



教育部经济管理类核心课程教材

# Operations Research

# 运筹学

▶▶ 徐渝 李鹏翔 郑斐峰 编著



教育部经济管理类核心课程教材

# Operations Research

# 运筹学

▸▸ 徐 渝 李鹏翔 郑斐峰 编著



中国人民大学出版社  
· 北京 ·

## 图书在版编目 (CIP) 数据

运筹学/徐渝等编著. —北京: 中国人民大学出版社, 2013. 8  
教育部经济管理类核心课程教材  
ISBN 978-7-300-17682-6

I. ①运… II. ①徐… III. ①运筹学-高等学校-教材 IV. ①022

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 211219 号

教育部经济管理类核心课程教材

### 运筹学

徐 渝 李鹏翔 郑斐峰 编著

Yunchouxue

---

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号

邮政编码 100080

电 话 010-62511242 (总编室)

010-62511398 (质管部)

010-82501766 (邮购部)

010-62514148 (门市部)

010-62515195 (发行公司)

010-62515275 (盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com>(人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 北京鑫丰华彩印有限公司

规 格 185 mm×260 mm 16 开本

版 次 2013 年 9 月第 1 版

印 张 18.25 插页 1

印 次 2013 年 9 月第 1 次印刷

字 数 390 000

定 价 36.00 元

---

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换

# 前 言

运筹学是应用系统的、科学的和数学分析的方法，通过建模、检验和求解数学模型来获得最优决策的科学。它将工程思想和管理思想相结合，主要以定量分析为主来研究管理问题，是经济管理类本科/硕士各专业不可或缺的学科基础课。

运筹学课程要求学生掌握运筹学整体优化的思想和若干定量分析的优化技术，以便能正确应用各类模型分析和解决并不十分复杂的实际问题。运筹学教学是培养和提高本科生/硕士生科学思维、实践技能和创新能力等综合素质的有效途径。通过“运筹学”的课程训练，可以为学生未来深造和今后从事科学研究打下坚实的定量分析基础。

本教材强调基本概念、基本原理、基本方法与基本技能的训练，对相对成熟的运筹分支力求做到概念准确、原理清楚、求解方法熟练，并注重创新应用；强调将知识的传授、能力的培养和素质的提高结合起来，倡导更新思维、激活知识、挖掘潜能的创造性教育方法；强调科学思维、科学方法、实践技能和创新能力的综合培养。

本教材适合理论教学64个学时，其中包括8个学时的上机实验；实践教学32个学时，其中包括6个学时的课堂研讨；作业布置12~16次，中间可穿插小组讨论。理论教学中，排队论和库存论内容可根据学时的具体情况进行取舍。实践教学可采取小组课程设计形式，要求学生选择自己身边的运筹学问题、理论教学中的研讨专题或 *Interfaces* 杂志上的运筹学获奖应用文章，进行适度研究并进行交流讨论和答辩考核。上机实验主要是学习和掌握相关的运筹学工具软件。“运筹学”课程的前期基础课为高等数学、线性代数和概率论。

本教材是在徐渝教授主编的两套运筹学教材（《运筹学》（上），清华大学出版社，2005；《运筹学》，陕西人民出版社，2007）的基础上经过修订和改编而成的。本教材继承了原有教材的特色和优点，而且在2006—2012年的近十轮教学实践中广泛征求教师和学生意见和建议并予以采纳。在教材内容上，兼顾了两套教材的核心内容，以满足本科教学和工程硕士（专业学位）教学的需要；在编著风格上，强化了常见疑难之处的讲解叙述，特别提供了用于帮助理解的示意插图，更新了部分陈旧内容，增强了文字表达的可读性，改编和增加了部分习题，强调了练习题的层次递进特点；在实

实践教学上，修订了原有的选题指导和建议，更新了部分实例和学生实践习作。本教材编写的宗旨是方便教师使用，易于读者理解。

感谢西安交通大学“运筹学”精品课程小组成员对教材编写的帮助和支持，感谢历届本科生和工程硕士学员在课堂教学和实践教学中提出的宝贵意见和建议，他们在作业、小组讨论和实践答辩中提出的问题是改进教学与教材的动力源泉。

编者

## 教师教学服务说明

中国人民大学出版社工商管理分社以出版经典、高品质的工商管理、财务会计、统计、市场营销、人力资源管理、运营管理、物流管理、旅游管理等领域的各层次教材为宗旨。

为了更好地为一线教师服务，近年来工商管理分社着力建设了一批数字化、立体化的网络教学资源。教师可以通过以下方式获得免费下载教学资源的权限：

在“人大经管图书在线”（[www.rdjg.com.cn](http://www.rdjg.com.cn)）注册，下载“教师服务登记表”，或直接填写下面的“教师服务登记表”，加盖院系公章，然后邮寄或传真给我们。我们收到表格后将在一个工作日内为您开通相关资源的下载权限。

如您需要帮助，请随时与我们联系：

中国人民大学出版社工商管理分社

联系电话：010-62515735，62515749，82501704

传 真：010-62515732，62514775                      电子邮箱：[rdcbsjg@crup.com.cn](mailto:rdcbsjg@crup.com.cn)

通讯地址：北京市海淀区中关村大街甲 59 号文化大厦 1501 室（100872）

教师服务登记表

姓名	<input type="checkbox"/> 先生 <input type="checkbox"/> 女士		职 称		
座机/手机			电子邮箱		
通讯地址			邮 编		
任教学校			所在院系		
所授课程	课程名称	现用教材名称	出版社	对象（本科生/研究生/MBA/其他）	学生人数
需要哪本教材的配套资源					
人大经管图书在线用户名					
院/系领导（签字）： 院/系办公室盖章					

# 目 录

绪论 .....	1
<b>第 1 章 线性规划与单纯形法</b> .....	8
§ 1.1 线性规划的概念 .....	8
§ 1.2 线性规划的各种解及其性质 .....	13
§ 1.3 单纯形法 .....	20
§ 1.4 线性规划的应用 .....	31
本章小结 .....	39
习题 .....	40
<b>第 2 章 对偶原理与灵敏度分析</b> .....	49
§ 2.1 单纯形法的矩阵描述 .....	49
§ 2.2 对偶原理 .....	50
§ 2.3 对偶单纯形法 .....	57
§ 2.4 灵敏度分析 .....	60
本章小结 .....	65
习题 .....	65
<b>第 3 章 运输问题</b> .....	72
§ 3.1 运输问题的模型与性质 .....	72
§ 3.2 运输问题的表上作业法 .....	76
§ 3.3 运输问题的推广 .....	82
本章小结 .....	84
习题 .....	84
<b>第 4 章 动态规划</b> .....	89
§ 4.1 动态规划的研究对象和特点 .....	89
§ 4.2 动态规划的基本概念与最优化原理 .....	91

§ 4.3 动态规划建模分析 .....	96
§ 4.4 动态规划的求解 .....	106
本章小结 .....	128
习题 .....	129
<b>第 5 章 网络分析</b> .....	136
§ 5.1 图的基本概念 .....	136
§ 5.2 网络最短路问题 .....	142
§ 5.3 最小树问题 .....	149
§ 5.4 最大流问题 .....	151
§ 5.5 最小费用最大流问题 .....	156
本章小结 .....	160
习题 .....	161
<b>第 6 章 排队论概述</b> .....	166
§ 6.1 排队系统的构成 .....	167
§ 6.2 排队论研究的问题 .....	169
§ 6.3 常见的理论分布 .....	171
§ 6.4 生灭过程与状态概率平衡方程 .....	173
本章小结 .....	176
习题 .....	177
<b>第 7 章 典型的排队模型分析</b> .....	178
§ 7.1 客源无限的排队系统 .....	178
§ 7.2 客源有限的排队系统 .....	190
§ 7.3 排队论模型的综合应用 .....	196
本章小结 .....	202
习题 .....	205
<b>第 8 章 库存模型</b> .....	209
§ 8.1 库存系统的基本概念 .....	210
§ 8.2 确定性库存模型 .....	213
§ 8.3 随机性库存模型 .....	222
本章小结 .....	229
习题 .....	230
<b>第 9 章 运筹学实践指导</b> .....	233
§ 9.1 如何选题 .....	233
§ 9.2 案例分析 .....	237
§ 9.3 学生习作 .....	253
§ 9.4 实践背景素材 .....	277
本章小结 .....	283
<b>参考文献</b> .....	284



# 绪 论

关于运筹学 (operations research 或 operational research, 缩写为 OR), 国内外许多著名的科学家和运筹学界的先驱都给出过颇具影响的定义。尽管其观察视角有所不同, 但从哲学层面而言, 核心都是用科学方法来处理自然环境和社会环境中有关人和物的运行体系的科学。近代运筹学工作者则在操作层面上给出更为明确具体的定义, 即运筹学是应用系统的、科学的、数学分析的方法, 通过建模、检验和求解数学模型来获得最优决策的科学。具体包括:

(1) 研究方法: 应用数学语言来描述实际系统, 通过建立和求解相应的数学模型, 并对模型进行检验和分析, 从而求得解决实际问题的最优方案。

(2) 研究目的: 制定合理运用人、财、物的最优方案, 为管理决策者提供决策支持。

(3) 研究对象: 包括各种社会经济系统, 可以是新系统的优化设计, 也可以是已有系统的最佳运营问题。

(4) 学科特点: 研究队伍通常是跨专业的综合性团队, 追求使系统的总目标或全局目标达到最优的决策方案。

## 1. 运筹学的三个来源

运筹学的起源和发展来自军事、管理和经济三大领域的实践活动。

军事领域的推动主要来源于两次世界大战的作战研究需要。从兰彻斯特关于战争胜负与兵力多寡、火力强弱的若干军事论文, 到爱迪生研究反潜战中使用的战术对策演示盘, 从鲍德西 (Bawdsey) 雷达站的研究到大西洋反潜战的工作, 再到英国战斗机中队援法决策问题, 大量的成功案例彰显出运筹学的巨大作用。第二次世界大战时期军事运筹学的特点是: 采集实际数据, 多学科密切配合, 定量化、系统化方法发展迅速, 解决方法渗透着物理学思想。

(1) 布莱克特杂技班的杰出工作。

第二次世界大战期间, 为抗击德国对英伦三岛的狂轰滥炸, 提高英国本土的防空能力, 急需解决雷达探测、信息传递、作战指挥、战斗机与防空火力的协调问题。一支称为“布莱克特杂技班”的跨专业综合性队伍 (包括心理学家 3 人, 数学家 2 人,

数学物理学家 2 人, 天文物理学家 1 人, 普通物理学家 1 人, 陆军军官 1 人, 测量员 1 人) 探讨将雷达信息传递给指挥系统和武器系统的最佳方式, 尝试解决雷达与防空武器最佳配置问题。他们的杰出工作展现了运筹学的本色与特色, 成为运筹学的起源与典范。具体表现为: 项目巨大的实际价值、明确的目标、整体优化的思想、数量化的分析、多学科协同、最优化的结果和简明朴素的表述。

### (2) 大西洋反潜战。

1942 年, 为协助英国打破德国对英吉利海峡的海上封锁, 美国麻省理工学院的莫斯 (Morse) 教授应美国大西洋舰队反潜指挥官贝克 (Baker) 舰长的请求, 担任反潜运筹组的计划与监督工作。研究给出的两条重要建议是: 1) 将反潜攻击由反潜舰艇投掷水雷改为飞机投掷深水炸弹, 起爆深度由 100 米改为 25 米左右, 即当德国潜艇刚刚下潜时攻击效果最佳; 2) 运送物资的船队和护航舰艇编队由小规模、多批次改为大规模、少批次, 以便降低损失率。丘吉尔采纳了莫斯的建议, 最终打破了德国的封锁, 重创了德国潜艇部队。莫斯教授也因此获得了英国及美国的战时最高勋章。

### (3) 英国战斗机中队援法决策问题。

第二次世界大战开始不久, 英国在面临德军突破马奇诺防线而法军节节败退的不利形势下, 曾派遣十几个战斗机中队援法抗德。因战斗损失, 法国总理要求再增援 10 个中队在法国上空与德国空军作战, 英国首相丘吉尔准备同意该请求。英国运筹学者经过快速研究, 给出了建议: 鉴于当时的环境和条件, 两周后援法战斗机将损失殆尽。运筹学家用简单的图表和透彻的分析说服丘吉尔做出决定: 不再增派新的战斗机中队, 并将在法国的英国战斗机大部分撤回本土, 以本土为基地继续抗德。这一明智决策最终扭转了不利战局。

管理领域中许多实际问题的解决也推动了运筹学的发展。在科学管理时代, 为提高劳动生产率, 管理科学学派的先驱们研究过许多有价值的实际问题, 其成果逐步发展成为运筹学的重要分支。机床切削效率与车速、进刀量等的数学关系属于优选问题; 用于生产活动分析和计划安排的甘特图逐步发展成为统筹方法。基于工人劳动动作的优化研究, 泰勒制定了操作规范, 提出了泰勒工作制; 法约尔提出的管理原则体现了对组织机构设置、管理权限、生产计划等问题的优化思考, 这些成果逐步发展成为管理科学的古典学派观点。

1939 年, 苏联数学家康特洛维奇 (Кондрович) 出版了著名的《生产组织与计划中的数学方法》, 这是运筹学在理论和方法上较为完整的最早著作。其研究的问题包括: 生产配置问题、原材料的合理利用问题、运输计划问题和播种面积的最优分配问题等。研究结果不仅给出了数学模型, 而且可以确定最优方案。康特洛维奇的杰出贡献使运筹学的理论和方法形成了体系, 其确定极值的方法超出了经典数学分析方法的范畴。

有关经济理论方面的研究, 尤其是数理经济学派的工作, 对运筹学的发展也产生了巨大的影响。其典型代表是: 魁内 (Qusnay) 1758 年的《经济表》、瓦尔拉斯 (Walras) 的一般均衡理论和冯·诺依曼 (Von Neumann) 1932 年提出的广义经济平衡模型。这些数理经济学的研究成果对运筹学的发展起到了极大的促进作用。

另外, 特别需要提到的是冯·诺依曼的开创性工作, 包括: 1939 年提出宏观经济优化的控制论模型, 该模型已经成为数量经济学的经典模型; 1944 年与摩根斯坦 (Morgenstern) 合作出版《对策论与经济行为》一书, 使对策论成为运筹学的重要分支; 他领导研究和发明的电子计算机已成为运筹学的技术实现支柱之一; 他最早肯定并扶持的年

轻学者丹茨格 (Dantzig) 提出了求解线性规划问题的单纯形法。

## 2. 运筹学发展简史

运筹学的发展,大致经历了四个时期:萌芽时期、早期研究时期、形成与发展时期和现代运筹学时期。运筹学整体优化的思想精髓古人早就运用自如,只是限于当时的科技水平没有形成理论和方法上完整的体系。古人应用运筹学思想来解决实际问题的典型案例有:

- (1) 阿基米德设计的西那库斯城的设防方案;
- (2) 战国时期田忌赛马的故事;
- (3) 战国时期川西太守李冰父子主持修建的都江堰水利工程;
- (4) 北宋年间大臣丁谓负责的开封皇宫工程;
- (5) 《梦溪笔谈》中记载的军粮供应与用兵进退的关系问题。

这些事例都闪耀着运筹帷幄、整体优化的朴素思想。

魁内的《经济表》、第一次世界大战时期兰彻斯特的军事论文,以及有关生产组织与计划问题的研究可谓运筹学早期研究的典型代表。

运筹学的形成与发展主要源于第二次世界大战及战后的研究成果。此时,运筹学不仅在军事领域得到了实际应用,而且开始进入工业部门和管理领域。20世纪50—60年代,各种运筹学会纷纷成立,运筹学队伍开始壮大,运筹学刊物开始创办,运筹学课程开始进入高校。大量的理论成果和研究专著不断问世,标志着运筹学的发展进入了黄金时代。

1947年,丹茨格提出单纯形法;

1950—1956年,线性规划的对偶理论诞生;

1951年,Kuhn-Tucker定理奠定了非线性规划的理论基础;

1954年,网络流理论建立;

1955年,随机规划创立;

1958年,整数规划及割平面解法创立;

1958年,求解动态规划问题的Bellman原理发表;

1960年,丹茨格和沃尔夫(Wolfe)建立大型线性规划问题的分解算法。

这一时期,运筹学的各个分支得到不断地充实和完善,并逐步形成了学科的理论体系(见表0—1)。

表0—1 运筹学的理论体系

确定性模型	随机性模型
数学规划	对策论
线性规划	排队论
整数规划	可靠性理论
非线性规划	搜索论
动态规划	计算机随机模拟
几何规划	决策论
参数规划	库存论
多目标规划	
组合优化	
图论与网络分析	
优选与统筹方法	

现代运筹学时期的到来得益于计算机科学的飞速发展。线性规划和非线性规划各种算法的研究带动了运筹学各理论分支的快速发展。20世纪60—70年代,运筹学各分支所取得的突破性进展充实和强化了学科框架,丰富和完善了运筹学特有的方法论和理论体系。

(1) 关于线性规划求解算法,著名的 Klee-Minty 反例推动了哈奇杨 (Khachiyan) 的椭球算法和卡马卡 (Karmarkar) 算法的问世,斯麦尔 (S. Smale) 也得出了关于单纯形法计算量的结果;

(2) 变尺度法的出现使非线性规划获得了突破性进展;

(3) 运筹学的新领域和新方法层出不穷,如萨蒂 (T. L. Saaty) 创立的层次分析法 (AHP)。

20世纪70年代末80年代初,运筹学的发展由于过于偏重理论和算法而引发了关于“运筹学危机”的回顾和反思,强调运筹学的发展不应脱离理论与实践相结合的主流方向。20世纪90年代,运筹学的理念和方法得到了很多技术领域的认同并得到了广泛应用。例如,航天、航空、汽车、机械等行业都广泛采用“优化设计”和计算机辅助设计 (CAD); 1998年齐默曼 (Zimmermann) 领导的《全德邮件快递线路的优化设计》项目,由公路、铁路和航空部门合作,借助计算机和信息技术的支持获得了成功。

当然,这一时期的运筹学发展仍然面临各种挑战。齐默曼 (1982) 明确指出了运筹学发展的四大差距。第一,在培养专业运筹学工作者和教授学生掌握运筹学理论和方法上的差距;第二,缺乏面向用户使用的 OR 软件;第三,运筹学的交流仅限于学术圈内,缺乏与管理决策者的沟通;第四,“好”的理论不多且缺乏非数学的理论,如 OR 行为理论和工程师所用的理论等。在随后的 20 年中,广大运筹学工作者一直在缩小这些差距,并不断探索运筹学的未来之路。

与传统的运筹学相比,当代运筹学的研究前提已经发生了显著变化。现实世界是复杂的(局部性态的简单总和并不能代表整体性态),环境往往快速多变,既不确定又不可预知。因而运筹学模型开始逐步强调柔性或适应性。在对问题的解决上,允许逐步接近问题的实质;在方法论上,强调交互式过程;在求解结果上,不再苛求最优解。

回顾运筹学的发展历史,理念更新、实践为本和多学科交叉是其永恒的学科特点。柔性理念兼顾了问题求解中的结构化因素和非结构化因素,因为管理决策并非仅仅由定量因素所决定。用满意解代替最优解,用人机交互代替程序化求解,正是这种由纯粹的定量因素分析转变为兼顾管理者主观判断的理念变革的体现。以实践为本,坚持问题推动,是运筹学不断发展和前进的原动力,理论与实践的相互印证和交叉推进将是运筹学的主流方向。多学科的交叉渗透既能使运筹学从不同学科的发展中汲取营养,也能使运筹学在其他学科中得到更加广泛的应用。

如今,运筹学作为一门科学已经发展成枝繁叶茂的参天大树。反映运筹学和管理科学各个领域最新进展的系列丛书、理论与应用方面的著作众多,总的来说主要涵盖四大领域:

(1) 数学规划:包括线性规划,整数规划,非线性规划,内点方法 (interior point methods), 博弈论,网络优化模型,组合数学,均衡规划,互补理论 (complementarity theory), 多目标优化,动态规划,随机规划,复杂性理论等。

(2) 应用概率: 包括排队论, 仿真, 更新理论 (renewal theory), 布朗运动与扩散过程, 决策分析, 马尔科夫决策过程, 可靠性理论, 预测, 以及其他应用方面的随机过程。

(3) 生产与运作管理: 包括库存论, 生产调度, 容量规划 (capacity planning), 设施选址 (facility location), 供应链管理, 分布式系统, 原料需求规划 (materials requirements planning), 敏捷系统 (just-in-time systems), 柔性制造系统, 生产线设计, 物流规划, 策略问题等。

(4) 运筹学应用与管理科学: 包括电信, 卫生保健, 资本预算与金融, 市场营销, 公共政策, 军事运筹学, 服务运作, 运输系统等方面的应用。

展望未来, 运筹学的发展充满希望。

### 3. 运筹学方法论

应用运筹学解决实际管理问题时, 要求研究者站在系统的、全局的和整体优化的角度来思考问题。尤其是当所面临的问题错综复杂, 具有多个相互冲突的目标和选项时, 更需要一支综合性的队伍, 发挥各自的专业特长, 从不同的角度出发, 针对问题的性质共同商讨解决问题的方法。必须明确: 需要决策的问题是什么, 管理层要求达到的目标是什么, 为达成这些目标所拥有的资源和条件有哪些, 实现这些目标受到的限制条件有哪些, 等等。要明确上述问题, 与管理层进行良好的沟通至关重要, 因为管理决策的制定需要综合考虑定性和定量两个方面的因素。应用运筹学处理问题的一般步骤如下:

#### (1) 定义问题。

观察实际, 辨析问题, 提出问题, 并明确地界定问题。要领会管理层的要求和意图, 与管理层保持沟通。

#### (2) 收集数据。

收集与问题有关的数据, 包括技术参数、财务数据和统计数据等。实际中, 往往是关键数据找不到, 或者很模糊, 而且收集数据需要花费大量的时间, 但这是解决问题的前提和基础。

#### (3) 构建模型。

根据问题的性质和特点, 选择适当的模型类别来描述问题。在抓住问题本质的前提下, 作适当简化, 忽略一些次要因素。然后设定一组决策变量, 使之构成一个完整的决策问题方案。最后根据目标测度和各种约束间的逻辑关系, 建立目标函数, 分类写出各种约束条件, 构建问题的数学模型。值得注意的是, 从不同的视角观察问题往往会得到不同的解决方案。

#### (4) 求解模型。

选择适当的方法, 求解优化模型, 尽可能利用已有的工具软件或自编程序, 使用计算机求解。

#### (5) 测试并修正模型。

虽然求得了模型的最优解, 但模型是否准确表达了实际问题的要求尚需进行检验和测试。可能模型求得的结果不能给出合理的解释, 也可能在建模时遗漏了重要的约束条件。另外, 当模型中的参数改变时, 模型的预测结果是否以一种合理的方式改变?

这些检验和测试关乎模型的正确与否，只有反复检验并修正模型，模型的求解结果才能令人信服。

(6) 用模型分析问题并提出管理建议。

根据模型的求解结果提出相应的管理建议，据此管理层就可以对如何处理问题做出决策。

(7) 协助管理者实施管理建议。

协助、监督管理建议的实施，并随时解决实施中可能遇到的问题，确保新方案的实施与设计初衷和管理层的意图相一致。

#### 4. 中国运筹学的发展回顾

1956年，在著名科学家钱学森、许国志先生的推动下，中科院力学所成立了中国第一个运筹学小组。1959年，第二个运筹学小组在中科院数学所成立。1963年，首次在中国科技大学应用数学系开设运筹学专业。1965年，我国数学家华罗庚教授开始到全国各地推广优选法，传播运筹学思想和理念。1980年，中国运筹学会成立，华罗庚教授担任第一届理事长，许国志和越民义担任副理事长。1982年，中国运筹学会成为国际运筹联合会（IFORS）的成员。1992年，中国运筹学会从中国数学会独立出来，成为国家一级学会。

中国运筹学会积极参与和发起成立了亚太地区运筹学联合会（APORS）。作为APORS 1991—1994年的主席，徐光辉先生组织了1991年在北京召开的APORS第二届学术大会。同时作为APORS的代表，徐光辉还在1992—1994年担任了国际运筹联合会（IFORS）的副主席，并成功申办了1999年的第十四届IFORS大会。

在国际运筹学界，设有两项运筹学应用大奖。其一是IFORS面向发展中国家设立的运筹进展奖（Prize for Operational Research in Development），该奖三年一次，在IFORS大会上颁发。其二是INFORMS（1994年美国运筹学会与管理科学学会合并成立INFORMS）设立的被誉为运筹学奥斯卡奖的Franz Edelman奖，授予全球年度运筹学的最佳应用（大约6篇），并在杂志《Interfaces》第二年的首期刊登所有获奖应用论文。我国运筹学工作者至今尚未获得过Franz Edelman奖，但已多次获得IFORS设立的运筹进展奖。

(1) 1996年，中科院应用数学所章祥荪、崔晋川在加拿大温哥华举行的第十四届IFORS大会上获得一等奖，论文题目是《国家经济信息系统中的项目评估系统》。四川联合大学刘光中等获得二等奖，论文题目是《长江上游生态发展》。

(2) 1999年，中科院系统所陈锡康、潘晓明和杨翠红在北京召开的第十五届IFORS大会上获得一等奖，论文题目是《中国粮食产量预测研究》。山东师范大学赵庆祯，曲阜师范大学李继乾、王长钰、章志敏获二等奖，论文题目是《运筹学在农业管理中的应用》。

(3) 2005年，武汉科技学院沈吟东在第十七届IFORS大会上获得二等奖，论文题目是《Integrated Bus Transit Scheduling for Beijing Bus Group Based on Regionalized Operation Mode》。

中国运筹学尽管在理论和应用方面与国际水平仍有一定差距，但近年来中国的运筹学工作者在国际主流的运筹学杂志上发表论文的数量逐渐增加，相信在不久的将来



会有更多的国内学者在包括《管理科学》(Management Science)和《运筹学》(Operations Research)在内的国际一流运筹学期刊上发表论文。

### 5. 如何学好运筹学

运筹学是一门以训练逻辑思维为主的课程,注重模型和定量分析方法,但又不是运筹数学;具有很强的实践性,注重原理、方法和应用,教学中对理论推导可不做过高要求。学生创造性思维的培养离不开逻辑思维,但学习过程中也不应忽视非逻辑思维能力培养。

运筹学的灵魂是“整体优化”,教与学的过程都应重视三个结合。一是注重先进思想与坚实基础的结合;二是注重理论与实践的结合;三是注重方法、工具与创造性思维的结合。我们倡导“快乐运筹”的理念和“勤于思考、勇于实践”的精神,也建议读者保持良好的学习心态。

掌握运筹学整体优化的思想和若干定量分析的优化技术,是培养和提高学生科学思维、科学方法、实践技能和创新能力等综合素质的重要而有效的途径。通过运筹学课程的学习和实践,可以为学生未来的进一步深造和从事科研工作打下坚实的定量分析基础,也能为创新思维与应用创造良好的条件。

运筹学具有自己特定的研究方法论,其每个分支的理论和方法都具有缜密的逻辑性。问题导向的思维逻辑贯穿始终,无论是理论还是算法,步步均有依据,而其本质却又非常简单。掌握运筹学理论和方法的过程会有不少困难,但成功后的喜悦则使人倍感欣慰。

建议教学按照课程内外1:2的比例安排,学生对于学习中的问题和灵感可随时记录并不断积累,坚持扎扎实实地独立完成作业,认真参与小组讨论、课堂研讨和运筹学实践活动。只要耕耘,就会有收获,期待广大读者学习与研究的累累硕果!

## 第 1 章

# 线性规划与单纯形法

本章要点：

1. 线性规划问题各种解的概念及性质定理
2. 表格单纯形法与最优表的构成
3. 大 M 法和两阶段法
4. 线性规划建模的条件、步骤及技巧训练

### § 1.1 线性规划的概念

#### 1.1.1 线性规划问题的导出

在管理实践中，很多实际问题都可以归结为线性规划（linear programming, LP）问题。常见的问题有两类：一类是如何统筹安排，以使用最少的资源消耗去完成一项确定的任务；另一类是在给定的资源限制条件下，如何恰当地利用这些资源使得完成的任务量最大。下面举两个简单的例子，以导出线性规划的概念。

##### 1. 配比问题

如何用浓度为 45% 和 92% 的硫酸配置 100 吨浓度为 80% 的硫酸呢？假设取 45% 和 92% 的硫酸分别为  $x_1$  和  $x_2$  吨，则有二元一次方程组：

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 100 \\ 0.45x_1 + 0.92x_2 = 0.8 \times 100 \end{cases}$$

求解即可得出答案。然而，如果市场上有 5 种不同浓度的硫酸（30%，45%，73%，85%，92%）可选，且价格不尽相同，那么又如何进行配比呢？

假设取这 5 种硫酸分别为  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  吨，则有：

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 100 \\ 0.3x_1 + 0.45x_2 + 0.73x_3 + 0.85x_4 + 0.92x_5 = 0.8 \times 100 \end{cases}$$



这时方程组中有5个变量，但只有两个方程，因此会有无穷多种配比方案。如何从中选择最优的配比方案呢？这需要确定一个衡量标准，比如考虑费用最省的方案。如果5种硫酸的价格分别为：400, 700, 1 400, 1 900, 2 500元/吨，则有：

$$\begin{aligned} \min Z &= 400x_1 + 700x_2 + 1\,400x_3 + 1\,900x_4 + 2\,500x_5 \\ \text{s. t. } &\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 100 \\ 0.3x_1 + 0.45x_2 + 0.73x_3 + 0.85x_4 + 0.92x_5 = 0.8 \times 100 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, 5 \end{cases} \end{aligned}$$

这就是一个线性规划问题的数学模型，由目标要求、约束条件和非负条件三部分组成。其特点是，目标函数和约束条件的表达式都是线性表达式。

## 2. 生产计划问题

某企业生产A, B, C三种产品，所需消耗的资源包括工时和原材料。每生产1单位产品所消耗的资源量、每天可获得的资源总量以及单位产品的利润，如表1—1所示。问应如何制定日生产计划，才能使上述三种产品获得的总利润达到最大？

要解决这个问题，首先要明确以下几点：

- (1) 何为生产计划？
- (2) 总利润如何描述？（牵涉决策变量该如何设置的问题。）
- (3) 还要考虑什么因素？（比如所受到的资源限制条件等。）

表 1—1 生产计划问题数据表

生产单位产品所需资源	产品			每天可获得的资源总量
	A	B	C	
工时(小时)	1	1	1	3
原材料(吨)	1	4	7	9
产品利润(元/吨)	2 000	3 000	1 000	

设 $x_1, x_2, x_3$ 分别为三种产品的产量。将产品利润的单位转换为“千元”，以简化相应参数（避免数值差异过大），最终得到数学模型：

$$\begin{aligned} \max Z &= 2x_1 + 3x_2 + x_3 \\ \text{s. t. } &\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\ x_1 + 4x_2 + 7x_3 \leq 9 \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3 \end{cases} \end{aligned}$$

这也是一个线性规划问题的数学模型。其中目标要求为三种产品的总利润最大，约束条件为两种资源的限制量。非负条件是根据问题的实际意义添加的，因为产量不可能是负数。

### 1.1.2 线性规划的定义和数学描述

从配比问题和生产计划问题的讨论中，可以看出一些共同的特点：