中央人民政府高等教育部推薦

高等學校教材試用本

理論力學教程

上　册　第一分册

Л. Г. ЛОЙЦЯНСКИЙ, А. И. ЛУРЬЕ著

葉　逢　培　譯

商　務　印　書　館

中央人民政府高等教育部推薦
高等學校教材試用本

理論力學教程

上册 第一分册

Л. Г. 洛強斯基, А. И. 路爾葉著
葉逢培譯

商務印書館

本書係根據蘇聯國立技術理論書籍出版社(Государственное издательство технико—теоретической литературы)出版的洛強斯基(Л. Г. Лойцянский)和路爾葉(А. И. Лурье)合著"理論力學教程"(Курс теоретической механики)1948年版譯出。原書經蘇聯高等教育部審定爲高等工業學校教學參考書。

本書分兩册,上册包括靜力學和運動學,下册是動力學。中譯本上册又分兩個分册出版。

本書由北京航空學院葉逢培翻譯。

理論力學教程

上册 第一分册

葉逢培譯

★版權所有★

商務印書館出版

上海河南中路二一一號

中國圖書發行公司 總經售

商務印書館上海廠印刷

(51044·1A1)

1954年1月初版 版面字數153,000

印數1—10,000 定價¥7,800

上海市書刊出版業營業許可證出〇二五號

序　　言

這部理論力學教程是符合於高等工業學校教學大綱的要求而寫成的。

全書分爲兩册。上册包括靜力學和運動學，下册是動力學。

在敍述靜力學的理論部分時，我們到某一定程度盡量設法遵循着靜力學概念及其方法發展的歷史道路。正因爲如此，我們在最先四章中並沒有採用波索(Poinsot)的方法而寧可遵照伐里農(Varignon)及其先輩們的思想的精神。波索方法則在討論空間任意力系的簡化問題時被應用上。這樣的程序使得一開始能夠把力矩的概念提到首位，使得以後很容易闡明力偶的原理。在敍述圖解靜力學一章時，我們也企圖指出“索多邊形”，那種概念的發展程序。

運動學一篇乃是由我們以前的“理論力學”(1934年)一書的第一章經過很大修改而成的。修改得特別多的是質點運動學、剛體繞固定軸的旋轉、剛體的平面運動等那幾章。

在本書上册中引錄了一百多個習題，有些是從頭到尾解出的，有些附有題示；爲了發展學生實際解題的技能，是需要有這些習題的。這些習題都具有具體的力學意義，而不是爲了作數學練習的。這些習題的大部分有直接應用的意義。

本書採用了向量的敍述方法，而在敍述過程中添入了一些最少而必需的向量計算的知識。

目前這第四版理論力學教程上册，比較1940年那第三版，要充實得多，並且也修改了很多。

第一篇靜力學內最主要的補充是加進了敍述力平行四邊形法則的發展史及證明那一節。力的這一並不明顯的性質，通常總是以靜力學公理的方式表述，然而從波桑(Poisson)時起卻早就有了卓越而大有教

益的證明，這一證明，公正地說，可以認爲古典力學的傑作之一。我們就大膽地把這卓越的定理搬回到了現代力學教程之中。

關於摩擦力一節，也經過修改，添加了滾動摩擦，並討論了一些新問題，同時把解答寫成不等式，這種形式其實就是這類力的特徵。

在敍述力系簡化爲力螺旋這一問題中，在推演平面力系的平衡方程式中，以及其他等地方，也加以某些純粹方法上的簡化。

第二篇運動學中修改得最多的是關於剛體運動的一章。這裏我們給出了瞬時中心軌跡的滾動定理的解析法證明，又把這些定理的幾何法證明寫得更其精確：對於速度瞬時中心及加速度瞬時中心的概念，也加以深刻化，而且還着重指出瞬時中心本身與這中心於一定時刻在剛體圖形上所通過的點之間的區別；這使我們能簡單而明瞭地確定出平面圖形上一點的運動要素與瞬時中心軌跡的曲率之間的連繫〔塞伐利(Savary)定理，白來斯(Bresse)及拉格爾(Laguire)圓〕。把這些古典概念引入運動學教程中，無疑地在學習機構運動學時會有益處的。

我們在習題中給出了一些運動學的新的應用。以曲線座標表達一點的速度和加速度的公式，有一種很有趣的應用，就是根據一活動目標的運動規律去求追隨這目標的描準器的參數的變化。在平面運動和剛體一般運動幾章中，也加了新的習題；例如有關曲面滾動的習題，有關固定在它一點的自然座標軸上的剛體的運動的習題等等。下列幾章節則加以精簡：切線及法線加速度，平面運動，尤其是相對運動那一章。

Л. 洛強斯基

A. 路爾葉

理論力學教程

引　論

物體的最簡單而最容易觀察到的運動乃是它相對於周圍物體的位移，同時這物體的形狀和它各分子的位置又有改變(變形)。彈性體的運動就是這樣的，液體和氣體的各種運動也是這樣的，而所謂剛體的運動其實也是這樣的；在後一情況下變形很小，以至於通常把它忽略不計，於是研究運動就成爲研究物體位置的變化。**力學**就研究這些運動的規律，而這些運動本身常常稱爲**機械運動**。

物體的其他比較複雜而難以觀察的運動，則是分子運動，分子內部運動，以及原子內部運動，這些運動總合起來決定了物體中的熱、磁、電、光、化學及其他物理過程。廣義的**物理學**就研究這些現象的規律。

在力學與物理學之間，並不可能指出嚴格的分界線。當我們研究物體的外部機械運動時，常常要求助於物理學，並利用物理學的定律和方法；反過來說，雖然物理學在某些情況下不得不放棄普通力學的方法而採用自己的獨特方法(例如，統計法)，但物理學也廣泛地利用力學的定律和方法。

機械運動要研究的問題極其廣泛。這裏有機器的運動問題，運輸力學，結構力學，軍事技術，天文學和許多其他更專門的問題。

創造第一批槍砲和人工建築物的那個時代，大概可以認爲是最初經驗累積的開端，這些經驗，往後有必要一代傳給一代時，就作爲構成力學基本定律的基礎。力學與實際迫切問題之間的緊密連繫，說明了爲什麼力學與算學(特別是幾何)和天文學一起並列爲最古的科學。最早

發展的是力學中最簡單的部門，卽研究機械運動中最簡單情況的規律(物體相對靜止)的那一部門。這部分力學(靜力學)的發展與古代建築有着密切的關係。雖然最早傳下來的靜力學的文獻是屬於公元前五世紀的，但古代巴比倫和埃及的建築遺跡卻使我們相信大概在公元前幾千年，關於靜力學的初步知識已經在指導建築師了。

靜力學的基本任務本來是確定物體平衡的定律；因爲一切平衡都是由加在該系上諸力之間一定的關係而決定的，所以靜力學在研究平衡定律的同時，也成爲一般力的最初學說了。很久以後發現，靜力學中所建立的力作用的定律在機械運動的最普遍的情況中也能應用，於是靜力學就成力學更普遍部分——**動力學**——的特殊問題。

動力學把那關於物體相互機械作用的學說與關於物體相互運動的學說緊密地連繫起來了。這一力學部門的目的就是一方面研究物體間相互作用對於它們運動的影響，另方面研究運動對於物體相互作用的反影響。所以動力學是物體機械運動的普遍學說。

從闡明物體平衡的最簡單定律(靜力學)起，發展到建立運動的普遍定律(動力學)差不多經過了二十個世紀。動力學是在十六世紀與十七世紀交接的時候開始創立的。在創立動力學上起主要作用的是**伽利略**和**牛頓**。機械運動的性質的概括，卽我們現在所謂動力學的定律，只有在各式各樣的機械運動的經驗材料積累得很多，並且分析這種材料用的一般方法也確定之後，才可能發現。

這些紀錄、描述、並分析運動所用的方法，構成了力學另一特別部門——**運動學**——的題目，這些方法從上古起卽開始累積，最先主要是由於天文學(時間的概念)和幾何學(點運動曲線的形成)的創立，而後則由於最簡單的機器和機構的發展。動力學要連帶物體某些最簡單的物質性質和它們的相互作用去研究運動，而運動學則不然，它只包含**運動在某一段時間內的幾何性質**。運動學的目的是要整理出一些方法**從量的方面去計算物體相對位置的幾何特性隨時間的變化**。因此運動學的

可能範圍，正如幾何學一樣，受着極大的限制，但是它所給出的運動分析卻有巨大的意義。爲了強調運動學在力學其他部門中所起的作用，我們應當指出：當人們學會了估計運動速度的改變並找出了測量這種變化用的運動學度量——加速度之後，動力學才開始發展的。運動學與幾何學及數學一起，在力學中起了輔助作用，然而這作用是很大的。

力學的基本定律同樣適用於任何物體，無論這物體是剛體，液體，或是氣體。把力學的定律直接應用到變形體上（即彈性體，液體或氣體），當時就使我們創立了一些工程科學的基本科目——材料力學和水力學。大約在二十世紀初葉以前，只要應用一些敍述已知介質的特性的、最簡單的物理定律（例如，說明彈性體中力與變形之間關係的虎克定律，氣體壓力、密度、與溫度之間的關係，液體非壓縮性的假設等等），再應用理論力學的基本定理和方法以及某些補充經驗數據，力學便已經順利地適應了技術便在二十世紀以前向它提出的所有要求。

理論力學一些特殊部門（即構成科學重要部門的那些問題，如彈性力學，流體動力學，空氣及氣體動力學）在現代所特有的蓬勃發展，是與一些新技術問題的出現所要求的重新修正理論，有着密切的關係，這些新問題則與下列工程一起產生的：航空工程，大的造船工程，機械製造，高速度運輸，大的水力發電建築等等。

理論力學在目前仍舊是基礎，在這基礎上建立着一些力學的特殊學科——彈性力學，流體動力學，空氣及氣體動力學。這些力學部門的最重要的問題是由工程技術提出的，而這些問題的解法則歸源於理論力學。

第一分册目錄

靜 力 學

第一篇 靜力學

在引論中已經指出：靜力學同時旣是物體平衡的學說，又是力的學說的第一部分，所謂力的學說卽有關物體相互機械作用的規律的學說；力的學說的進一步發展則屬於動力學。靜力學之所以是動力學的特殊問題，不僅是因爲物體的相互平衡或靜止乃是它們相互運動的特殊情況；而更其重要的卻是因爲**力所服從的定律**(力的相加定律及分解定律，力系的簡化定律等等)，**無論當物體平衡時，或當它們相互運動時，都是一樣的**。這對於力學是非常重要的觀念將要在動力學中加以發展並論證，可是在現在這一篇中，我們將站在比較狹隘的觀點上，卽純粹靜力學的觀點上，並且在一切討論中不利用動力學的定律，而假定所討論的物體或物體系是處於平衡狀態的。我們在探求這種平衡狀態的條件時，總是取作用力爲那些當物體系已經處於平衡時所應當有的力；至於這物體系進入平衡狀態的過程，或相反地物體系脫離這一狀態那我們在這一篇中是不研究的。這些問題只有用動力學的方法才能研究。因此在本篇中不可能研究平衡穩定性的問題，這問題需要有物體系在它平衡位置附近的運動的知識，也就是說，要解動力學的問題。

究竟什麽是稱爲平衡狀態？

在絕大多數情況下，判斷一系統的平衡狀態是根據下列最簡單的標誌：一系統當平衡時是相對於它周圍物體靜止的。然而這種標誌並不夠普遍，而只是物體系平衡的更完備的定義的一種特殊情况，這更完備的定義是把平衡當作**物體系按慣性所作的運動**；慣性運動的最簡單的例子是：**點的直線等速運動，剛體的直線等速平移運動**，以及最後還有**剛體繞固定軸線的等速轉動**。因此物體在平衡時可能並不相對於它周圍的物體靜止，而是按慣性運動着。因爲根據物體的物質性質，它的慣性運動可能極其複雜，所以我們將祇限於上面所述的那些慣性運動例

子，而為了以後敍述起來簡單起見，我們將照例假設所討論的物體系當平衡時是相對於周圍物體靜止的，這種平衡也就是相對於這些周圍物體而言的。

以後所遇見的"物體平衡狀態"或更簡單些"物體狀態"或"系統狀態"等語就應當用這種意義去理解。

靜力學的敍述，以研究力系的普遍性質開始，首先是匯交於一點的力系，而後是位於平面上的力系，最後是空間任意力系，

第一章　作用在物體上的力的基本性質

§1. 作用在一點上的力的最簡單的性質，力的平行四邊形法則

物體互相作用時所發生的物理現象，其種類是極其繁多的。例如摩擦生電，化學反應，傳熱等等，這些都是一物體對另一物體作用時可能發生的現象。在力學中則研究相互機械作用，這作用的結果是產生物體運動狀態的改變。物體的這種相互作用稱爲力。我們在靜力學中可以滿意於這樣的力定義；更其精確的定義則已由牛頓在它的著作："自然哲學的數學原理"❶ 中擬定了；這定義將在動力學中給出。

力學史很難指出這種意義的力概念，即它在靜力學中所取的意義，是在什麼年代產生的。有些概念，如一物體對另一物體的壓力，障礙物的反作用，手上受到重物的壓力，以及最後還有拉力，都是與人的最初生理感覺有密切連繫的，而它們適當的概念和名詞也都老早知道了。在最古的靜力學文獻中，靜力這一概念已經是作爲完全習慣的觀念，同時不僅研究了這概念的性質方面，而且還對它作了數值上估計。力的基本要素：1)力的大小，2)力的作用方向，3)力的作用點，也同樣已經熟知了。力的大小或它的強度這一概念，顯然是由於一般的想測量幾何量及物理量而產生的。測量重力用的器具——秤——在公元前二千五百年前（古巴比倫時代）已經知道，而這些秤在構造上已經完全按照平衡原理造成。

但是，從這樣對力的實際應用，從純粹直覺靠經驗確定出力的零星性質起，要到達建立一切力（無論它是怎樣的本質和來源）都要服從的

---

❶ 伊薩克·牛頓（1642—1726）的這一著作奠立力學及天文學的基礎，最初於1687年以拉丁文在倫敦出版，書名爲"Principia mathematica philosophiae naturalis"。該書的俄文譯本係 A. H. 克雷洛夫（крылов）院士所譯；這譯本的第二版是在 1935 年由蘇聯科學院出版（A. H. 克雷洛夫院士全集，第七卷）。

統一的定律，卻還遠得很。

力的普遍理論，力的相加和平衡的基本定律，在很晚以後才出現。大概最古的靜力學的文獻是阿爾希德（公元前 400 年）的著作，在這著作中有滑車的學說。阿里斯多德（公元前 384—322 年）在“力學問題”中提出了一些靜力學問題，並且注意到了槓桿靜力學的“矛盾”（玄奧），然而還沒有給出這些問題的正確解答。從他某些敍述中，很顯然可以推知，當時關於加在一點上而有共同作用線的力的平衡觀念已經完全被公認了；但那些與習慣規律不符的情況卻使這位研究者大爲驚訝不已。比如，阿里斯多德就這樣寫道：“這眞奇怪，雖然也是自然地發生，但原因不知……。這樣的事情有，例如，小能克大，輕能舉重；例如所有我們稱爲機械的問題便是這樣的……。這眞是荒謬，小的力量居然推動重的物體……”。阿里斯多德對於這些槓桿及其他簡單機器的“玄奧”所給的解釋，是毫無根據的。

著名的阿基米德（公元前 287—212 年）最先試圖確定力的基本性質，並從這些性質得出結論。他在“De aequiponderantibus”（“論平衡”）一書中給出了槓桿理論。

下面我們來列舉並說明一些力的性質，這些性質，根據經驗的累積，有理由可以認爲是基本的性質，而且是可以公認的。這些基本性質如下❶。

性質 1. 作用於一已知點的力有一定的大小和方向；力的大小、方向、和作用點是力作用的唯一的特徵。

有些物理量不僅要說明它的數值而且還要說明它在空間內的方向，這樣的物理量稱爲**向量**❷，並用有方向的線段表示（圖 1），這線段的長度在所取的比例尺上等於該物理量的大小或強度。因而我們可以說力是向量，以後可以用向量表示力，我們將以粗體字母記力和一般的向量，而以普通體的同一字母記它的大小。

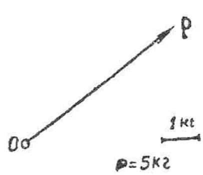

圖 1

從力作用的表現的觀點看來，完全可以不管這力的物理本質是怎樣的，即不論它是一物體對另一物體的壓力或是

❶ 許多理論力學教程〔如茹考夫斯基（Н. Е. Жуковский）卻潑略金（С. А. Чаплыгин），米先爾斯基（И. В. Мещерский），尼古拉伊（Е. Л. Николаи），等名人所著的理論力學〕中所給出的力的基本假設，在次序上和形式上都互不相同的。本書的敍述同樣也與其他作者所取的不同。

❷ 或稱“矢量”——譯者。

繩子所生的拉力，或是任何別種作用。力的機械作用完全決定於它的大小、方向、和作用點：**凡是大小相等、方向相同、並且有同一作用點的力，它們是彼此相等的**，也就是說，可以彼此互換而不改變現象。這裏我們最好對於一般所謂相等這一概念略爲說幾句話。說到兩個物理量的相等時，我們的意思並不是指它們在各方面都是絕對相等——衡等，而只是說在爲了作比較而預先選定的標誌方面。相對地相等。比如，我們說兩張三盧布的鈔票是相等的，那卻只是說它們的購買力是相等的，而其他方面，譬如說，這兩張鈔票的幾何形狀或別種標誌可絕不見得相等(例如它們的樣版和發行年份就可能不同)。

至於力也正是如此，我們稱兩個力相等時，並不肯定這兩力完全一式一樣(例如，對於重力和兩物體接觸而生的壓力來說)。所以有時不攏統地說力的相等，而說力在靜力學上相等，也就是說從靜力學效應的觀點看來是相等的，或者說另一種有限的相等。爲了簡略起見，我們以後還是採用通常的術語"相等"一詞。顯然，兩個在靜力學意義上相等的力，相當於兩個在幾何意義上"衡等"的向量。

性質 2. 一組作用在同一點上的幾個力，可以用一個力來代替；反之，一個力可以分解成作用在一點上的一組力。

這一經驗事實，就性質方面而言，在很早以前已經熟知了，並且在古代的實際工作中也廣泛地應用着(在建築技術中，在稱重量時，以及在其他情況中)。可是這個力的大小的求法——這力我們稱爲**合力**——卻只有在某些情況中才知道，即對於重力，以及更廣泛些，對於在同一直線上作用的力的那些情況。至於一般情況，即任意方向的一些力，則有一種意見認爲：按照古希臘人和埃及人的建築工程來推斷，他們對於力的合成和分解，卻只有一些性質上的觀念；而力的平行四邊形法則(參看下面)，他們是不知道的。

性質 3. 兩個有共同作用點並同方向的力的合力，仍然作用在同一點上，其大小等於兩分力大小之和，其方向也相同；兩

個有共同作用點而方向相反的力，其合力仍然作用在同一點上，大小等於兩分力大小之差，方向與較大力的方向相同(圖2 a 及 $б$)。❶

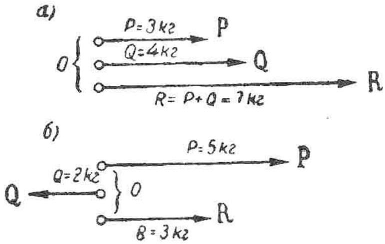

圖.2

從力的這一性質，首先可以推知；兩個大小相等、方向相反而有共同作用點的力，其合力等於零，也就是說有這樣兩個力時，在靜力學觀點看來，等於沒有。換句話說，這一力系不會改變物體的機械狀態（即靜止狀態，或已有的運動情況)。以後我們要時常利用這顯而易見的經驗事實；在有些情況下，只要有利，我們就要故意地在我們的問題討論中引入這樣一些互相平衡的力，或者反之，消去這樣一些互相平衡的力。

只要我們再承認下一性質，則上述力的第三性質就很容易推廣到任意個力的情況上去。

性質 4. 力的相加是服從於基本的交換律和結合律的。

這一法則在實際中總是廣泛地被應用。例如在稱重量時，一物的重量總認爲與秤上放砝碼的次序無關，這相當於交換律；大砝碼時常以一些小砝碼代替，其總和則等於原先砝碼之重，有時又反過來替換，這就相當於結合律。但應當指出：力的這一第四性質，只到十九世紀末才由法國著名幾何學家達爾蒲 (G. Darboux)清楚地表述出來。我們同樣把力的這一性質當作基本事實，並在以後的敍述中，無論對於同一方向的力或者任意方向的力，都要廣泛地利用這一性質。例如，應用力的第四性質，使我們能夠把第三性質推廣到任意個力的情況上。

下面我們進而表述靜力學的基本原理 —— 力的平行四邊形法則(定理)。

❶ 爲了顯明起見，圖上的力分開畫出。

作用在一點上而彼此間有一夾角的兩力，其合力仍然作用在該點上，合力方向沿該兩分力所構成的平行四邊形的對角線，構成平行四邊形時卽以這兩分力爲邊，合力的大小則由這對角線的長度來決定。

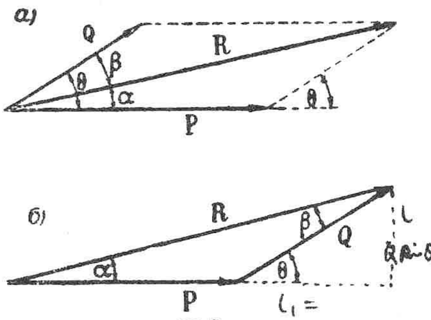

圖 3

按照這法則，把作用在一點上的兩力 P 和 Q（圖 3）相加，卽得一合力 R. 這合力的求法可以是作平行四邊形的對角線（圖 3, a），或者，爲了減省畫圖，略去平行四邊形的上面部分，卽作出三角形的第三邊（圖 3, $б$），這三角形的另兩邊是分力 P 和 Q。

合力的大小則由下列公式給出，

$$R=\sqrt{P^2+Q^2+2\,PQ\cos\theta}, \tag{1}$$

這公式當 $\theta=0$ 和 $\theta=180°$ 時，又重新變成力的第三性質。合力 R 的方向可以按下列公式用角度 α 和 β 去決定，α、β 是合力與分力 P 和 Q 所構成的角度：

$$\sin\alpha=\frac{Q}{R}\sin\theta,\qquad \sin\beta=\frac{P}{R}\sin\theta,\qquad \theta=\alpha+\beta. \tag{2}$$

反之，任何一力 R 沿兩個已定的方向（這兩方向與 R 的方向成 α, β 角）只能分解成唯一的兩個分力 P 和 Q. 這兩分力的大小可按下列公式去求，這公式是由(2)式推演而得的：

$$\left.\begin{aligned} P&=R\frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)},\\ Q&=R\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} \end{aligned}\right\} \tag{2'}$$

這兩分力的幾何作法也沒有什麼困難。

我們上面所討論的力的加法乃是**向量加法**的一種特例，向量加法從它的歷史上說來，也是由於幾個同類的物理向量（卽不僅有數值而且