2014 新东方考研无忧数学培训教材

线性代数

XIANXING DAISHU

尤承业 编著

◎ 大纲变化权威解读

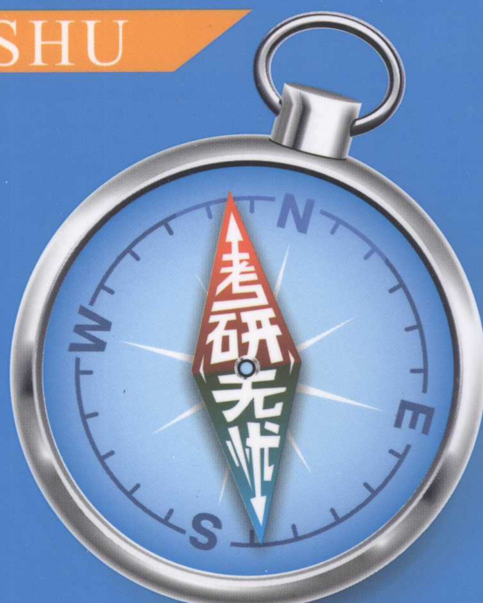
◎ 考试要点全面覆盖

◎ 解题思路深入剖析

◎ 答题技巧专业点拨

◎ 历年真题详尽解析

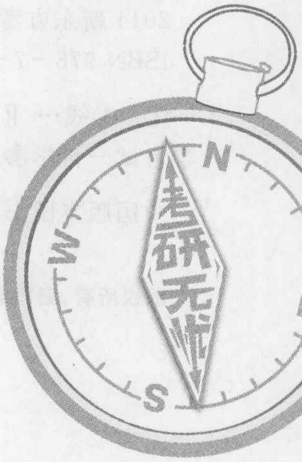
◎ 名校名师鼎力奉献



名师相伴 全程无忧

中央廣播电視大學出版社

2014 新东方考研无忧数学培训教材



线性代数

尤承业◎编著

名师相伴 全程无忧

中央廣播电視大學出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

线性代数 / 尤承业编著. —北京：中央广播电视大学出版社，2013.4

2014新东方考研无忧数学培训教材

ISBN 978-7-304-06058-9

Ⅰ. ①线… Ⅱ. ①尤… Ⅲ. ①线性代数—研究生—入学考试—自学参考资料 Ⅳ. ①O151.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第058526号

2014新东方考研无忧数学培训教材

线性代数

尤承业　编著

出版·发行： 中央广播电视大学出版社

电话： 营销中心 010-58840200　　**总编室** 010-68182524

网址： http://www.crtvup.com.cn

地址： 北京市海淀区西四环中路45号　　**邮编：** 100039

经销： 新华书店北京发行所

策划编辑： 李永强　　**责任校对：** 王　亚

责任编辑： 王国华　　**责任印制：** 赵联生

印刷： 北京宏伟双华印刷有限公司

版本： 2013年4月第1版　　2013年4月第1次印刷

开本： 787×1092　1/16　　**印张：** 13.5　　**字数：** 336千字

书号： ISBN 978-7-304-06058-9

定价： 27.00 **元**

(如有缺页或倒装，本社负责退换)

2014新东方考研无忧数学培训教材编委会

序 FOREWORD

广大考研学子对“新东方”这个名字一定不会感到陌生。但大家看到新东方，首先想到的就是英语，毕竟新东方是从英语开始涉足考研培训领域的。1998 年，新东方历史上的第一个考研培训班在北京北四环边上的一家饭馆的二楼开班。到 2012 年，全国每年选择新东方考研英语培训的学员已达 20 万人。

新东方的考研数学培训也已经开展了 10 年。2003 年，几位从北京大学和北京理工大学退休的老教授，加上数名中国科学院、北京航空航天大学等著名院校的博士，构成了新东方历史上第一支考研数学培训的教师团队。10 年来，这些老师兢兢业业，在新东方的讲台上挥洒着辛勤的汗水，培养了一批批考研数学的高分学子。到目前为止，新东方考研数学项目已经在北京、西安、杭州、沈阳等十余所新东方学校开始运作，从而服务了更多的考研学子。

有人说，数学的学习靠的是逻辑思维与推理，而语言学习更多依靠机械的记忆。这样的理解是有偏差的。不管是英语还是数学，都需要学习者有毅力和耐力，都需要基于理解基础之上的练习，而且是重复多次的练习。“Practice makes perfect”这句英语中的谚语一样适用于数学的学习。

本套丛书是几位新东方考研数学名师多年教学经验的总结，这里面凝结了各位老师课堂教学的精华和心血，相信会对广大考研学子打好数学基础、冲击考研数学高分起到很好的促进作用。

最后，祝大家考研成功，金榜题名！

新东方教育科技集团国内项目管理中心　主任　郭威

北京新东方学校国内部　总监　周雷

前言 PREFACE

研究生入学数学考试所涉及的三门课程中，线性代数是概念性最强的一门，对代数理论理解的深浅直接影响考生在考场上应对代数题的能力。考生考前准备线性代数时，自始至终都应该把加深对理论的理解放在最重要的位置上。

对于考生，代数的概念题和证明题常常是难题。解这类题的能力直接反映出考生对代数理论的理解程度。

线性代数计算题的类型并不多，计算方法也很初等，但是计算量往往比较大。做好线性代数计算题一要熟，二要巧。“熟”是指要熟练掌握各类题型的计算方法，在理论上懂得其道理。“巧”是指解题的思路要清晰简捷。“巧”可以使你心明眼亮、高瞻远瞩，使你更容易找到最好的解题途径，从而减少计算量，达到既节省时间又降低出错率的双重功效。而做到“巧”同样需要对理论有较好的理解。总之，做好线性代数计算题同样要求对理论清楚明白。

从理论的角度看，线性代数又是比较难的一门课。它的许多概念和性质比较复杂和抽象，尤其是各部分内容之间的联系非常紧密，这方面往往是许多考生在学习中不太注意的。

基于以上原因，作者在编写本书时，对于概念的复习部分做了精心设计。虽然这部分内容在篇幅上不是本书的主要部分，但是这里凝聚了作者多年来讲授线性代数的教学经验和对该课程的独到理解。希望在此基础上，为考生提供一本系统的、有内在有机联系的，从而更加好懂、好记、好用的线性代数复习材料。

读者会发现，本书的概念复习部分并不是考试大纲的“名词解释”。考试大纲自然是编写本书的重要依据，但我们并不完全“忠实”于大纲，有的内容是“超”出大纲的。读者还会发现，本书的内容也不是一般教材的简单浓缩。在体系上，本书不同于一般教材，突出了各部分内容之间的联系；在讲法上，本书也有自己的特色。在这里我们要谈几点看法。

(1) 有的考生以为考试大纲上没有提到的就不会考，因此不必复习。这种看法是片面的。数学的学科特点是系统性强，线性代数尤其如此。有的内容虽然没有列入大纲要求，这只能说明它们不会直接作为考题出现，并不意味着不需要复习，因为在对理论整体的理解上，它们往往是不可缺少的。

(2) 复习的最终目标是应对考试。随着考研竞争性的增强，考题的形式在变化，难度在加大，多数不再是一般教材中常见的基本题型。这些考题要求考生不仅要熟练掌握计算题的解法，还应较好地理解有关概念和性质。本书中，我们针对考题，介绍一些一般教材上不讲的内容，教给大家一些常见问题的实用而简捷的解法。这些方法并不涉及高深的理论知识，只是在考试大纲的基础上往前跨出了一小步，因此是容易理解的。

(3) 在复习阶段，应该注意各部分内容的联系，这也是本书的一个着眼点。这种联系不仅直接体现在内容中，在安排上也做了考虑。代数中几个最基本的概念并不难理解，一般学过的考生都不会忘记。我们把这些基本的概念集中在本书的开篇中做了简单介绍，让考生在复习之初先对代数学中的基本概念做一个大致的回忆，然后把精力放在真正需要下工夫的部分。同时，这样安排也强调了概念的纵向联系，而不必受各个概念出现先后顺序的限制。

例题是本书内容的主要部分。在每一章，我们精选了丰富的例题(一部分是历年较难的考题)，它们覆盖了有关内容的各类典型问题。对于解题的方法，我们不求全面，不介绍那些烦琐而不得要领的方法，力求简捷，思路自然，有启发性。必要时，我们还会以“注”的形式强调解题时的思路和方法。在有的例题后面附有相关题型，以供读者及时练习，达到举一反三的功效。

例题中包含证明题，有的是相当有难度的。在真正的考试中，也许这样难度的考题并不多见，但是通过学习这类例题及对它们的分析和证明，读者可以领会其解题思路和方法要领，提高自己的解题能力。

本书还精选了题型广泛的自测练习题。例题和练习题可以说包含本课程几乎所有的题型。

数学一、数学二、数学三的考试大纲在线性代数方面几乎是相同的(只是数一多了向量空间部分,见第三章第二节“七、向量空间”),因此本书对各类考生都适用。

由于时间仓促,本书难免会出现不足和疏漏之处,欢迎读者提出宝贵意见和建议。

尤承业

考研数学基础班

班级编码	班级名称	课次	学费/元	上课时间	上课地点
VMEB1307	考研数学基础70人精品班（A班）	46	5280	2013-7-14至2013-8-5	海淀学清路校区
VMEB1308	考研数学基础70人精品班（B班）	46	5280	2013-8-7至2013-8-29	海淀学清路校区
VM1305	考研数学强化暑假走读班	40	1480	2013-7-15至2013-8-3	海淀学清路校区
VM1306	考研数学强化暑假走读班	40	1480	2013-8-6至2013-8-25	海淀魏公村校区
VMEB1312	考研数学强化暑假走读班（70人白金版）	46	5280	2013-8-5至2013-8-27	海淀学院路校区
ZVMEB1303	考研数学强化70人精品住宿班（A班）	46	6580	2013-7-16至2013-8-7	新东方住宿部(宾馆级住宿标准)
ZVMEB1304	考研数学强化70人精品住宿班（B班）	46	6580	2013-8-6至2013-8-28	新东方住宿部(宾馆级住宿标准)

考研英语暑假班

班级编码	班级名称	课次	学费/元	上课时间	上课地点
VC1329	考研英语强化暑假走读班	24	850	2013-7-8至2013-7-19	海淀魏公村校区
VCR1302	考研英语（二）强化暑假走读班	24	850	2013-8-18至2013-8-29	海淀学院路校区
VCJ1305	考研英语精讲精练暑假走读班	20	790	2013-8-5至2013-8-14	崇文珠市口校区
VCBEB1311	考研英语基础班（70人白金版）	20	3280	2013-7-14至2013-7-23	海淀学院路校区
VCEB1311	考研英语强化班（70人白金版）	24	3980	2013-7-24至2013-8-4	海淀学院路校区
VCJEB1303	考研英语精讲精练班（70人白金版）	20	3280	2013-7-25至2013-8-3	海淀学清路校区

考研政治暑假班

班级编码	班级名称	课次	学费/元	上课时间	上课地点
VCP1311	考研政治强化暑假走读班	24	720	2013-7-8至2013-7-19	海淀魏公村校区
VCPEB1301	考研政治强化班（70人白金版）	24	3980	2013-7-24至2013-8-4	海淀学院路校区

目录 CONTENTS

1 基本概念

7 第一章 行列式

7 第一节 考试大纲要求

7 一、考试内容

7 二、考试要求

7 第二节 基本内容与重要结论

7 一、形式和意义

7 二、定义(完全展开式)

8 三、性质

9 四、计算

10 五、克拉默法则

10 第三节 典型例题分析

22 第四节 自测练习题与参考答案

25 第二章 矩阵乘法和可逆矩阵

25 第一节 考试大纲要求

25 一、考试内容

25 二、考试要求

25 第二节 基本内容与重要结论

25 一、矩阵乘法的定义和性质

26 二、n 阶矩阵的方幂和多项式

26 三、乘积矩阵的列向量组和行向量组

27 四、矩阵方程和可逆矩阵(伴随矩阵)

29 五、矩阵乘法的分块法则

30 六、初等矩阵

名师相伴全程无忧

30 第三节 典型例题分析
46 第四节 自测练习题与参考答案
51 **第三章 向量组的线性关系与秩**
51 第一节 考试大纲要求
51 一、考试内容
51 二、考试要求
51 第二节 基本内容与重要结论
51 一、向量组的线性表示关系
52 二、向量组的线性相关性
53 三、向量组的极大无关组和秩
54 四、矩阵的秩
55 五、矩阵的等价
55 六、实向量的内积、正交矩阵、施密特正交化
56 七、向量空间
57 第三节 典型例题分析
74 第四节 自测练习题与参考答案
78 **第四章 线性方程组**
78 第一节 考试大纲要求
78 一、考试内容
78 二、考试要求
78 第二节 基本内容与重要结论
78 一、线性方程组的形式
78 二、线性方程组解的性质

79 三、线性方程组解的情况的判别
79 四、齐次方程组的基础解系与线性方程组的通解
79 第三节 典型例题分析
98 第四节 自测练习题与参考答案
103 第五章 特征向量与特征值，对角化
103 第一节 考试大纲要求
103 一、考试内容
103 二、考试要求
103 第二节 基本内容与重要结论
103 一、特征向量和特征值
104 二、相似关系和对角化问题
105 三、实对称矩阵的对角化
106 第三节 典型例题分析
129 第四节 自测练习题与参考答案
134 第六章 二次型、正定
134 第一节 考试大纲要求
134 一、考试内容
134 二、考试要求
134 第二节 基本内容与重要结论
134 一、二次型及其矩阵、可逆线性变量替换
135 二、二次型的标准化
136 三、实对称矩阵合同的判断
136 四、正定二次型和正定矩阵

137 第三节 典型例题分析
147 第四节 自测练习题与参考答案
150 附录一 两个线性方程组的解集的关系
155 附录二 2006年全国硕士研究生入学统一考试数学考试线性代数部分试题及解答
162 附录三 2007年全国硕士研究生入学统一考试数学考试线性代数部分试题及解答
165 附录四 2008年全国硕士研究生入学统一考试数学考试线性代数部分试题及解答
172 附录五 2009年全国硕士研究生入学统一考试数学考试线性代数部分试题及解答
178 附录六 2010年全国硕士研究生入学统一考试数学考试线性代数部分试题及解答
184 附录七 2011年全国硕士研究生入学统一考试数学考试线性代数部分试题及解答
189 附录八 2012年全国硕士研究生入学统一考试数学考试线性代数部分试题及解答
194 附录九 2013年全国硕士研究生入学统一考试数学考试线性代数部分试题及解答

基本概念

基础比较好的考生可不必看这部分内容，或者只用本部分的习题对自己进行一次测试.

一、矩　　阵

(一) 基本概念

矩阵是描述事物形态的数量形式的发展.

由 $m\times n$ 个数排列成一个 m 行 n 列的表格，两边界括以圆括号或方括号，即为一个 $m\times n$ 型矩阵. 这些数称为它的元素，位于第 i 行第 j 列的数称为第 (i,j) 位元素.

本书中用大写黑体英文字母表记矩阵.

元素全为 0 的矩阵称为**零矩阵**，通常就记作 $\boldsymbol{O}$.

两个矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 相等（记作 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$），是指它的行数相等，列数也相等（即它们的类型相同），并且对应的元素都相等.

(二) 线性运算和转置

加(减)法：两个 $m\times n$ 的矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 可以相加(减)，得到的和(差)仍是 $m\times n$ 矩阵，记作 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})$，法则为对应元素相加(减).

数乘：一个 $m\times n$ 的矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与一个常数 c 可以相乘，乘积仍为 $m\times n$ 的矩阵，记作 $c\boldsymbol{A}$，法则为 $\boldsymbol{A}$ 的每个元素均乘 c.

这两种运算统称为线性运算，它们满足以下规律：

① 加法交换律：$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}$.

② 加法结合律：$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})+\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}+(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})$.

③ 加乘分配律：$c(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})=c\boldsymbol{A}+c\boldsymbol{B}$，$(c+d)\boldsymbol{A}=c\boldsymbol{A}+d\boldsymbol{A}$.

④ 数乘结合律：$c(d\boldsymbol{A})=(cd)\boldsymbol{A}$.

⑤ $c\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}\Leftrightarrow c=0$ 或 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$.

转置：把一个 $m\times n$ 的矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行和列互换，得到的 $n\times m$ 的矩阵称为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的转置，记作 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$（或 $\boldsymbol{A}'$）.

对于矩阵的转置，有以下规律：

① $(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{A}$.

② $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}$.

③ $(c\boldsymbol{A})^{\mathrm{T}}=c(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})$.

(三) n 阶矩阵和几类特殊矩阵

行数和列数相等的矩阵称为方阵，行数和列数都为 n 的矩阵也常常叫作 **n 阶矩阵**.

把 n 阶矩阵从左上到右下的对角线称为它的主对角线，或简称对角线.（其上的元素行号和

列号相等.）

下面列出几类常用的 n 阶矩阵,它们都是考试大纲中要求掌握的.

对角矩阵：主对角线外的元素都为 0 的 n 阶矩阵.

单位矩阵：主对角线上的元素都为 1 的对角矩阵,记作 $\boldsymbol{E}$(或 $\boldsymbol{I}$).

数量矩阵：主对角线上的元素都等于一个常数 c 的对角矩阵,就是 $c\boldsymbol{E}$.

上(下)三角矩阵：主对角线下(上)的元素都为 0 的 n 阶矩阵.

对称矩阵：满足 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{A}$ 的矩阵,也就是对任何 i,j,(i,j) 位的元素和 (j,i) 位的元素总是相等的 n 阶矩阵.

反对称矩阵：满足 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}=-\boldsymbol{A}$ 的矩阵,也就是对任何 i,j,(i,j) 位的元素和 (j,i) 位的元素之和总等于 0 的 n 阶矩阵. 反对称矩阵对角线上的元素一定都是 0.

(四) 矩阵的初等变换和阶梯形矩阵

矩阵的**初等行变换**有以下三种：

① 交换两行的上下位置.

② 用一个非零的常数乘某一行的各个元素.

③ 把某一行的倍数加到另一行上.

类似地,矩阵还有三种**初等列变换**,大家可以模仿着写出它们,这里省略了. 初等行变换与初等列变换统称**初等变换**.

阶梯形矩阵：若一个矩阵满足以下条件：

① 如果它有零行,则都出现在下面；

② 如果它有非零行,则每个非零行的第一个非 0 元素所在的列号自上而下严格单调递增,

则该矩阵称为阶梯形矩阵.

阶梯形矩阵的每个非零行的第一个非 0 元素的位置称为它的**阶梯台角**,简称**台角**.

简单阶梯形矩阵：是一种特殊的阶梯形矩阵,它的特点为:每个台角上的元素为 1,并且其正上方的元素都为 0.

每个矩阵都可以用初等行变换化为阶梯形矩阵和简单阶梯形矩阵. 这种运算是线性代数的各类计算题中频繁运用的基本运算,必须十分熟练.

一个矩阵用初等行变换化得的阶梯形矩阵不是唯一的,但是它们在形式上相同(即非零行数相等,台角位置相同);化出的简单阶梯形矩阵是唯一的.

二、向　量

(一) 基本概念

向量是另一种描述事物形态的数量形式.

由 n 个数构成的有序数组称为一个 **n 维向量**,这些数称为这个 n 维向量的**分量**. 本书中常用小写黑体希腊字母标记向量.

书写中可用矩阵的形式来表示向量,如分量依次是 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的向量可表示成

$$(a_1,a_2,\cdots,a_n) \text{ 或 } \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}.$$

请注意,作为向量它们并没有区别,但是作为矩阵,它们不一样(左边是 $1\times n$ 矩阵,右边是

$n\times1$ 矩阵). 通常把它们分别称为行向量与列向量. 请注意它们和下面规定的矩阵的行向量、列向量的区别.

一个 $m\times n$ 的矩阵的每一行是一个 n 维向量,称为它的**行向量**;每一列是一个 m 维向量,称为它的**列向量**. 常常用矩阵的列向量组来写出矩阵,如当矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的列向量组为 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n$ 时(它们都是表示为列的形式!),记为 $\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n)$.

矩阵的许多概念也可对向量规定,如向量的相等、零向量(记号也用 $\boldsymbol{O}$) 等. 这里从略.

(二) 线性运算和线性组合

向量也有加减法和数乘这两种线性运算,并且也有完全一样的运算规律,这里也不再复述了.

向量组的线性组合: 设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 是一组 n 维向量,$c_1,c_2,\cdots,c_s$ 是一组数,则称 $c_1\boldsymbol{\alpha}_1+c_2\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+c_s\boldsymbol{\alpha}_s$ 为 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 的(以 $c_1,c_2,\cdots,c_s$ 为系数的) **线性组合**. 它也是 n 维向量.

三、线性方程组

(一) 基本概念

线性方程组的一般形式为

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2, \\ \qquad\qquad\vdots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n=b_m, \end{cases}$$

其中未知数的个数 n 和方程的个数 m 不必相等. 分别称矩阵

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

和

$$(\boldsymbol{A}\mid\boldsymbol{\beta})=\left[\begin{array}{cccc:c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right]$$

为方程组的**系数矩阵**和**增广矩阵**.

如果 $b_1=b_2=\cdots=b_m=0$,则称为**齐次线性方程组**. 把一个非齐次线性方程组的每个方程的常数项都换成 0,所得到的齐次线性方程组称为原方程组的**导出齐次线性方程组**,简称**导出组**.

线性方程组的解是一个 n 维向量 $(k_1,k_2,\cdots,k_n)$,它满足: 当未知数 x_i 都用 k_i 替代时每个方程都成为等式.

线性方程组的解的情况有三种: 无解、唯一解、无穷多解.

n 维零向量总是齐次线性方程组的解,因此齐次线性方程组的解的情况只有两种: 唯一解(即只有零解) 和无穷多解(即有非零解).

(二) 同解变换与矩阵消元法

线性方程组的同解变换有三种:

① 交换两个方程的上下位置.

② 用一个非 0 的常数乘某个方程.

③ 把某个方程的倍数加到另一个方程上.

以上变换反映在增广矩阵上就是三种初等行变换.

线性方程组的基本求解方法是消元法,用增广矩阵或系数矩阵来进行,称为**矩阵消元法**,步骤如下:

① 写出方程组的增广矩阵$(\boldsymbol{A}\mid\boldsymbol{\beta})$,用初等行变换把它化为阶梯形矩阵$(\boldsymbol{B}\mid\boldsymbol{\gamma})$.

② 用$(\boldsymbol{B}\mid\boldsymbol{\gamma})$判别解的情况:

如果它的最下面的非零行为$(0,0,\cdots,0,d)$,则无解,否则有解.

有解时,比较它的非零行数r与未知数个数n,当$r=n$时有唯一解,$r<n$时有无穷多解.

③ 在有解时,写出$(\boldsymbol{B}\mid\boldsymbol{\gamma})$所代表的阶梯形方程组(它与原方程组同解),用它来求解.

在有无穷多解时,通解的表达式比较复杂,放在第四章讲.

如果是唯一解,可求解如下:去掉$(\boldsymbol{B}\mid\boldsymbol{\gamma})$的零行,得$n\times(n+1)$矩阵$(\boldsymbol{B}_0\mid\boldsymbol{\gamma}_0)$,用初等行变换将其化为$(\boldsymbol{E}\mid\boldsymbol{\eta})$,$\boldsymbol{\eta}$就是解.

对于齐次方程组,只要把系数矩阵化为阶梯形矩阵,则只有零解$\Leftrightarrow$此阶梯形矩阵的非零行数$r=$未知数个数n.

四、习　题

1. 设矩阵

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}2&0&1\\3&1&-2\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&1&2\\-2&1&5\end{bmatrix},$$

求:(1) $2\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$;

(2) $\boldsymbol{A}-3\boldsymbol{B}$.

2. 设

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}3&x\\y&2\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}s-1&4\\-2&t+1\end{bmatrix},$$

已知$2\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{O}$,求$x,y,s,t$的值.

3. 已知矩阵$\boldsymbol{X}$满足等式$\boldsymbol{X}-2\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}-\boldsymbol{X}$,其中

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}2&-1\\-1&2\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0&-2\\-2&0\end{bmatrix},$$

求$\boldsymbol{X}$.

4. 已知

$$\boldsymbol{\alpha}=(2,-1,0,1),\quad \boldsymbol{\beta}=(-1,4,2,3),\quad \boldsymbol{\gamma}=(1,0,1,0),$$

求$\dfrac{\boldsymbol{\alpha}}{2}+\dfrac{3}{2}\boldsymbol{\beta}$和$\boldsymbol{\alpha}+2\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\gamma}$.

5. 已知$(2,0,a)^{\mathrm{T}}$是线性方程组

$$\begin{cases}x_1+3x_2+\lambda x_3=4,\\3x_1+2x_2-5x_3=11,\\2x_1+x_2+x_3=\mu\end{cases}$$

的解,求a,λ,μ.