引起显著的误差时,就可把这个物体简化为一个质点。把物体看成质点来处理的力学称为质点力学。

2. 位置矢量 运动方程 位移

质点在空间的位置随时间变化的规律,在数学上可借助于同所选的参

照物系相固连的框架来精确、细致地描述，这个框架称为坐标系。选择合适的坐标系，可以简化物体的机械运动模式，便于探索运动规律。常用的坐标系有直角坐标系、极坐标系、自然坐标系、球面坐标系和柱面坐标系等。

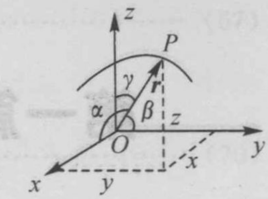

图 1-1

质点 P 在空间的位置，可用由坐标原点 O 指向质点 P 的一个矢量 $\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OP}$ 来表示。$\boldsymbol{r}$ 称为位置矢量（见图 1-1），位置矢量的大小和方向与参照系选择有关。当质点在空间运动时，位置矢量是时间的函数，可表示为

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k} \tag{1.1}$$

上式称为质点的运动方程。质点在 Δt 时间内的位置变化 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}'-\boldsymbol{r}$，称为位移。

3. 速度

瞬时速度，简称速度，是个矢量，用以定量地描述质点的位置矢量变化的快慢。运动质点的瞬时速度定义为

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \tag{1.2}$$

令 v_x、v_y、v_z 和 x、y、z 分别表示质点在时刻 t 的速度 $\boldsymbol{v}$ 和位矢 $\boldsymbol{r}$ 在各坐标轴上的投影，

$$v_x=\frac{dx}{dt},v_y=\frac{dy}{dt},v_z=\frac{dz}{dt} \tag{1.3}$$

即速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 在各坐标轴上的投影等于质点的相应坐标对时间的一阶导数。于是速度大小为

$$v=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}=\left|\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right|=\frac{ds}{dt} \tag{1.4}$$

速度大小亦称为速率，描述某瞬时质点运动快慢的程度，它总是一个正值，s 表示质点的运动路程。

4. 加速度

瞬时加速度，简称加速度，是个矢量，用以定量地描述质点速度在大小

和方向上随时间变化的快慢。质点在 t 时刻的加速度为

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\boldsymbol{a}_m=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} \tag{1.5}$$

设质点在 t 时刻的直角坐标为 x、y、z，速度 $\boldsymbol{v}$ 和加速度 $\boldsymbol{a}$ 在各直角坐标轴上的投影分别为 v_x、v_y、v_z 和 a_x、a_y、a_z，则由定义得

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2},a_y=\frac{dv_y}{dt}=\frac{d^2y}{dt^2},a_z=\frac{dv_z}{dt}=\frac{d^2z}{dt^2} \tag{1.6}$$

即加速度在各坐标轴上的投影等于速度的相应投影对时间的一阶导数，也等于质点的相应坐标对时间的二阶导数。加速度 $\boldsymbol{a}$ 的大小为

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

例 1.1 一个质点在 x 轴上作直线运动，运动方程为 $x=2t^3+4t^2+8$，式中 x 的单位为米，t 的单位为秒，求

(1)任意时刻的速度和加速度；

(2)在 $t=2$ s 和 $t=3$ s 时刻，物体的位置，速度和加速度；

(3) 在 $t=2$ s 到 $t=3$ s 时间内，物体的平均速度和平均加速度。

解：(1)由速度和加速度的定义式，可求得

$$v=\frac{dx}{dt}=\frac{d(2t^3+4t^2+8)}{dt}=6t^2+8t\ (\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d(6t^2+8t)}{dt}=12t+8\ (\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

(2) $t=2$ s 时

$$x=2\times2^3+4\times2^2+8=40\ (\mathrm{m})$$

$$v=6\times2^2+8\times2=40\ (\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

$$a=12\times2+8=32\ (\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

$t=3$ s 时

$$x=2\times3^3+4\times3^2+8=98\ (\mathrm{m})$$

$$v=6\times3^2+8\times3=78\ (\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

$$a=12\times3+8=44\ (\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

(3)

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{98-40}{3-2}=58\ (\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{78-40}{3-2}=38\ (\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

例 1.2 匀变速直线运动的特点为：加速度 a 不随时间变化。设 $t=t_0$ 时，$x=x_0$，$v=v_0$，求其速度和运动方程。

解：(1)由 $a=\dfrac{dv}{dt}$ 得 $dv=adt$

两边时同积分 $$\int_{v_0}^{v} dv=\int_{t_0}^{t} adt$$

即 $$v-v_0=a(t-t_0)$$

所以 $$v=v_0+a(t-t_0)$$

(2)由 $v=\dfrac{dx}{dt}$ 得 $dx=vdt=[v_0+a(t-t_0)]dt$

两边同时积分 $$\int_{x_0}^{x} dx=\int_{t_0}^{t}[v_0+a(t-t_0)]dt$$

所以 $$x=x_0+v_0(t-t_0)+\frac{1}{2}a(t-t_0)^2$$

从速度公式和运动方程中消去时间 t，可得

$$v^2-v_0^2=2a(x-x_0)$$

5. 自然坐标系

图 1-2 中，ABC 为质点轨迹，t 时刻质点 P 位于 B 点，$\boldsymbol{e}_\tau$、$\boldsymbol{e}_n$ 分别为 B 点的切向及法向的单位矢量，以 B 为原点，$\boldsymbol{e}_\tau$ 切向和 $\boldsymbol{e}_n$ 法向为坐标轴，由此构成的参照系称为自然坐标系。

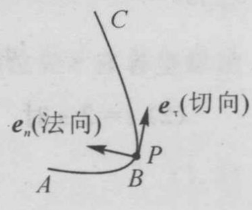

图 1-2

6. 曲线运动的切向加速度和法向加速度

在自然坐标系中，曲线运动的加速度可分解为切向加速度 $\boldsymbol{a}_\tau$ 和法向加速度 $\boldsymbol{a}_n$，即 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_n+\boldsymbol{a}_\tau$。此时，每个分量仅仅单独表示一种变化率，即法向加速度描述质点速度方向随时间变化的快慢，而切向加速度描述质点速度大小随时间变化的快慢，它们的表达式为

$$\begin{cases} \boldsymbol{a}_n=\dfrac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n} \\ \boldsymbol{a}_\tau=\dfrac{dv}{dt}\boldsymbol{\tau}=\dfrac{d^2s}{dt^2}\boldsymbol{\tau} \end{cases} \tag{1.7}$$

式中 ρ 为曲线在 B 点的曲率半径。

6. 相对运动

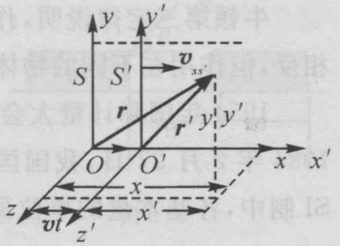

图 1-3

速度变换公式

$$v_{AS}=v_{As'}+v_{s's}$$

绝对速度等于相对速度加牵连速度；

加速度变换公式

$$a_{AS}=a_{As'}+a_{s's}$$

绝对加速度等于相对加速度加牵连加速度。

第 2 讲　牛顿运动定律

牛顿运动定律在中学物理中已详细学过，本讲在回顾的基础上略有提升。

1. 牛顿第一定律

$$F=0\text{ 时},v=\text{恒量} \tag{1.8}$$

牛顿第一定律反映物体的惯性，亦称惯性定律，它给出了力的概念，指出了力是改变物体运动状态的原因。

2. 牛顿第二定律

$$F=ma \tag{1.9}$$

式中 F 为合力，具有瞬时性和矢量性，解题时常写成分量形式

$$F=ma\Rightarrow\begin{cases}F_x=ma_x\\F_y=ma_y\text{（直角坐标系）}\\F_z=ma_z\end{cases}$$

$$F=ma\Rightarrow\begin{cases}F_n=ma_n=m\dfrac{v^2}{r}\text{（法向）}\\F_\tau=ma_\tau=m\dfrac{dv}{dt}\text{（切向）}\end{cases}\quad\text{（自然坐标系）}$$

3. 牛顿第三定律

$$F=-F'$$

牛顿第三定律说明，作用力与反作用力在同一直线上，大小相等，方向相反，但作用在不同的物体上。

1954 年国际计量大会决定 1978 年 1 月 1 日起实行国际单位制(SI 制)。1984 年 2 月 27 日，我国国务院颁布实行以 SI 制为基础的法定单位制。在 SI 制中，各基本量的单位见表 1.1。

表 1.1

长度	质量	时间	热力学温度	电流	物质的量	发光强度
米	千克	秒	开	安培	摩尔	坎德尔
m	kg	s	K	A	mol	cd

4. 几种常见的力

(1)万有引力：两个质点之间的万有引力可表示为

$$F = G_0 \frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{1.11}$$

即任何两个质点都要相互吸引，引力的大小和两个质点的质量 m_1、m_2 的乘积成正比，和它们之间距离 r 的平方成反比，引力的方向在它们连线方向上。

(2)弹性力：弹簧被拉伸或压缩时，其内部就产生反抗力，并企图恢复原来的形状，这种力称为弹簧的恢复力，简称弹性力。

(3)摩擦力：当一个物体在另一个物体表面上滑动或有滑动的趋势时，在接触面上有一种阻碍它们相对滑动的力，这种力称为摩擦力。

第 3 讲　功和能

本讲讨论力对空间的累积效应，得出质点系的动能定理、功能关系以及机械能守恒定律。

1. 功和功率

(1)恒力的功

$$A = \boldsymbol{F} \cdot \Delta \boldsymbol{r} = F\cos\theta \cdot |\Delta \boldsymbol{r}| \tag{1.12}$$

$0 \leqslant \theta < \frac{\pi}{2}$ 时，$A > 0$，力 $\boldsymbol{F}$ 对物体做了正功；

$\frac{\pi}{2}<\theta\leqslant\pi$ 时，$A<0$，力 $\boldsymbol{F}$ 对物体做的是负功；

$\theta=\frac{\pi}{2}$ 时，$A=0$，力 $\boldsymbol{F}$ 与位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 垂直，不做功。

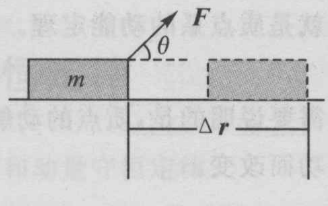

图 1-4

(2) 变力的功

在变力作用下，质点运动的轨迹通常为一曲线。在无穷小的元位移中，力的元功为

$$dA=\boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}=F|d\boldsymbol{r}|\cos\theta$$

质点由初始位置 a 经路径 l 运动到 b，力 F 做的总功为

$$A=\int dA=\int_a^b \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r} \tag{1.13}$$

(3) 功率

功率为单位时间力做的功，表示做功的快慢，其表达式为

$$P=\frac{dA}{dt}=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v} \tag{1.14}$$

已知功率计算功，可以将功率对时间积分，即

$$A=\int_{t_1}^{t_2} P dt$$

2. 质点的动能定理

(1) 质点的动能定理的微分形式

$$dA=\boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}=d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)=dE_k \tag{1.15}$$

(2) 质点的动能定理的积分形式

$$A=\int_a^b \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}=E_{kb}-E_{ka} \tag{1.16}$$

上式表示，合外力对质点所做的功等于质点动能的增量。动能是机械能的一种形式，是由于物体运动而具有的能量。动能取决于物体的运动状态，是状态量，称为态函数。动能定理启示我们，功是物体能量变化的一种量度。

3. 质点系的动能定理

所有外力对质点系做的功与内力做功之和等于质点系动能的增量，这

就是质点系的动能定理。质点系的动能定理可用公式表示为

$$A_{外}+A_{内}=E_{k2}-E_{k1} \tag{1.17}$$

需要说明的是，质点的动能既可以因为外力做功而改变，又可以因为内力做功而改变。

4. 质点系功能原理

外力与非保守力做功之和等于质点系机械能的增量，这称为质点系功能原理。质点系功能原理可用下式表示为

$$A_{外}+A_{内非保}=E_2-E_1 \tag{1.18}$$

5. 机械能守恒定律

对于只有保守内力做功的系统，系统的机械能是个守恒量。在机械能守恒的前提下，系统的动能和势能可以互相转化，系统各组成部分的能量可以互相转移，但它们的总和保持不变，这就是机械能守恒定律。

若 $$A_{外}+A_{内非保}=0$$

则 $$E_1=E_2=常量 \tag{1.19}$$

例 1.3 在图 1-5 中，劲度系数为 k 的轻弹簧下端固定，沿斜面放置，斜面倾角为 θ。质量为 m 的物体从与弹簧上端相距为 a 的位置以初速度 v_0 沿斜面下滑并使弹簧最多压缩量为 b。求物体与斜面之间的摩擦系数 μ。

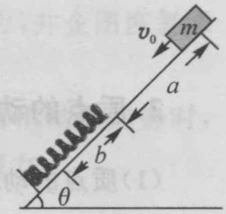

图 1-5

解：将物体、弹簧和地球视为一个系统，重力和弹力是保守内力，正压力与物体位移垂直不做功，只有摩擦力 F_k 为非保守内力且做功。根据系统的功能原理，摩擦力做的功等于系统机械能的增量，并注意到弹簧最大压缩时物体的速度为零，我们有

$$-F_k(a+b)=\left(\frac{1}{2}kb^2\right)-\left[\frac{1}{2}mv_0{}^2+mg(a+b)\sin\theta\right]$$

以及

$$F_k=\mu mg\cos\theta$$

解得

$$\mu=\frac{\frac{1}{2}mv_0{}^2+mg(a+b)\sin\theta-\frac{1}{2}kb^2}{mg(a+b)\cos\theta}$$

第4讲 动量与动量守恒定律

本讲讨论力对时间的累积作用，得出动量定理和动量守恒定律。

1. 冲量

冲量是力对时间的累积效应的量度，在时间间隔 Δt 内作用在质点上的力 $\boldsymbol{F}$ 的冲量为

$$\boldsymbol{I}=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\cdot dt \tag{1.20}$$

2. 质点的动量定理

$$\boldsymbol{I}=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\cdot dt=\int d\,\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}_2-\boldsymbol{p}_1=m\boldsymbol{v}_2-m\boldsymbol{v}_1 \tag{1.21}$$

其分量式为

$$\begin{aligned}I_x&=\int_{t_1}^{t_2}\sum F_x dt=p_{x2}-p_{x1}=mv_{x2}-mv_{x1}\\I_y&=\int_{t_1}^{t_2}\sum F_y dt=p_{y2}-p_{y1}=mv_{y2}-mv_{y1}\\I_z&=\int_{t_1}^{t_2}\sum F_z dt=p_{z2}-p_{z1}=mv_{z2}-mv_{z1}\end{aligned} \tag{1.22}$$

动量定理表明，在一段时间内质点动量的增量，等于在此段时间间隔内外力作用在该质点上的冲量。

例1.4　质量为 m 的铁锤竖直落下，打在木桩上并停下。设打击时间为 Δt，打击前铁锤速率为 v，则在打击木桩的时间内，铁锤受到平均合外力的大小是多少？

解：设竖直向下为正，由动量定理可得

$$\boldsymbol{F}\Delta t=0-m\boldsymbol{v}$$

所以

$$|\boldsymbol{F}|=\frac{mv}{\Delta t}$$

3. 质点系动量定理

由若干个质点组成的系统简称为质点系。质点系中各质点受到的系统