

YITIHUA JIAO AN YU XUE AN

根据教育部最新教学大纲编写

一体化 教案与学案

主编 浦云龙

高一数学

教师为主导

学生为主体

方法为主线

语文出版社

一体化教案与学案

高一数学

主编 浦云龙

语文出版社

YITIHUA JIAO'AN YU XUE AN

一体化教案与学案

高一数学

主编 浦云龙

*

YUWEN CHUBANSHE CHUBAN FAXING

语文出版社出版发行

北京朝阳门南小街 51 号 邮政编码:100010

新华书店经销 山东·蓬莱印刷厂印刷

*

850×1168 毫米 1/32 印张:14.75 480 千字

1999 年 7 月北京第 1 版 1999 年 7 月第一次印刷

印数:1—20000 册 定价:14.00 元

ISBN 7—80126—550—5/G·369

版权所有 盗印必究

主	编	浦云龙		
作	者	虞进兴	王敏霞	李林娟
		王义	张雪鹏	邢丹军
		房有国	宋文才	

前 言

伴随着素质教育的浪潮,一场学习的革命已悄然拉开帷幕。教学观念、教学形式、教学内容都在顺应改革的要求而发生变化。传统的教学辅导用书,难以发挥为基础学科教学导向和服务的功能。广大师生企盼着真正实用、反映教学改革新成果新经验、素质教育含金量高的新型教辅用书的出版。

奉献在广大师生面前的这套《一体化教案与学案》是中华人民共和国教育部直属语文出版社经过充分论证,精心策划,组织江苏、浙江地区重点中学的特、高级教师认真编写而成。它体现了这样一种形式结构:教与学合一设计,但以学生为主体,体现教学相长;学与练分层进行,有利于目标教学和分类教学,从而提高教学效益与质量。

教案与学案一体,知识与能力同步,是近年来国内多所重点中学在教学实践中总结出的成功经验。其特点是将“怎么学”与“怎么教”放在一起同步设计,以方法为主线实施教学,使学生掌握基础知识,提高综合能力。同时减轻了教师的备课工作量,节省了学生用于记笔记的时间和精力。一些有名的重点中学正陆续通过“网校”向全国推介。本丛书以全新的视角向广大师生介绍这种符合教学规律的立体化的教学方案。其鲜明的特点反映在以下几个方面:

点——知识点。【知识要点表解】以表解的形式系统归纳梳理各节知识,使其一目了然。此为学科基本文化素质的基石。

线——方法、思路。【方法主线导析】以问题和例解形式将各知识点串起来,进行精辟的讲析。此为学科基本文化素质的构建框架和支柱。

面——能力层面。【能力层面训练】围绕教学目标，根据认知规律将精当的训练题分为知识掌握、能力提高、延伸拓展等层次，循序渐进。此为学科文化素质的基本层面。

体——上述点、线、面构成的立体，教与学相互联动，相互促进，涵盖全部知识点的教学学法设计，抓住重难点的讲练结合编排，使这个主体内充满鲜活而翔实的内容。【单元立体检测】较全面地检查教学效果和学生的智能素质，为教学提供了有效的反馈信息。

本丛书例题和习题的选取充分考虑最新考题走向，既博采众长，又自成系统。各学科体例相对统一，但又根据学科特点和各年级教学实际有所不同，各具特点。

随着考试制度的改革，考试中的变数将越来越多。但是，真正学会了学习，掌握了方法，成为学习的主人，就能从容应试，试用过教案与学案合一的师生已经有了切身的经验体会，并获得巨大成功。编者、出版者、发行界都充满信心极力推荐该套书。让每一位师生都能尽快分享这种成功，这是我们隆重推出本丛书的最大心愿。

该套系列丛书的编辑与出版，得益于教学、出版、发行界一些朋友的热情帮助和大力支持，他们提出了许多很好的建议，在此深表谢意。衷心希望广大师生和教育专家在这套系列书问世后，提出宝贵意见，以便修订时改进。

《一体化教案与学案》系列丛书
编委会

1999. 7

目 录

代数部分

第一章 幂函数、指数函数和对数函数	(1)
第一节 集合	(1)
第二节 子集、交集、并集、补集	(6)
单元立体检测 A 卷	(12)
单元立体检测 B 卷	(13)
第三节 $ ax+b < c, ax+b > c (c > 0)$ 型不等式	(14)
第四节 一元二次不等式	(21)
单元立体检测 A 卷	(27)
单元立体检测 B 卷	(28)
第五节 映射	(29)
第六节 函数	(34)
单元立体检测 A 卷	(41)
单元立体检测 B 卷	(42)
第七节 分数指数幂与根式	(43)
第八节 幂函数	(48)
第九节 函数的单调性	(55)
第十节 函数的奇偶性	(60)
第十一节 反函数	(68)
第十二节 互为反函数的函数图象间的关系	(73)
单元立体检测 A 卷	(80)
单元立体检测 B 卷	(82)
第十三节 指数函数	(83)
第十四节 对数	(90)
第十五节 对数的性质和运算法则	(96)
第十六节 对数函数	(102)
第十七节 换底公式	(107)
第十八节 指数方程和对数方程	(112)

单元立体检测 A 卷	(117)
单元立体检测 B 卷	(118)
第一章立体检测 A 卷	(119)
第一章立体检测 B 卷	(120)
第二章 三角函数	(122)
第一节 $0^\circ \sim 360^\circ$ 间的角的三角函数	(122)
第二节 角的概念的推广	(126)
第三节 弧度制	(129)
第四节 任意角的三角函数	(133)
第五节 同角三角函数的基本关系式	(136)
第六节 诱导公式	(140)
第七节 已知三角函数值求角	(143)
单元立体检测 A 卷	(146)
单元立体检测 B 卷	(147)
第八节 用单位圆中的线段表示三角函数值	(148)
第九节 正弦函数、余弦函数的图象和性质	(150)
第十节 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	(155)
第十一节 正切函数、余切函数的图象和性质	(159)
单元立体检测 A 卷	(163)
单元立体检测 B 卷	(164)
第二章立体检测 A 卷	(165)
第二章立体检测 B 卷	(166)
第三章 两角和与差的三角函数, 解斜三角形	(168)
第一节 两角和与差的三角函数	(168)
第二节 二倍角的正弦、余弦、正切	(173)

第三节 半角的正弦、余弦、正切	(177)
第四节 三角函数的积化和差与和差化积	(182)
单元立体检测 A 卷	(187)
单元立体检测 B 卷	(188)
第五节 余弦定理	(189)
第六节 正弦定理	(191)
第七节 应用举例	(195)
单元立体检测 A 卷	(199)
单元立体检测 B 卷	(200)
第三章立体检测 A 卷	(201)
第三章立体检测 B 卷	(203)
第四章 反三角函数和简单三角方程	(205)
第一节 反正弦函数	(205)
第二节 反余弦函数	(211)
第三节 反正切函数与反余切函数	(217)
单元立体检测 A 卷	(223)
单元立体检测 B 卷	(225)
第四节 最简单的三角方程	(226)
单元立体检测 A 卷	(232)
单元立体检测 B 卷	(233)
第四章立体检测 A 卷	(234)
第四章立体检测 B 卷	(234)

立体几何部分

第一章 直线和平面	(236)
第一节 平面	(236)
第二节 平面的基本性质	(239)
第三节 水平放置的平面图形的直观图的画法	(244)
单元立体检测 A 卷	(247)
单元立体检测 B 卷	(249)

第四节	两条直线的位置关系	(250)
第五节	平行直线与两条异面直线所成的角	(254)
	单元立体检测 A 卷	(259)
	单元立体检测 B 卷	(261)
第六节	直线和平面的位置关系; 直线和平面 平行的判定和性质	(263)
第七节	直线和平面垂直的判定和性质	(268)
第八节	斜线在平面上的射影、三垂线定理	(274)
	单元立体检测 A 卷	(281)
	单元立体检测 B 卷	(282)
第九节	两个平面的位置关系、两个平面 平行 的判定和性质	(284)
第十节	二面角	(290)
第十一节	两个平面垂直的判定和性质	(298)
第十二节	角与距离的计算	(305)
	单元立体检测 A 卷	(311)
	单元立体检测 B 卷	(313)
	第一章立体检测 A 卷	(314)
	第一章立体检测 B 卷	(317)
第二章	多面体与旋转体	(319)
第一节	棱柱	(319)
第二节	棱锥	(324)
第三节	棱台	(330)
	单元立体检测 A 卷	(335)
	单元立体检测 B 卷	(337)
第四节	圆柱、圆锥、圆台	(338)
第五节	球	(344)
	单元立体检测 A 卷	(348)
	单元立体检测 B 卷	(349)

第六节 棱柱、圆柱的体积	(351)
第七节 棱锥、圆锥的体积	(357)
第八节 棱台、圆台的体积	(365)
第九节 球的体积	(370)
单元立体检测 A 卷	(376)
单元立体检测 B 卷	(377)
第二章立体检测 A 卷	(379)
第二章立体检测 B 卷	(380)
第一学期期中自测 A 卷	(382)
第一学期期中自测 B 卷	(385)
第一学期期末自测 A 卷	(388)
第一学期期末自测 B 卷	(391)
第二学期期中自测 A 卷	(393)
第二学期期中自测 B 卷	(396)
第二学期期末自测 A 卷	(399)
第二学期期末自测 B 卷	(402)
参考答案	(405)

代数部分

第一章 幂函数、指数函数和对数函数

第一节 集合

【知识要点表解】

“集合是数学中的定义的原始概念之一”，通常被描述为“把一些确定的对象看作一个整体便形成一个集合”。本节主要学习集合的表示，理解集合元素的特性及集合的分类。现列表如下：

定义	表示法	元素特性	分类	常用集合字母
不定义	1. 列举法 2. 描述法	1. 确定性 2. 互异性 3. 无序性	1. 有限集 2. 无限集	R. 实数集 Z. 整数集 N. 自然数集 Q. 有理数集

在理解集合有关概念的基础上，要会用列举法和描述法正确表示集合，并熟记常见数集的表示和符号 $\in$ 、 $\notin$ 的正确使用。

【方法主线导析】

● 学法建议

本节课的重点是集合元素特性的理解，掌握集合通常的两种表示方法。要重视把已学的知识综合运用于集合，使之将集合的概念渗透到以往所学的数学知识之中，特别是数集、方程、不等式的解集等。

● 释疑解难

1. 认识一个集合，应从哪些方面入手？

答：认识一个集合应从两方面入手：(1) 元素是什么？(2) 元素有何属性？如： $A = \{m | m = t^2 + 1, m \in \mathbb{R}\}$ 与 $B = \{x | x = y^2 + 1, x \in \mathbb{R}\}$ 表示同一个数集。表示集合时，与采用字母名称无关，而 $P = \{(x, y) | x = y^2 + 1\}$ 表示一个点集，与集合 B 是不同的。

2. 如何理解集合元素的确定性、互异性和无序性？

答：集合元素的确定性，是指集合中的元素必须是确定的，即任何一个对象，都能明确它是或不是，某个集合的元素，两种情况必有一种且只有一种成立。

集合元素的互异性是指给定的一个集合中的元素中，任何两个元素都是不同的。因此，在同一集合中，不能重复出现同一元素。

集合元素的无序性是指表示的集合与集合中的元素先后顺序排列无关。

3. (1) 整数集表示为 $\{\text{全体整数}\}$ 是否正确？(2) 实数集表示为 $\{R\}$ 是否正确？

答：(1) 不对。集合本身是指“对象的全体”，整数集的正确表示为： $\{\text{整数}\}$ 。

(2) 不对。 $\{R\}$ 表示以实数集为元素的一个集合。实数集的正确表示应为： $\{\text{实数}\}$ ，或 R 。

●典型题例

例1 用列举法表示下列集合：

(1) 不大于8的非负整数所组成的集合；

(2) $\{(x, y) | x + y = 5, x \in N, y \in N\}$ 。

〔分析〕 (1) 不大于8的数应是小于或等于8的数，非负整数应是等于或大于零的整数，故既不大于8又是非负的整数应是这两者都“兼顾”的那些数。

(2) 集合中的元素应是由点 (x, y) 组成，且这些点都在直线 $x + y = 5$ 上，而这条直线上的点的横坐标与纵坐标都必须取自然数。

〔解答〕 (1) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 。

(2) $\{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}$ 。

例2 用描述法表示下列集合：

(1) 所有被4整除的自然数；

(2) 坐标平面内第一象限内点的集合。

〔分析〕 (1) 要求集合中任何一个元素都是自然数，且均为4的倍数。

(2) 坐标平面内第一象限内的点 $P(x, y)$ ，其横坐标与纵坐标都必须大于零。

〔解答〕 (1) $\{x | x = 4n, n \in Z\}$ 。

注：也可写成 $\{\text{被4整除的自然数}\}$ 。

(2) $\{(x, y) | x > 0, y > 0\}$ 。

例3 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in R, x \in R\}$

(1) 若 A 中只有一个元素，求 a 的值，并求出这个元素；

(2) 若 A 中至少有一个元素，求 a 的取值范围。

〔分析〕 (1) 集合 A 中只有一个元素，等价于方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ ，只有一个根或两个相同的根，而方程中的 $a = 0$ 时，方程就转化为方程 $2x + 1 = 0$ ，可

见只有一个根. 当 $a \neq 0$ 时, 方程中 $\Delta = 0$ 时, 有两个相同的根.

(2) 集合中至少有一个元素, 则方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个根, 所以这个方程除包含题(1)中求得的 a 值外, 当 $a \neq 0$, 且 $\Delta \geq 0$ 时方程有两个不相同的根.

〔解答〕 (1) $\because$ 集合 A 中只有一个元素

$\therefore$ 当 $a = 0$ 时, 解之, 得 $x = -\frac{1}{2}$;

当 $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 4 - 4a = 0 \end{cases}$ 得 $a = 1$, 解之, 得 $x = -1$,

$\therefore$ 若 A 中只有一个元素时, $a = 0$, 这个元素为 $-\frac{1}{2}$;

或 $a = 1$, 这个元素为 -1 .

(2) $\because$ 集合中至少有一个元素

① 当集合中只有一个元素时, $a = 0$, 或 $a = 1$;

② 当集合中有两个元素时, 有 $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$ 得 $a < 1$, 且 $a \neq 0$.

综上所述可知, 集合中至少有一个元素时, $a \leq 1$.

例4 设 $f(x) = x^2 + ax + b$, $A = \{x | f(x) = x\} = \{a\}$, $(a, b) \in M$, 求 M

〔分析〕 因为 $A = \{x | f(x) = x\} = \{a\}$, 所以方程 $f(x) = x$ 有且仅有一个解即为 a . 因为 $(a, b) \in M$, 所以只须求出 a, b 即可. 解本题要运用集合概念, 理解集合的有关符号.

〔解答〕 $\because A = \{x | f(x) = x\} = \{a\} \therefore x^2 + ax + b = x$

整理得 $x^2 + (a-1)x + b = 0$

$\because a \in A \therefore \begin{cases} a^2 + (a-1)a + b = 0 \\ \Delta = (a-1)^2 - 4b = 0 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} 2a^2 - a + b = 0 \\ a^2 - 2a - 4b + 1 = 0 \end{cases}$

解之, 得 $a = \frac{1}{3}, b = \frac{1}{9} \therefore M = \{(\frac{1}{3}, \frac{1}{9})\}$

例5 设 $a, x \in \mathbb{R}$, 集合 $A = \{2, 4, 2x^3 - x^2 - 5x + 1\}$, $B = \{3, x^3 + ax + a\}$

(1) 求使 $A = \{2, 3, 4\}$ 的一切 x 值; (2) 使 $2 \in B$, 且 $B \subset A$ 的一切 a, x 值.

〔分析〕 (1) 因为 $A = \{2, 4, 2x^3 - x^2 - 5x + 1\}$, 且 $A = \{2, 3, 4\}$, 所以知 $2x^3 - x^2 - 5x + 1 = 3$.

(2) 因为 $B = \{3, x^3 + ax + a\}$, 且 $2 \in B$, 所以 $x^3 + ax + a = 2$. 因为 $B \subset A$, 因此 $2x^3 - x^2 - 5x + 1 = 3$

〔解答〕 (1) $\because A = \{2, 4, 2x^3 - x^2 - 5x + 1\}$, 且 $A = \{2, 3, 4\} \therefore 2x^3 - x^2 - 5x + 1 = 3$

即 $2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0$ 解之, 得 $x = -\frac{1}{2}, x = -1, x = 2$

$$(2) \because B = \{3, x^3 + ax + a\}, \text{ 且 } 2 \in B$$

$$\therefore x^3 + ax + a = 2.$$

$$\because B \subset A, \therefore 2x^3 - x^2 - 5x + 1 = 3$$

$$\therefore \begin{cases} x^3 + ax + a = 2 \\ 2x^3 - x^2 - 5x + 1 = 3 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{①} \\ \text{②} \end{matrix}$$

$$\text{由②知, } x = -1, x = -\frac{1}{2}, x = 2$$

当 $x = -1$ 代入①时, 无解

$$\text{当 } x = -\frac{1}{2} \text{ 代入①时, } a = \frac{17}{4}$$

当 $x = 2$ 代入①时, $a = -2$.

$$\therefore a \text{ 为 } \frac{17}{4}, -2; x \text{ 为 } -\frac{1}{2}, 2.$$

例6 数集 A 满足全体: 若 $a \in A, a \neq 1$, 则 $\frac{1}{1-a} \in A$

证明: (1) 若 $2 \in A$, 则在 A 中还有另外两个数, 求出这两个数;

(2) 集合 A 不可能是单元素实数集;

(3) 集合 A 中至少有三个不同的元素.

〔分析〕 (1) 根据法则: “若 $a \in A, a \neq 1$, 则 $\frac{1}{1-a} \in A$ ” 进行运算即可.

(2) 因为由法则知, 如若 $a \in A$, 且 $a \neq 1$, 就有 $\frac{1}{1-a} \in A$. 如若集合 A 为单元素

的实数集, 那么必有 $a = \frac{1}{1-a}$, 然后得出矛盾.

(3) 还是应用法则, 可以得到集合 A 中相异的三数.

证明 (1) $\because$ 若 $a \in A, a \neq 1$, 则有 $\frac{1}{1-a} \in A$

$$\because 2 \in A, 2 \neq 1, \text{ 则有 } \frac{1}{1-2} = -1 \in A$$

$$\because -1 \in A, -1 \neq 1, \text{ 则有 } \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2} \in A$$

$$\because \frac{1}{2} \in A, \frac{1}{2} \neq 1, \text{ 则有 } \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2 \in A$$

如此循环往复得出另两个二数 $-1, \frac{1}{2} \in A$

(2) 反证法:

若 A 是单元素的实数集

$$\because a \in A, a \neq 1 \text{ 时, 有 } \frac{1}{1-a} \in A$$

$\therefore a = \frac{1}{1-a}$, 整理得 $a^2 - a + 1 = 0$, 方程无解.

$\therefore a \neq \frac{1}{1-a}$. $\therefore$ 集合 A 没有单元素的实数.

(3) $\because a \in A, a \neq 1$ 时, 有 $\frac{1}{1-a} \in A$

$\therefore \frac{1}{1-a} \in A$, 且 $\frac{1}{1-a} \neq 1$,

即 $a \neq 2$ 时有 $\frac{1}{1-\frac{1}{1-a}} = \frac{a-1}{a} \in A$.

$\therefore \frac{a-1}{a} \in A$, 且 $\frac{a-1}{a} \neq 1$,

即 $a-1 \neq a$ 时有 $\frac{1}{1-\frac{a-1}{a}} = a \in A$.

如此循环往复出现三个数 $a, \frac{1}{1-a}, \frac{a-1}{a} \in A$

由 (2) 知 $a \neq \frac{1}{1-a} \neq \frac{a-1}{a}$

$\therefore$ 集合 A 中至少有三个不同的元素.

【能力层面训练】

●知识掌握

- 不能形成集合的是 ()
 A. 高一年级女生全体 B. 高二 (1) 班学生家长全体
 C. 高三年级开设的所有课程 D. 高一 (6) 班个子较高的学生
- 已知 $A = \{x\}$, 则下列各式正确的是 ()
 A. $x \notin A$ B. $0 \in A$ C. $x \in A$ D. $x \neq 0$
- 集合 $A = \{x^3, 2x-1, 3y^2+2x\}$, $B = \{\text{周长等于 } 15\text{cm 的三角形}\}$, $C = \{x | x+16 > 27, x \in \mathbb{Q}^+\}$, $D = \{(x, y) | y = 2x^2 - 2x + 3\}$, 其中用描述法表示的集合有 ()
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 给出下面四个关系式: $\sqrt{3} \in \mathbb{R}^+$, $0.7 \notin \mathbb{Q}$, $0 \in \{0\}$, $0 \in \mathbb{N}$, 其中正确的个数是 ()
 A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个
- 方程 $2x^2 - 3x - 2 = 0$ 的解集用描述法表示为_____.
- 已知 $A = \{y | y - 4 > 0\}$, $B = \{m | m + 1 > 5\}$, 则 A 与 B 表示同一集合吗?

7. 已知 $M = \{x \mid x \leq \sqrt{22}\}$, 且 $a = 3\sqrt{2}$, 则 a 与 M 的关系是 _____.

8. 若点 P 的坐标 $(x, y) \in \{(x, y) \mid y = -2x^2 + x - 1, x \in \mathbb{R}, x \neq 0\}$, 则 P 点在第 _____ 象限.

●能力提高

9. 由实数 $-a$, $|a|$, $\sqrt{a^2}$, a , $-\sqrt[3]{a^3}$ 所组成的集合, 最多含有 _____ 个元素.

10. 用列举法表示集合 $\{x \mid (x+1)(x-\frac{2}{3})(x^2-2)(x^2+1)=0, x \in \mathbb{Q}\}$: _____.

11. 集合 $M = \{x \mid x = \frac{9-6t+t^2}{t-3}, t \in \mathbb{Z}, t \neq 3\}$, 若 $x \in M$, 则① $x \in \mathbb{N}$, ② $x \in \mathbb{Q}$, ③ $x \in \mathbb{R}$, ④ $x \in \mathbb{Z}$, 其中正确的有 _____ 个.

12. 被 7 除余 3 的整数集合是 _____, 被 3 除余 2 的正整数集合是 _____.

13. 求数集 $\{x, 1, x^2-x\}$ 中的元素 x 所应满足的条件.

14. 若 $\frac{1-t}{1+t} \in \{t\}$, 求 t 的值.

●延伸拓展

15. 在直角坐标平面中, 用图形表示下列各集合:

(1) $P = \{(x, y) \mid |x| < 1, y = |x| + 1\}$

(2) $S = \{(x, y) \mid y = 4 - x^2, y > 1\}$

16. 用列举法表示集合 $Q = \{x \mid \frac{6}{3-x} \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{Z}\}$

第二节 子集、交集、并集、补集

【知识要点表解】

子集、交集、并集、补集是集合的精髓与中流砥柱, 是激活集合内涵的重要概念, 数学术语体现充分, 使之在数学领域的解题运算中以简明扼要、流畅醒目而被广泛使用. 本节主要学习子集、交集、并集、补集的定义, 集合之间的包含关系, 理解集合的有关术语和符号, 学习子集、交集、并集、补集的图形表示(韦恩图). 现列表如下: