"十一五"国家重点图书

俄罗斯数学
教材选译

# 数学分析原理

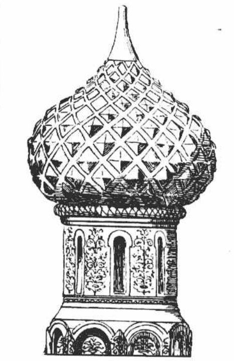
## (第一卷)(第9版)

□ Г.М. 菲赫金哥尔茨 著
□ 吴亲仁 陆秀丽 丁寿田 译

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

"十一五"国家重点图书





俄罗斯数学
教材选译

● 数学天元基金资助项目

# 数学分析原理

## (第一卷)(第9版)

SHUXUE FENXI YUANLI

□ Г. М. 菲赫金哥尔茨 著
□ 吴亲仁 陆秀丽 丁寿田 译



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

**Translation from the Russian language edition:**
**Basis of the mathematical analysis by Grigoriy Mikhailovich Fichtenholz**


**图书在版编目(CIP)数据**

数学分析原理：第9版. 第1卷／(俄罗斯)菲赫金哥尔茨著；吴亲仁，陆秀丽，丁寿田译. --2版. --北京：高等教育出版社，2013.3
(俄罗斯数学教材选译)
ISBN 978-7-04-034526-1

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①菲… ②吴… ③陆… ④丁… Ⅲ. ①数学分析 Ⅳ. ①O17

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第277437号

策划编辑 赵天夫　责任编辑 李 鹏　封面设计 赵 阳　版式设计 余 杨
责任校对 殷 然　责任印制 韩 刚

| | | | |
|---|---|---|---|
| 出版发行 | 高等教育出版社 | 网　　址 | http://www.hep.edu.cn |
| 社　　址 | 北京市西城区德外大街4号 | | http://www.hep.com.cn |
| 邮政编码 | 100120 | 网上订购 | http://www.landraco.com |
| 印　　刷 | 北京鑫丰华彩印有限公司 | | http://www.landraco.com.cn |
| 开　　本 | 787mm × 1092mm 1/16 | | |
| 印　　张 | 24 | 版　　次 | 1959年6月第1版 |
| 字　　数 | 357千字 | | 2013年3月第2版 |
| 购书热线 | 010-58581118 | 印　　次 | 2013年3月第1次印刷 |
| 咨询电话 | 400-810-0598 | 定　　价 | 59.00元 |

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

物 料 号 34526-00

# 《俄罗斯数学教材选译》序

从 20 世纪 50 年代初起, 在当时全面学习苏联的大背景下, 国内的高等学校大量采用了翻译过来的苏联数学教材. 这些教材体系严密, 论证严谨, 有效地帮助了青年学子打好扎实的数学基础, 培养了一大批优秀的数学人才. 到了 60 年代, 国内开始编纂出版的大学数学教材逐步代替了原先采用的苏联教材, 但还在很大程度上保留着苏联教材的影响, 同时, 一些苏联教材仍被广大教师和学生作为主要参考书或课外读物继续发挥着作用. 客观地说, 从解放初一直到 "文化大革命" 前夕, 苏联数学教材在培养我国高级专门人才中发挥了重要的作用, 起了不可忽略的影响, 是功不可没的.

改革开放以来, 通过接触并引进在体系及风格上各有特色的欧美数学教材, 大家眼界为之一新, 并得到了很大的启发和教益. 但在很长一段时间中, 尽管苏联的数学教学也在进行积极的探索与改革, 引进却基本中断, 更没有及时地进行跟踪, 能看懂俄文数学教材原著的人也越来越少, 事实上已造成了很大的隔膜, 不能不说是一个很大的缺憾.

事情终于出现了一个转折的契机. 今年初, 在由中国数学会、中国工业与应用数学学会及国家自然科学基金委员会数学天元基金联合组织的迎春茶话会上, 有数学家提出, 莫斯科大学为庆祝成立 250 周年计划推出一批优秀教材, 建议将其中的一些数学教材组织翻译出版. 这一建议在会上得到广泛支持, 并得到高等教育出版社的高度重视. 会后高等教育出版社和数学天元基金一起邀请熟悉俄罗斯数学教材情况的专家座谈讨论, 大家一致认为: 在当前着力引进俄罗斯的数学教材, 有助于扩大视野, 开拓思路, 对提高数学教学质量、促进数学教材改革均十分必要. 《俄罗斯数学教材选译》系列正是在这样的情况下, 经数学天元基金资助, 由高等教育出版社组织出版的.

经过认真选题并精心翻译校订, 本系列中所列入的教材, 以莫斯科大学的教材为主, 也包括俄罗斯其他一些著名大学的教材. 有大学基础课程的教材, 也有适合大学高年级学生及研究生使用的教学用书. 有些教材虽曾翻译出版, 但经多次修订重版, 面目已有较大变化, 至今仍广泛采用、深受欢迎, 反射出俄罗斯在出版经典教材方面所作的不懈努力, 对我们也是一个有益的借鉴. 这一教材系列的出版, 将中俄数学教学之间中断多年的链条重新连接起来, 对推动我国数学课程设置和教学内容的改革, 对提高数学素养、培养更多优秀的数学人才, 可望发挥积极的作用, 并起着深远的影响, 无疑值得庆贺, 特为之序.

李大潜

2005 年 10 月

# 序 言

《数学分析原理》是作为大学数学系一二年级学生的分析教科书而编写的; 因此也就把书分成两卷. 在编写本书时, 广泛地采用了我的三卷本《微积分学教程》的材料; 但为了要使本书接近于正式的数学分析教学大纲与讲课的实际可能性, 我已把这三卷中包含的材料加以精简与修改.

我给自己定下的任务是这样的:

1. 我认为在数学分析原理中主要的一个任务是要做到叙述上的*系统性*与在可能范围内的*严格性*. 为了使给予学生的知识有一定的系统, 我认为对于教科书来说, 材料的叙述有必要按照*逻辑的*顺序.

虽然如此, 但教本这样的编排仍然使讲课者在个别的地方 —— 从教学法着眼 —— 有可能放弃严格的系统性 (也许, 甚至使他更容易获得这种可能). 例如, 我自己在讲课中通常把那种对于初学者困难的东西, 如实数理论、收敛性原理或者连续函数的性质都稍稍延后.

2. 同时, 数学分析教程对于学生来说, 不应该只是一连串的 "定义" 与 "定理", 而应该是行动的指南. 必须教会学生把这些定理应用到实际中去, 帮助他们掌握分析的计算工具. 虽然这个任务大部分是落到分析的习题课上, 可是随着理论材料的叙述, 我也按照需要采用了一些例题; 例题为数虽不多, 但却是为了培养学生能自觉地做习题而选择的.

3. 大家知道, 数学分析无论在数学本身方面或在相近的知识领域方面都有着何等奇妙的与多种多样的应用; 学生以后将会时常碰到它们. 可是关于数学分析与其他数学分支, 以及与实际需要相联系的这种思想, 在研究分析原理时就应该为学生所通晓. 正因为如此, 所以一有可能, 我就引进了分析在几何上、在力学上以及在物理上与工程上的应用的例题.

4. 关于把分析计算一直算到求出数字的结果的问题, 在原则上与实用上有着同样的重要性. 因为只有在最简单的情况下, 分析上的问题才有 "准确的" 解或 "有限形式的" 解, 所以使学生熟悉近似方法的运用与学会作出近似公式都有其重要性. 在本书中也注意到了这一点.

5. 关于叙述本身方面, 我想作少许说明. 首先要提到的是极限概念, 它在分析的基本概念中占有主要的地位, 并且以各种形式出现而贯穿全部教程. 这种情况向我们提出了一项任务, 那就是要建立各种形式的极限的统一概念. 这不仅在原则上是重要的, 而且在实际上也是必需的, 为的是避免时常要重新建立极限的理论. 要达到这个目的, 有两条途径: 或者一开始就给出 "有序变量" 的最一般的极限定义 (例如, 照沙都诺夫斯基与摩尔 – 史密斯那样去做), 或者把各种极限归结为最简单的情形 —— 在编号数列上变化着的变量的极限. 第一种观点对初学者是不易理解的, 所以我采用了第二种观点: 每一种新形式的极限定义首先都用序列的极限给出, 然后才用 "$\varepsilon$–$\delta$ 语言" 给出.

6. 还要指出叙述上的一个细节: 在第二卷中, 讲到曲线积分与曲面积分时, 我提出了 "第一型" 的曲线积分与曲面积分 (恰好与沿无定向的区域的普通积分及二重积分相似) 和 "第二型" 的这些积分 (其中相似之处已经局部地失去了) 之间的区别. 根据多次的经验, 我深信这样的区分有助于更好地理解, 并且也便于应用.

7. 在对教学大纲所作的为数不多的补充中, 我把椭圆积分 (这是在实际上常遇到的) 简要介绍到书内, 并且有些时候提出了一些恰好要引用椭圆积分的问题. 使得那种由于解答一些简单问题养成的有害错觉 —— 仿佛认为分析计算的一些结果一定是 "初等式子", 从此消灭!

8. 在本书中各个地方, 读者可找到带有数学史性质的说明. 并且第一卷是以 "数学分析基本观念发展简史" 结尾的, 而在第二卷末载出了 "数学分析进一步发展概况". 当然, 这一切绝不是用来代替学生以后在一般的 "数学史" 教程中所要熟悉的数学分析的历史. 如果在上面提到的前一概述中涉及概念本身的来源, 那么带有历史意义的说明就在于使读者至少了解分析学历史中最重要的事件在年代上一般的次序.

我现在要把和刚才所说的密切有关的事直接告诉读者 —— 学生. 那就是, 书中叙述的次序是按照现代对于数学的严格性的要求安排的, 这种要求是在长时间内形成起来的, 因此, 叙述的次序自然和数学分析在历史上的发展所经过的道路有所不同. 如马克思所说: "…… 正如一切科学的历史进程一样, 在摸到它们的真正出发点之前, 总先走过许多弯路. 科学不同于其他建筑师, 它不只画出空中楼阁, 而且在它打下地基之前, 先造出房屋的各层."①

读者一开始研究分析学时就会遇到与此类似的情况: 本书第一章讲述 "实数", 第三章讲述 "极限论", 从第五章起才开始微分学与积分学的系统的叙述.

①马克思. 马克思政治经济学批判. 北京: 人民出版社, 1955: 30.

在历史上的次序恰恰是与此相反的: 微分学与积分学起源于 17 世纪, 而在 18 世纪发现了很多重要的应用, 有了进一步的发展; 在 19 世纪初, 极限论才成为数学分析的基础, 至于用来论证最精密的极限论原理的实数理论, 它的明晰概念一直到 19 世纪后半期才建立起来.

这部书总结了我在列宁格勒大学教数学分析的多年经验. 希望它对苏联青年将会是有用的.

Г. М. 菲赫金哥尔茨

# 目　录