

輕三測試技術

# 轻工测试技术

常作升 范福钧 主编

西安交通大学出版社

## 内 容 简 介

本书介绍了近代测试技术的基本理论知识，主要内容包括：信号描述、测试系统基本特性、常用传感器及数字传感器、中间变换器、记录显示仪器、测量信号的分析等。同时也介绍了轻工业中常见的典型机械、物理参数，如振动、噪声、物位、重量、压力、流量、温度、力和应力应变的测试方法。编写过程中紧密结合轻工业实践，列举了大量应用实例，从而突出了轻工特色。

本书系轻工业高等院校机械类专业教材，也可作为其他工程专业师生的教学参考书，还可供轻工业厂、研究院、所工程技术人员参考。

### 轻工测试技术

常作升 范福钧 主编

责任编辑 陈丽 高民军

西安交通大学出版社出版

(西安市咸宁路28号)

陕西省新华书店发行 各地新华书店经售

开本 787×1092 1/16 印张 29.125 字数 715千字

1989年12月第1版 1989年12月第1次印刷

印数：1—2500

ISBN 7—5605—0334—9/TS ·1 定价：5.57元

## 编者的话

本书系根据1987年12月召开的“轻工测试技术”教材研讨会制订的“轻工测试技术”课编写大纲和轻工业部下达的（88）轻教司字第（106）号教材编写计划而编写的试用教材。

“轻工测试技术”是为轻工机械类专业开设的一门技术基础课，通过对本课程的学习，生可掌握测试技术的基本理论以及常见参数的基本测试方法和仪器。本书前七章是按照组测试系统的基本环节建立的，其主要内容有：信号的描述；测试系统的基本特性；信号的取、转换、记录及显示分析等。后八章则是从实用出发，介绍轻工业中常遇到的各种参数具体测试方法，可以说是前七章理论的具体实践。编写中紧密结合轻工行业特点，结合轻业实际，突出轻工特色。

测试技术是一门涉及知识面非常广泛的应用学科，因而必须强调理论联系实际，并在教中处理好理论课讲授和实验课的关系。考虑到目前各轻工院校教学计划一般安排本课程为学时，实验一般安排6个的情况，又考虑到轻工各专业间测试参数种类差别甚大，教材内要兼顾各专业的特点，本教材后八章的内容，各专业可根据自己的特点，予以选讲，有些章可在毕业设计或专业课中作为专题单独讲解，有些可供学生自学。

测试技术是一门边缘学科，与许多课程联系密切。本课程的前修课是：物理学、工程数、电工学、控制工程基础等。

本书由八所轻工高等院校的教师协力编写，参加编写的同志有北京轻工业学院戴华忠、轻工业学院孙杰、西北轻工业学院姜风珍、天津轻工业学院许增朴、景德镇陶瓷学院鲍军、上海轻工业专科学校高晓康、无锡轻工业学院范福钧、郑州轻工业学院常作升、姚建、李东进、翁福敏。全书由常作升和范福钧同志主编。由北京轻工业学院乔伍元教授和戴忠、孙杰副教授主审。全书的插图由翁福敏、姚建松同志描绘。

本书编写过程中参考了一些兄弟院校的教材和讲义，在此谨表谢意。由于编者水平所限，中难免存在欠妥或错误之处，恳切希望读者给予批评指正。

常作升  
范福钧

88年11月

# 目 录

<b>绪论</b> .....	( 1 )
<b>第一章 信号及其描述</b> .....	( 5 )
§ 1 - 1 信号的分类.....	( 5 )
§ 1 - 2 周期信号与离散频谱.....	( 7 )
§ 1 - 3 非周期信号及其频谱.....	( 14 )
§ 1 - 4 随机信号描述.....	( 29 )
*§ 1 - 5 能量信号与功率信号的描述.....	( 32 )
<b>第二章 测试系统的基本特性</b> .....	( 34 )
§ 2 - 1 测试系统的数学模型.....	( 35 )
§ 2 - 2 测试系统的静态特性.....	( 36 )
§ 2 - 3 测试系统的动态特性.....	( 38 )
§ 2 - 4 常见测试系统的动态特性.....	( 50 )
§ 2 - 5 测试系统动态特性的测定.....	( 59 )
<b>第三章 传感器</b> .....	( 62 )
§ 3 - 1 电阻式传感器.....	( 62 )
§ 3 - 2 电感式传感器.....	( 70 )
§ 3 - 3 电容式传感器.....	( 75 )
§ 3 - 4 压电式传感器.....	( 80 )
§ 3 - 5 磁电式传感器.....	( 82 )
§ 3 - 6 光电式传感器.....	( 84 )
§ 3 - 7 其他类型传感器与探测器.....	( 87 )
§ 3 - 8 传感器选用原则.....	( 93 )
<b>第四章 中间变换器</b> .....	( 95 )
§ 4 - 1 电桥.....	( 95 )
§ 4 - 2 负载作用与阻抗匹配.....	( 101 )
§ 4 - 3 放大器.....	( 107 )
§ 4 - 4 调制与解调.....	( 111 )
§ 4 - 5 滤波器.....	( 118 )
§ 4 - 6 模拟、数字转换器.....	( 126 )
<b>第五章 记录显示仪器</b> .....	( 132 )
§ 5 - 1 概述.....	( 132 )
§ 5 - 2 笔式记录仪.....	( 133 )
§ 5 - 3 自动平衡式记录仪.....	( 134 )
§ 5 - 4 光线示波器.....	( 136 )

• 1 •

§ 5 - 5	磁带记录仪	(145)
§ 5 - 6	新型记录仪简介	(150)
<b>第六章</b>	<b>信号分析及其工程应用</b>	(155)
§ 6 - 1	时域相关分析及其应用	(155)
§ 6 - 2	频域功率谱分析及其应用	(165)
§ 6 - 3	幅值域概率密度函数分析及其应用	(173)
§ 6 - 4	数字信号的处理方法	(176)
<b>第七章</b>	<b>数字仪表简介</b>	(185)
§ 7 - 1	数字式传感器	(185)
§ 7 - 2	数字仪表的中间电路	(188)
§ 7 - 3	数字显示与打印	(193)
§ 7 - 4	数字仪表的应用	(194)
<b>第八章</b>	<b>振动的测试</b>	(198)
§ 8 - 1	单自由度系统的受迫振动	(198)
§ 8 - 2	振动的激励	(201)
§ 8 - 3	激振器	(207)
§ 8 - 4	测振传感器	(210)
§ 8 - 5	振动测量仪器	(220)
§ 8 - 6	频率响应函数的测试	(222)
§ 8 - 7	结构动态参数估计	(226)
§ 8 - 8	应用实例——工业缝纫机结构的频率特性测试	(230)
<b>第九章</b>	<b>噪声的测试</b>	(234)
§ 9 - 1	噪声的评价方法	(234)
§ 9 - 2	噪声测试仪器	(240)
§ 9 - 3	噪声测试中注意的问题	(244)
§ 9 - 4	应用实例	(249)
<b>第十章</b>	<b>物位与厚度测试</b>	(255)
§ 10 - 1	物位测试概述	(255)
§ 10 - 2	直读式液位测试装置	(255)
§ 10 - 3	差压式物位测试装置	(256)
§ 10 - 4	浮力式液位测试装置	(259)
§ 10 - 5	电量式物位测试装置	(262)
§ 10 - 6	光电式物位测试装置	(268)
§ 10 - 7	超声波式物位测试装置	(274)
§ 10 - 8	核辐射式物位测试装置	(276)
§ 10 - 9	厚度测试	(277)
<b>第十一章</b>	<b>重量测试</b>	(284)
§ 11 - 1	概述	(284)
§ 11 - 2	电子秤的组成、性能及称重传感器	(286)

§ 11 - 3	皮带电子秤.....	(301)
§ 11 - 4	容器电子秤.....	(312)
§ 11 - 5	动态电子轨道衡.....	(319)
§ 11 - 6	其它电子秤.....	(324)
<b>第十二章</b>	<b>压力测量.....</b>	(327)
§ 12 - 1	压力测量及压力敏感元件.....	(327)
§ 12 - 2	压力变送器及传感器.....	(330)
§ 12 - 3	压力测量系统的动态特性.....	(337)
§ 12 - 4	压力测量装置的标定.....	(339)
§ 12 - 5	真空测试.....	(342)
§ 12 - 6	压力测量的应用实例.....	(349)
<b>第十三章</b>	<b>流量测试.....</b>	(351)
§ 13 - 1	流量测量原理.....	(351)
§ 13 - 2	流量测量系统.....	(364)
§ 13 - 3	流量测量系统的定度.....	(366)
§ 13 - 4	流量测量的应用.....	(367)
<b>第十四章</b>	<b>温度的测试.....</b>	(369)
§ 14 - 1	温标及温度计的分类.....	(369)
§ 14 - 2	膨胀式温度计.....	(371)
§ 14 - 3	热电偶温度计.....	(374)
§ 14 - 4	电阻温度计.....	(383)
§ 14 - 5	辐射式温度计.....	(393)
<b>第十五章</b>	<b>力与应力、应变的测试.....</b>	(405)
§ 15 - 1	力的测量.....	(405)
§ 15 - 2	应力、应变的测量.....	(411)
§ 15 - 3	应用举例——滚压成型力的测试 .....	(434)
<b>附录 1</b>	<b>铂铑<sub>10</sub>——铂热电偶分度表.....</b>	(440)
<b>附录 2</b>	<b>镍铬——镍硅(镍铝)热电偶分度表.....</b>	(443)
<b>附录 3</b>	<b>镍铬——考铜热电偶分度表.....</b>	(446)
<b>附录 4</b>	<b>铑铂<sub>30</sub>——铂铑<sub>6</sub>热电偶分度表.....</b>	(448)
<b>附录 5</b>	<b>铂热电阻分度表 (<math>R_0 = 46\Omega</math>) .....</b>	(452)
<b>附录 6</b>	<b>铂热电阻分度表 (<math>R_0 = 100\Omega</math>) .....</b>	(454)
<b>附录 7</b>	<b>铜热电阻分度表 (<math>R_0 = 50\Omega</math>) .....</b>	(456)
<b>附录 8</b>	<b>铜热电阻分度表 (<math>R_0 = 100\Omega</math>) .....</b>	(457)

# 绪 论

## 一、测试的含义及其在轻工业中的重要作用

“测试”，顾名思义，包含测量和试验两方面。所谓“测量”，就是将被测的量和具有计量单位的标准量进行比较，从而确定被测量的量值的过程。在轻工业中，不仅要测量与运动和力有关的量，例如位移、速度、加速度、振动、噪声、力、力矩、功率、压力、流量、硬度、比重和粘度等，还要测量水分、密度、湿度和温度等物理量。所谓“试验”，就是对产品的零部件、整机结构或模型试样给予规定的负载，同时测量被测对象的某些物理量的变化，以便考查零部件、模型或试样的机械或物理性能，或测试其动态特征。

在轻工业生产中，测试的应用非常广泛，主要可归纳为下述几个方面：

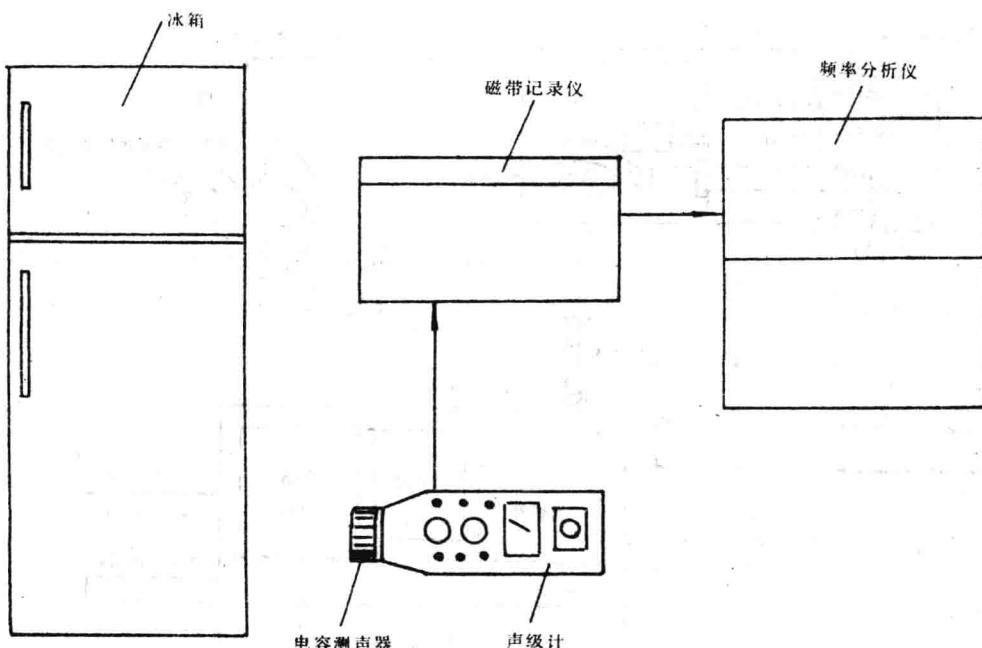


图 1 噪声测量系统

## 1. 检定产品质量

为了评定产品的质量是否合格，除主要技术参数外，还必须对与之有关的某些参数进行测试并检查其是否满足技术要求。比如：家用冰箱、空调器和风扇等产品出厂前要检验其噪声的大小（图1）；味精、咖啡和合成洗涤剂要检验其含水量的多少；包装物品要检验其重量的多少；烟草要检验其含尼古丁的数量……。

## 2. 提供试验结果，给出设计依据

通过对新材料进行试验可以得出新材料的机械性能参数（弹性模数、屈服极限、强度极限等），利用这些可靠的数据，就可以合理地、有效地进行强度设计。

结构的动态特性测试为设计低振动、低噪声、高转速、高抗振能力的设备提供了切合实际的设计数据，为现代设计理论提供了依据。

## 3. 监视或控制工艺流程参数的变化

为了使生产过程正常运行，必须使工艺流程中的有关参数保持在一定范围内，因而必须在生产过程中随时测量这些参数。在轻工生产中，物位、重量、压力、流量、温度、水分……

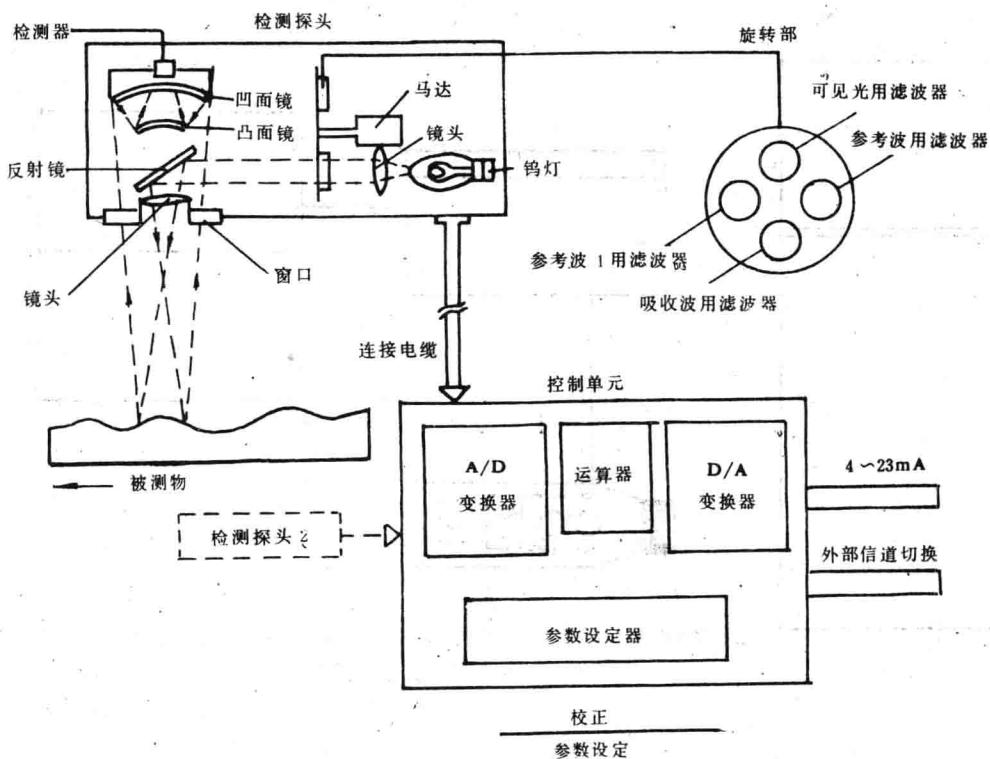


图 2 红外水分仪工作原理

等参数往往是要随时进行测量的。例如在食品、烟草、调味品、合成洗涤剂等产品的生产工艺流程中，水分就需随时进行监视及控制，图 2 给出了红外水分仪的工作原理。

旋转部上装有特定的光滤波器，将特定光波调制成一定频率的光波，经光学系统照射到被测物上。被测物含水量的多少影响着它对该种光波的吸收。检测器将接收到的反射光的强度变化转换为电信号，定量地测量电信号的大小，即可判断被测物含水量的多少。如果将检测器测得的电信号输入控制单元，控制单元还可根据所测水分的多少输出信号，去控制干燥机内的温度，从而达到自动控制产品水分的目的。

#### 4. 为科学研究、研制新产品、新技术服务

新技术、新工艺、新产品、新材料的不断涌现，对测试技术提出了进一步的要求。新的理论的验证要求仪器具有更高的精度和智能。一方面，新的测试技术的出现是科学技术发展的结果；另一方面，精确的测试又是促进科学技术发展的强有力工具。例如：声发射测试设备的发展与完善，使人们对材料中裂纹的孕育、发生、发展和断裂的过程有了详细的了解，从而使断裂力学得到进一步发展。又例如：谱分析仪器的出现和完善，给设备的振源分析提供了更方便、更准确的方法，对于降低设备噪声和振动，研制高精度加工机床等起了很重要的推动作用。如：食品工业中，食品香味的测试至今还是依靠个别有经验的专家的品评。倘若用各种味敏传感器来代替人们的味觉、嗅觉，这必然会推动食品工业的进一步发展。

## 二、测试系统的组成

测试系统通过传感器取得信号，经中间变换器传输给记录显示仪器，将信号显示出来，也可以传输给电子计算机，经数据分析处理后就能确定被测系统的参数状态并确定下一步工况。

一般测试系统的组成如图 3 所示。系统由被测系统、传感器、中间变换器和显示记录装置组成。有些测试系统还附有给被测系统施加“负载”的激发装置。

近年来，计算机技术的发展使测试系统更为完善。微计算机控制的测试系统日益增多，其主要构成如图 4 所示。微计算机能自动完成繁杂的测量步骤、数据处理、信息存贮、测量结果的记录显示等各种工作，并能输出与被测对象有关的信号，实现对被测对象的控制。

## 三、课程内容与要求

本课程的主要内容如下：

1. 测试技术的基本理论，它包括信号的时域、频域描述和测试系统的基本特性，还包括信号分析的基本概念。
2. 测试系统（传感器、中间变换器、显示记录仪器）各环节的基本工作原理。
3. 常见的典型参数测试。

学完本课程要求达到下述目标：

1. 掌握测试系统动、静态特性的评价方法和不失真测试条件。
2. 了解常用传感器、中间变换器和记录仪器的工作原理，并能在实际中正确选用。

3. 对一些典型参数的测试系统能有比上述更深一些的了解。比如：能利用商品化的仪器来正确组合测试系统；对测试系统的测量误差能进行粗浅的分析等。

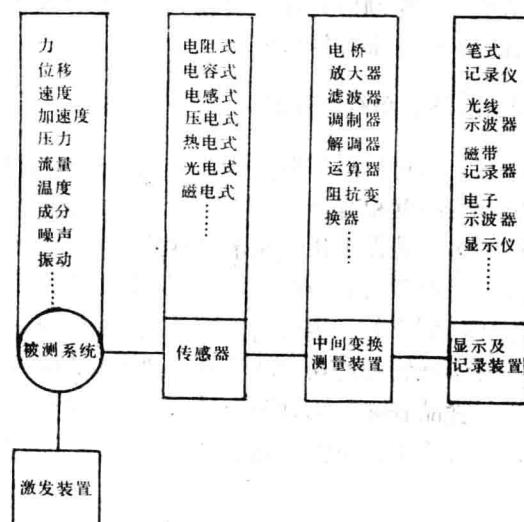


图 3 一般测试系统组成

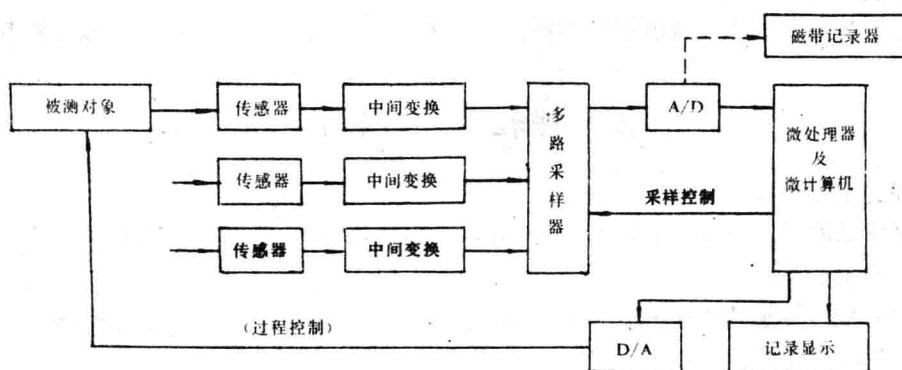


图 4 微计算机控制的测试系统

# 第一章 信号及其描述

在轻工业产品的生产、研究和开发的过程中，需要对许多的物理量进行测量、记录和分析。工程技术人员往往利用合适的仪器装置，把待测的物理量转换成为容易测量、记录并分析的电量，如电流、电压等。我们把这些能反映原始物理量，并随时间变化而变化的电压或电流称为电信号。显然，这样的信号与原始物理量之间存在着一定的对应关系，且包含着被测物理系统的状态或特性的某些有用的信息。通过对信号的认识，可进一步加深对物理系统的特性和工作状态的了解。

例如：在工业缝纫机噪声源识别课题的研究中，将从机头上各点测到的振动加速度和机头附近各测点测到的噪声分别转换成为电信号，并送到信号处理仪器或计算机中，按不同的要求进行处理后，便可从中找出与噪声有关的振动源。若采取相应的减振措施，即可降低噪声，使该产品的质量得以提高。

又如：在自行车车架的动载荷试验中，需要了解在路面不同情况下，车架应力集中处应力大小的分布及变化情况。于是，在三角形车架上的应力集中处贴上测量应力用的应变片，由人骑着，使车在不同的路面上行驶。这样，在车架应力集中处，就将人体的作用力和不平路面对自行车的激励响应转换成了电信号，并记录下来，然后送给计算机分析处理，即可得到该处应力大小的分布情况。这可为自行车结构优化设计提供有用的数据。

类似上述的试验和研究，在轻工行业中还有很多。因此，所测得的信号是多种多样的。为了能从这些信号中提取出有用的信息，我们首先应对这些信号有所了解。本章将对工程中所见到的各种信号给予分类并加以描述。有关更进一步的分析及应用的内容，将在第六章中讲述。

## § 1 - 1 信号的分类

通常，可将信号分为两大类，即确定性信号和非确定性信号。前者是指可以用明确的数学表达式表示的信号，比如人造卫星在轨道上围绕地球的运动、不平衡旋转机器的振动响应、电容器通过电阻放电时两端的势能、加热时的水温等等，这些信号基本上都是确定性的。动力学中集中参数单自由度无阻尼系统的运动是一更直观的例子，如图 1 - 1 所示。质量块振动时，位移量  $x(t)$  可用明确的数学表达式来描述。

$$x(t) = X_m \cos(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \phi_0) \quad (1 - 1)$$

式中  $X_m$  —— 振幅；  $\phi_0$  —— 初始相位；

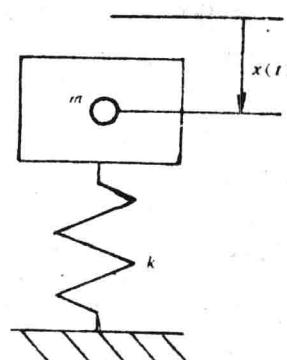


图 1 - 1 单自由度振动系统

$m$  ——质量;  $k$  ——弹簧常数;  $t$  ——时间。

式(1-1)表明了质量块在每一瞬时的位置。若用一传感器, 将 $x(t)$ 转换成为电信号, 记录分析后, 就能找到与原始物理量 $x(t)$ 所对应的幅值、频率和相位信息。

但是, 还有许多物理现象所产生的信号不是确定性的, 如天气温度的变化、噪声发生器输出的电信号、不平路面对行驶着的自行车所产生激励的大小等等, 都不能用明确的数学表达式来描述, 也就是说, 无法预测未来任一时刻信号的精确值。这些信号在性质上是随机的, 所以, 又称为随机信号。对这类信号, 只能用概率与数理统计的方法加以描述。

据上面所述, 信号的分类可以用方框(图1-2)来加以说明。

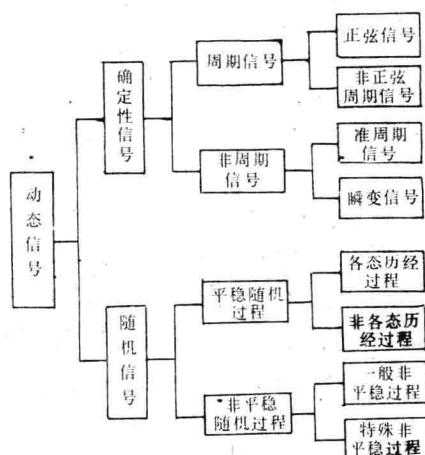


图1-2 信号的分类

在图1-2中, 我们看到: 确定性信号又可进一步分为周期信号和非周期信号; 随机信号按随机过程的理论, 又可分为平稳随机过程和非平稳随机过程两类。为了弄清这几类信号的特征, 下面分别进行描述。

在这之前, 要说明一点, 即无论是确定性信号还是随机信号, 它们都可能是连续的或是

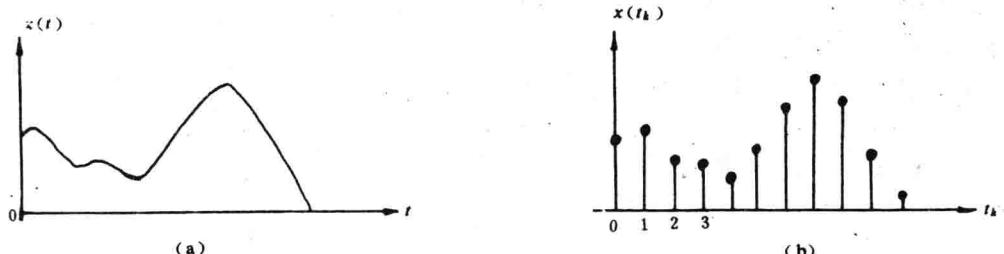


图1-3 连续信号与离散信号

(a) 连续信号;

(b) 离散信号

离散的。若信号是连续时间变量的函数，则该信号为连续信号，在工程中常称为模拟信号；若信号是离散时间变量的函数，则称该信号为离散信号，如图 1-3 所示。

通常，在工程中检测到的大多是连续信号。但若用计算机进行分析处理，则要先将连续信号进行离散，再将离散的信号进行数字化后才能进行。这种数字化的信号称为数字信号。

## § 1-2 周期信号与离散频谱

对于任何一个信号，都可以从时域、频域和幅值域等加以描述，意思是说，对一个事物，往往可以从它的不同侧面进行了解。当然，在这些侧面之间有着一定的内在联系。比如要说明振动信号的特征，可以从它的频率、波形或它的强度来描述。其频率就是频域的特征，波形就是时域的特征，强度则往往是幅值域的特征等等。

### 一、周期信号的定义

定义：若信号  $x(t)$  对所有时间  $t$  都有下式成立

$$x(t + nT) = x(t) \quad (1-2)$$

式中  $n$ ——任意整数；

$T$ ——正常数。

则称它为具有周期  $T$  的周期信号。

最简单的周期信号如式(1-1)所示的正弦信号，其一般表达式为

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi_0) \quad (1-3)$$

式中  $A$ ——振幅；

$\omega$ ——角频率 ( $\omega = 2\pi f$ )， $f$ ——频率，

$$f = \frac{1}{T};$$

$\phi_0$ ——初相角。

如图 1-4(a) 所示。

在工程中，还会遇到许多非正弦的周期信号，如图 1-4(b) 所示的工业缝纫机机头上某点的振动加速度信号，以及矩形脉冲序列、三角波、锯齿波等等（图 1-4(c)、(d)、(e)）。

对于正弦信号，它只有一个单一的频率分

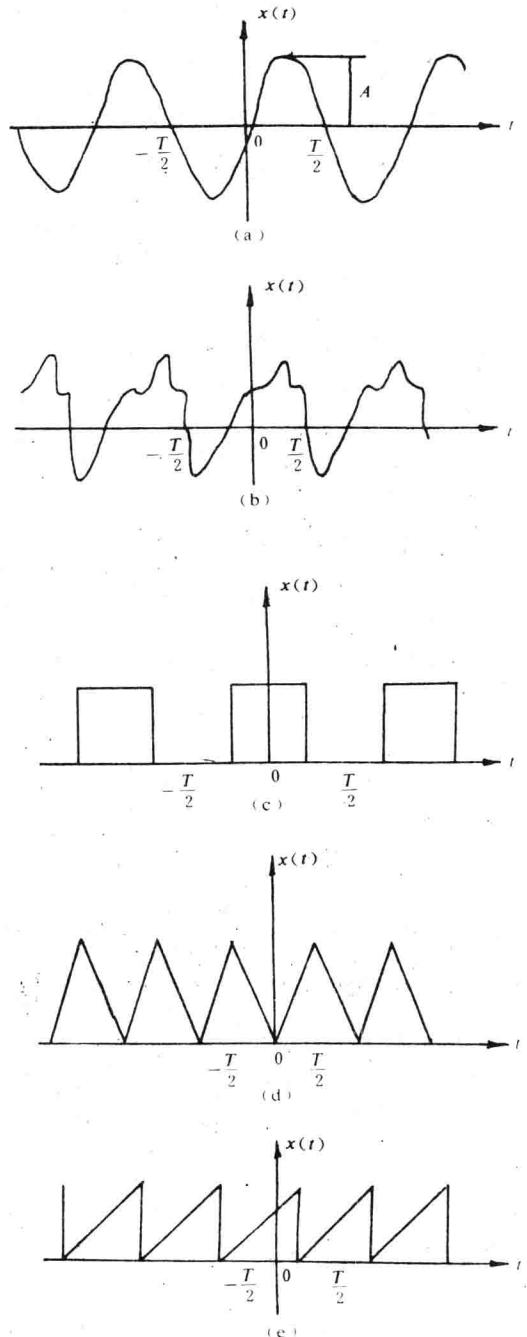


图 1-4 周期信号

(a) 正弦信号；(b) 非正弦周期信号；

(c) 方波信号；(d) 三角波信号；(e) 锯齿波信号

量；而对于非正弦周期信号，它们在时域上可以用波形或  $x(t)$  的时域函数来描述，在频域将如何描述呢？下面，我们将讨论这一问题。

## 二、非正弦周期信号的分解

由高等数学可知：

任何一个周期为  $T$  的函数，当其在  $(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2})$  内满足狄立克莱 (Dirichlet) 条件时，都可分解为收敛的三角级数，即傅立叶级数。其表达式为

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (1-4)$$

$n = 1, 2, 3, \dots$

$$\left. \begin{aligned} \text{式中 } a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt \\ b_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

上面各式中， $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_0$ ，称为基波的角频率， $a_0$ 、 $a_n$ 、 $b_n$ ，称为傅立叶系数。

可以将式 (1-4) 写成更简洁的形式

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n) \quad (1-6)$$

$n = 1, 2, 3, \dots$

$$\left. \begin{aligned} \text{式中 } A_n &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \\ \theta_n &= -\arctg \frac{b_n}{a_n} \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

由式 (1-6) 可以清楚地看到：一个非正弦周期信号可由一个直流分量  $a_0$  和  $n$  个甚至无穷多个不同幅值的谐波分量  $A_n$  叠加而成。

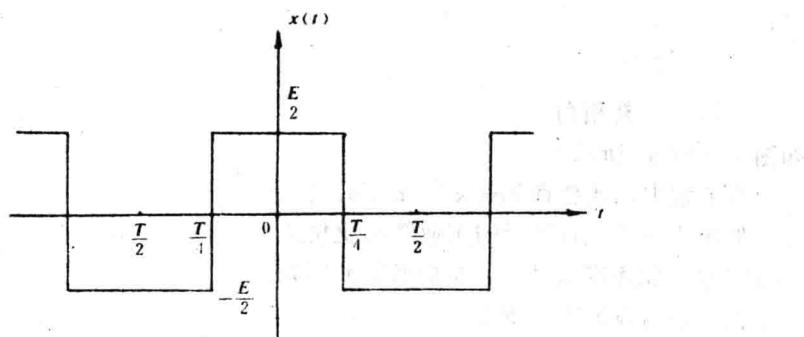


图 1-5 周期方波信号

例 1 - 1 用傅立叶级数分解图 1 - 5 所示的周期方波信号。该信号在一个周期内的数学表达式为

$$x(t) = \begin{cases} \frac{E}{2} & |t| \leq \frac{T}{4} \\ -\frac{E}{2} & |t| > \frac{T}{4} \end{cases} \quad (1-8)$$

解 根据式(1-4)和(1-5), 得

$$\begin{aligned} a_0 &= 0; \quad b_n = 0; \\ a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt \\ &= \frac{2E}{T} \left( \int_0^{\frac{T}{4}} \cos n\omega_0 t dt - \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} \cos n\omega_0 t dt \right) \\ &= \frac{2E}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{2E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos n\omega_0 t \\ &= \frac{2E}{\pi} \left( \cos \omega_0 t - \frac{1}{3} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \cos 5\omega_0 t - \dots \right) \\ &\quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (1-9)$$

由式(1-9)可以看到: 周期方波含有基波(一次谐波)、三次谐波、五次谐波等奇次谐波分量, 幅值则以  $\frac{2E}{n\pi}$  递减,  $n$  越大, 幅值则越小。

在工程实践中, 为了更清楚地描述周期信号, 往往采用频谱图来表示信号的频率特征。

### 三、周期信号的频谱

前面已经说明: 对任何一个满足狄立克莱条件的周期信号, 都可用傅里叶级数分解成为直流分量  $a_0$  和无限个谐波分量之和; 各次谐波的幅值  $A_n$  和初相位  $\theta_n$  都可由式(1-5) 和式(1-7)求出。当  $n = 1$  时, 即  $A_1 \cos(\omega_0 t + \theta_1)$ , 称为基波或一次谐波, 其余各次谐波依次称为二次、三次、……谐波。由于振幅  $A_n$  和初相位  $\theta_n$  均为  $n\omega_0$  的函数, 所以,  $A_n \sim n\omega_0$  之间的关系可用幅频谱图来表示,  $\theta_n \sim n\omega_0$  之间的关系可用相频谱图来表示, 两者统称为频谱。

例 1 - 2 利用例 1 的结果, 作出图 1 - 5 所示周期方波信号的频谱图。

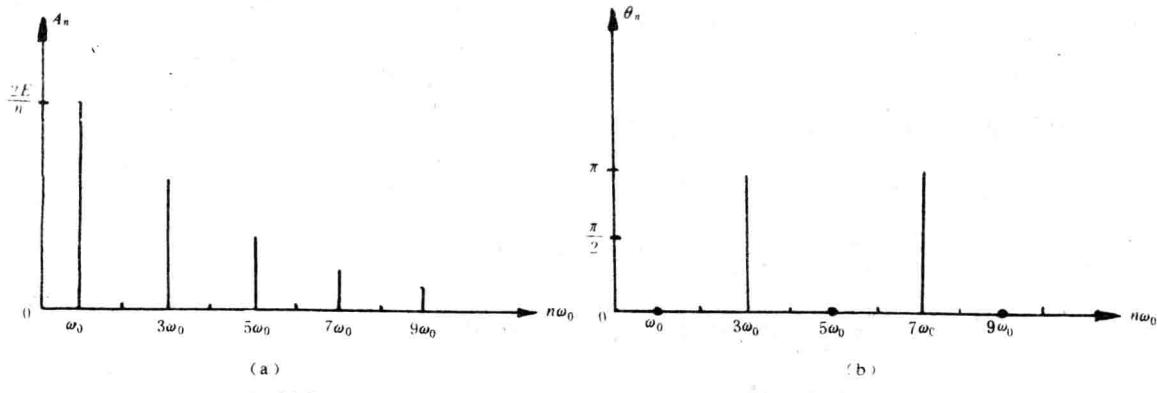
解: 例 1 的结果为:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{2E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos n\omega_0 t \quad n = 1, 2, 3, \dots \\ &= \frac{2E}{\pi} \left( \cos \omega_0 t - \frac{1}{3} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \cos 5\omega_0 t - \dots \right) \end{aligned}$$

或者写成:

$$x(t) = \frac{2E}{\pi} \left[ \cos \omega_0 t + \frac{1}{3} \cos (3\omega_0 t + \pi) + \frac{1}{5} \cos (5\omega_0 t + \dots) \right] \quad (1-10)$$

于是得其频谱，如图 1-6 所示。由于各谐波的初相为 0 和  $\pi$ ，所以其图很简单。



(a) 幅频谱图:

(b) 相频谱图

图 1-6 方波信号的频谱

由频谱图可知，周期信号的频谱具有如下三个特点：

1. 这种频谱是由一条条离散的谱线组成的，每根谱线代表一个正弦分量，称为**离散性**。
2. 每一条谱线只能出现在基波频率  $\omega_0$  ( $n = 1$ ) 的整倍数的频率上，称为**谐波性**。
3. 各条幅频谱线的高度，随谐波次数的提高，一般是逐渐减小的。当谐波次数无限增高时，其分量的幅值将无限小，称为**收敛性**。

在实践中，一般只考虑信号中各频率分量的幅值，而忽略相频图，仅以幅频图表示频谱。

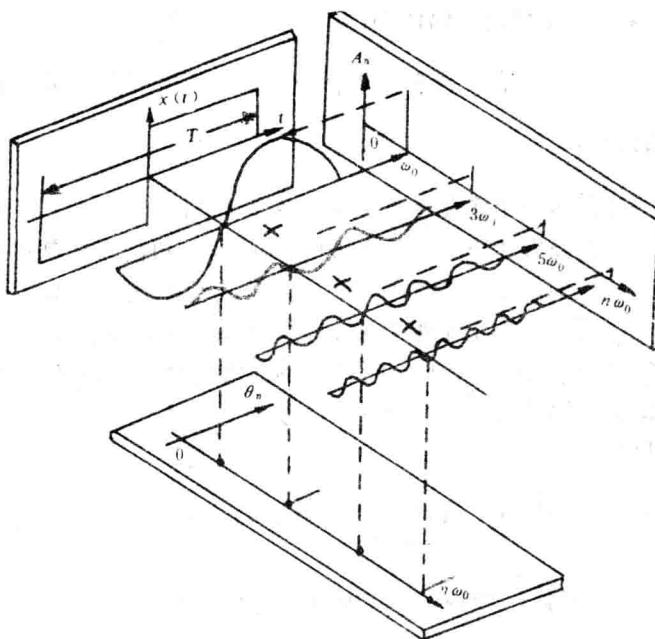


图 1-7 周期信号的时域及频域表示