

幾何原本

三

幾何原本

(三)

利瑪竇口譯
徐光啓筆受

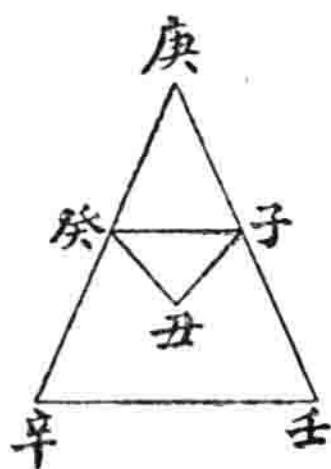
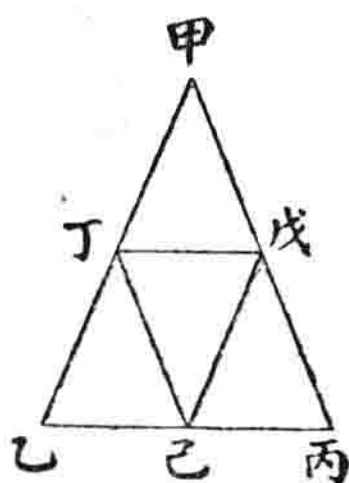
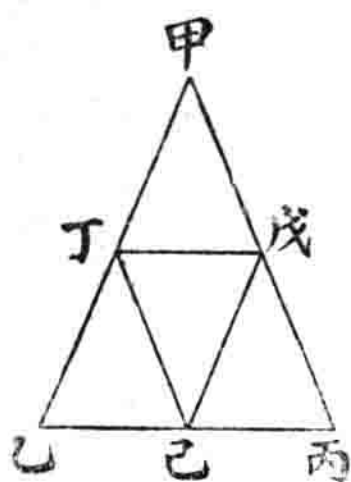
幾本原本第四卷之首

界說七則

第一界

直線形居他直線形內。而此形之各角。切他形之各邊。爲形內切形。

此卷將論切形在圓之內、外。及作圓在形之內、外。故解形之切在形內、及切在形外者。先以直線形爲例。如前圖。丁戊己角形之丁、戊、己三角。切甲乙丙角形之甲乙、乙丙、丙甲三邊。則丁戊己爲甲乙丙之形內切形。如後圖。癸子丑角形。雖癸、子兩角。切庚辛壬角形之庚辛、壬庚兩邊。而丑角。不切辛壬邊。則癸子丑不可謂庚辛壬之形內切形。



第二界

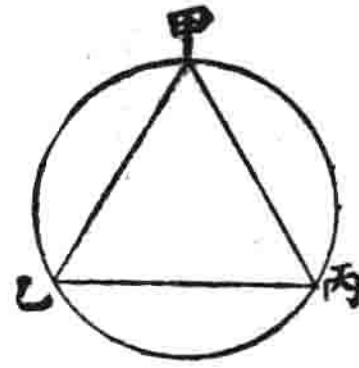
一直線形居他直線形外。而此形之各邊。切他形之各角。爲形外切形。

如第一界圖、甲乙丙、爲丁己戊之形外切形。其餘各形、倣此二例。

第三界

直線形之各角、切圓之界、爲圓內切形。

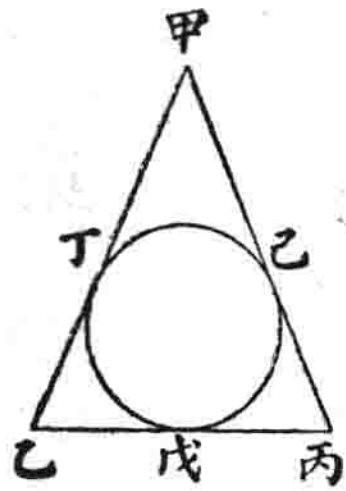
甲乙丙形之三角、各切圓界於甲、於乙、於丙、是也。



第四界

直線形之各邊、切圓之界、爲圓外切形。

甲乙丙形之三邊、切圓界於丁、於己、於戊、是也。



第五界

圓之界切直線形之各邊爲形內切圓。

同第四界圖

第六界

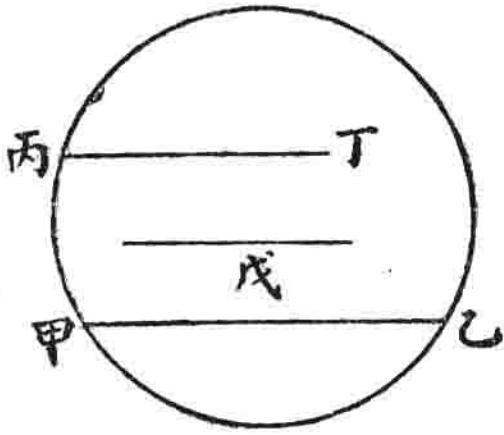
圓之界切直線形之各角爲形外切圓。

同第三界圖

第七界

直線之兩界各抵圓界爲合圓線。

甲乙線兩界各抵甲乙丙圓之界爲合圓線。若丙抵圓而丁不至及戊之兩俱不至不爲合圓線。



幾何原本第四卷

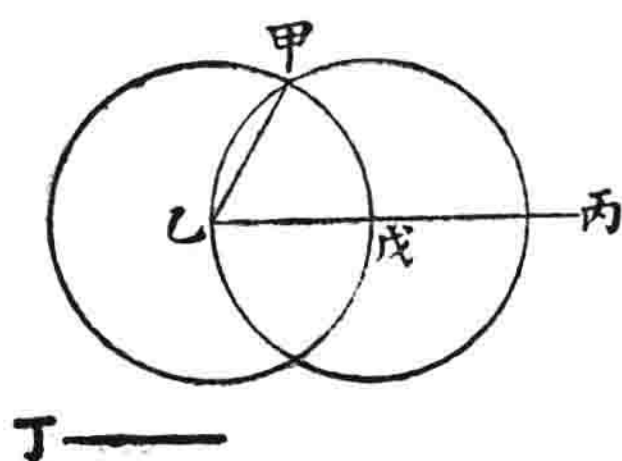
本篇論圓內外形

計十六題

第一題

有圓求作合圓線與所設線等此設線不大於圓之徑線。

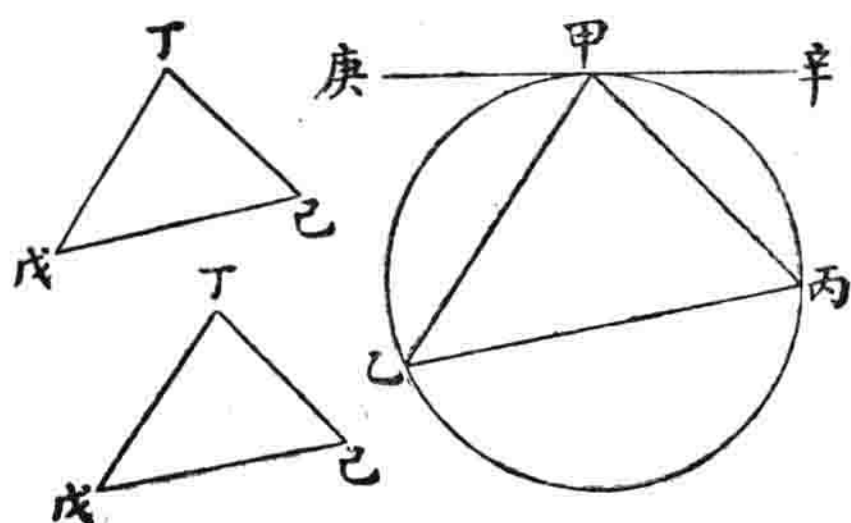
法曰甲乙丙圓求作合線與所設丁線等其丁線不大於圓之徑線。徑爲圓內之最大線。更大不可合。見三卷十五。先作甲乙圓徑爲乙丙若乙丙與丁等者即是合線若丁小於徑者即於乙丙上截取乙戊與丁等次以乙爲心戊爲界作甲戊圓交甲乙丙圓於甲末作甲乙合線即與丁等何者甲乙與乙戊等則與丁等。



第二題

有圓求作圓內三角切形與所設三角形等角。

法曰甲乙丙圓求作圓內三角切形其三角與所設丁戊己形之三角各等。先作庚辛線切圓於甲。卷三
 次作庚甲乙角與設形之己角等。次作辛甲丙角與設形之戊角等。末作乙丙線即圓內三角切形與所設丁戊己形等角。



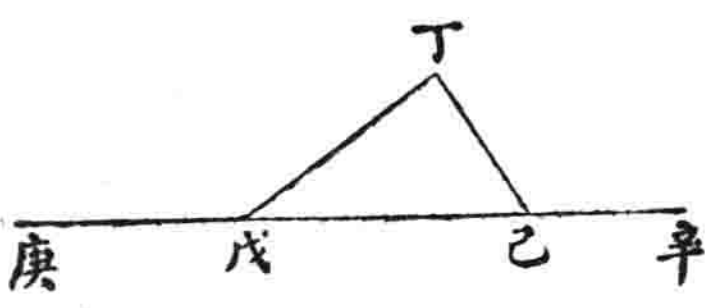
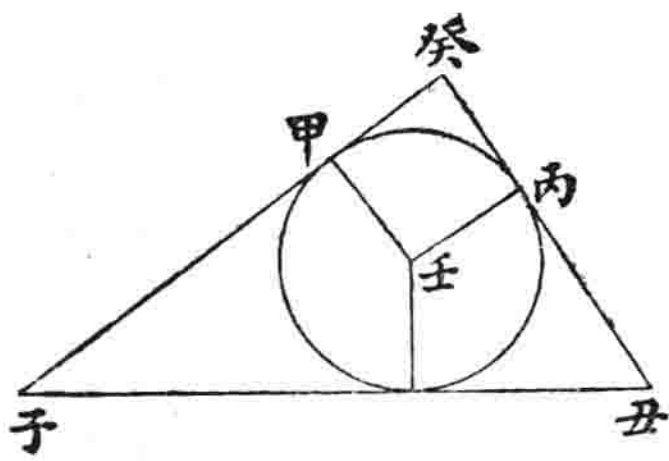
論曰甲丙乙與庚甲乙兩角等。甲乙丙與辛甲丙兩角亦等。三卷
 而庚甲乙辛甲丙兩角既與所設己、

戊、兩角、各等。即甲丙乙、甲乙丙、亦與己、戊、各等。而乙甲丙、必與丁等。一卷則三角俱等。

第三題

有圓求作圓外三角切形與所設三角形等角。

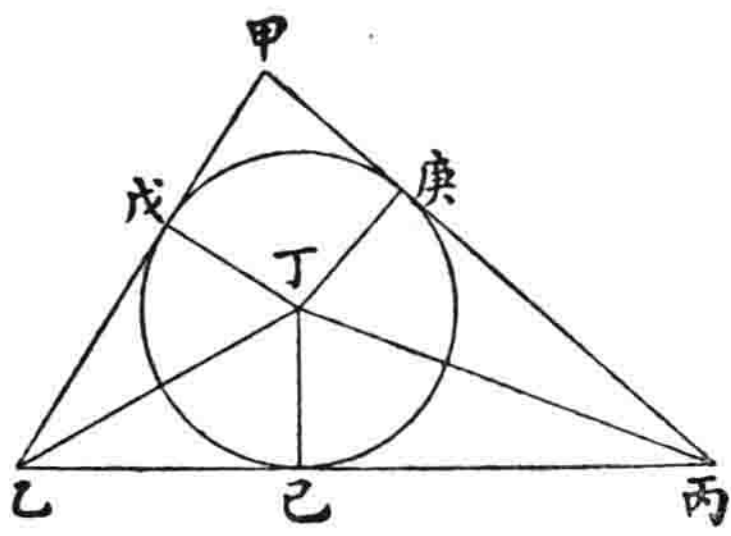
法曰。甲乙丙圓求作圓外三角切形。其三角與所設丁戊己形之三角各等。先於戊己一邊引長之。爲庚辛。次於圓界抵心作甲壬線。次作甲壬乙角與丁戊庚等。次作乙壬丙角與丁己辛等。末於甲乙丙上作癸子。子丑。丑癸。三垂線。此三線各切圓於甲、於乙、於丙。三卷十而相遇於子、於丑、於癸。若作甲丙線癸、丑癸、兩角小於兩直角。而子、癸、丑癸、兩線必相遇。餘二倣此。此癸子、丑三角與所設丁、戊、己三角各等。



論曰甲壬乙子四邊形之四角與四直角等。一卷卅二題內而壬甲子壬乙子兩爲直角即甲壬乙甲子乙兩角并等兩直角彼丁戊庚丁戊己兩角并亦等兩直角。一卷十三此二等率者每減一相等之丁戊庚甲壬乙則所存丁戊己與甲子乙等依顯丑角與丁己戊等則癸與丁亦等。一卷卅二而癸子丑與丁戊己兩形之各三角俱等。

第四題

三角形求作形內切圓。

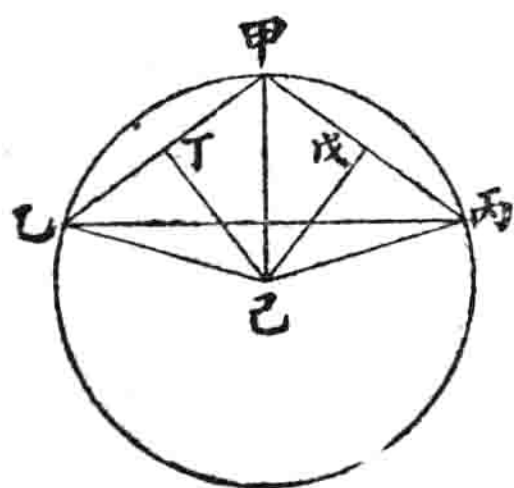
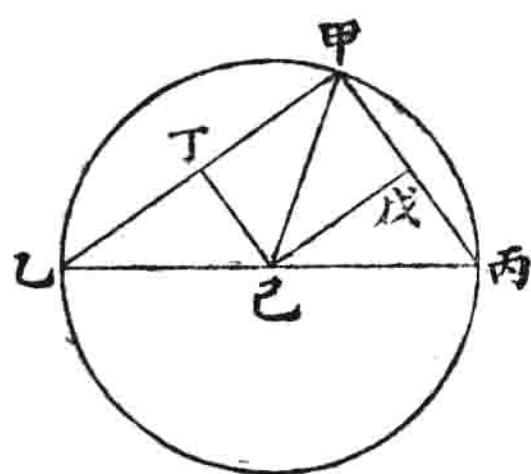
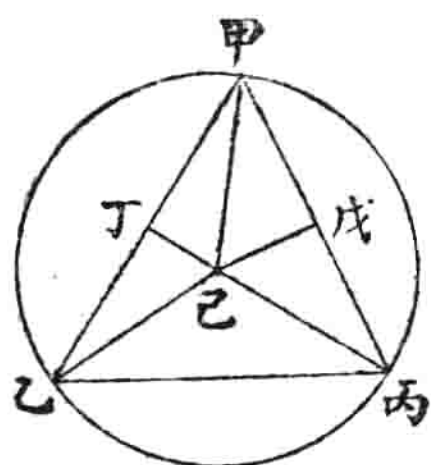


法曰甲乙丙角形求作形內切圓先以甲乙丙角甲丙乙角各兩平分之。一卷九作乙丁丙丁兩直線相遇於丁次自丁至角形之三邊各作垂線爲丁己丁庚丁戊其戊丁乙角形之丁戊乙丁乙戊兩角與乙丁己角形之丁己乙丁乙己兩角各等乙丁同邊即丁戊丁己兩邊亦等。一卷六依顯丁丙己角形與丁庚丙角形之丁己丁庚兩邊亦等即丁戊丁己丁庚三線俱等末作圓以丁爲心戊爲界即過庚己爲戊庚己圓而切角形之甲乙乙丙丙甲三邊於戊於己於庚。三卷十此六之系此爲形內切圓。

第五題

三角形求作形外切圓。

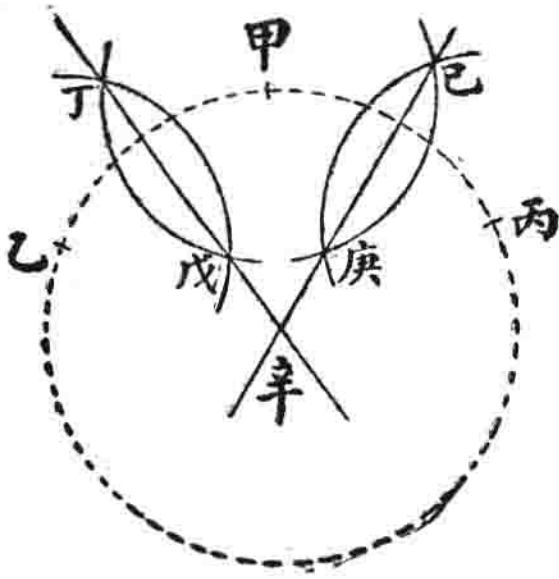
法曰。甲乙丙角形。求作形外切圓。先平分兩邊。
 若形是直角、鈍角。則分
 線。爲己丁、己戊。而相遇於己。若自丁至戊、作直線。即己丁戊角形之己丁戊、己戊
 形外。俱作己甲、己乙、己丙。三線。或在乙丙邊上止作己甲線。其甲丁己角形之甲丁與乙丁己角形之
 乙丁兩腰等。丁己同腰。而丁之兩旁角俱直角。即甲己己乙兩底必等。四卷依顯甲己戊丙己戊兩形
 之甲己己丙兩底亦等。則己甲己乙己丙三線俱等。末作圓。以己爲心。甲爲界。必切丙乙。而爲角形之
 形外切圓。



一系。若圓心在三角形內。即三角形爲銳角形。何者。每角在圓大分之上故。若在一邊之上。即爲直角形。若在形外。即爲鈍角形。

二系。若三角形爲銳角形。即圓心必在形內。若直角形。必在一邊之上。若鈍角形。必在形外。增。從此推得一法。任設三點。不在一直線。可作一過三點之圓。其法。先以三點作三直線相聯。成三角形。次依前作。

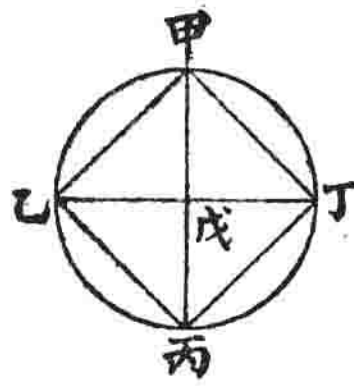
其用法。甲、乙、丙三點。先以甲、乙兩點各自爲心。相向。各任作圓分。令兩圓分相交於丁、於戊。次甲、丙兩點。亦如之。令兩圓分相交於己、於庚。末作丁、戊、己、庚兩線。各引長之。令相交於辛。即辛爲圓之心。論見三卷二十五增。



第六題

有圓求作內切圓直角方形。

法曰。甲乙丙丁圓。其心戊。求作內切圓直角方形。先作甲丙、乙丁、兩徑線。以直角相交於戊。次作甲乙、乙丙、丙丁、丁甲、四線。即甲乙丙丁、爲內切圓直角方形。



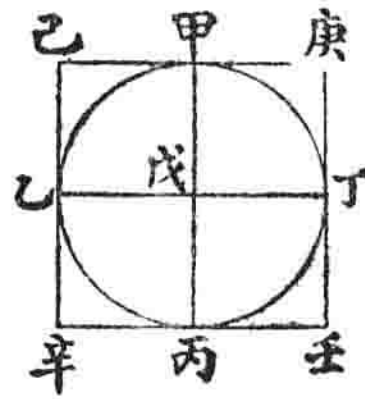
論曰。甲乙戊角形之甲戊。與乙戊丙角形之戊丙。兩腰等。乙戊同腰。而腰間角。兩爲直角。即其底甲乙、乙丙等。一卷依顯乙丙丙丁、亦等。則四邊形之四邊。俱等。而甲乙、丙丁、四角。皆在半圓分之上。又皆直。三卷角。卅一是爲內切圓直角方形。

第七題

有圓求作外切圓直角方形。

法曰。甲乙丙丁圓。其心戊。求作外切圓直角方形。先作甲丙、乙丁、兩徑線。以直角相交於戊。次於甲、乙、

丙、丁作庚己、己辛、辛壬、壬庚、四線、爲兩徑之垂線、而相遇於己、於辛、於壬、於庚、卽己庚壬辛、爲外切圓
直角方形。



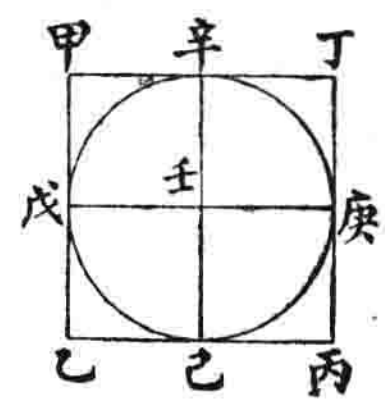
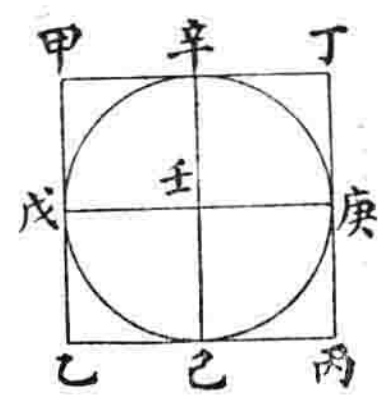
論曰、甲戊乙、己乙戊、既皆直角、卽己辛、甲丙、平行、廿一卷、依顯甲丙、庚壬、亦平行、則己庚、辛壬、亦平行、三十
又甲丙辛己、既直角形、卽甲丙、己辛、必等、卅一卷、而甲丙辛、甲己辛、兩角亦等、甲丙辛、既直角、卽甲己辛、
亦直角、依顯庚壬辛、亦直角、而辛壬、壬庚、庚己、三邊、俱等於甲丙、乙丁、兩徑、既四邊俱等於兩徑、則己
庚壬辛、爲直角方形、而四邊各切圓、三卷十
六之系。

第八題

直角方形、求作形內切圓。

法曰、甲乙丙丁、直角方形、求作形內切圓、先以四邊各兩平分於戊、於己、於庚、於辛、而作辛己、戊庚、兩
線、交於壬、其甲丁、與乙丙、既平行相等、卽半減線之甲辛、乙己、亦平行相等、而甲乙、與辛己、亦平行相

等。^一依顯丁丙、與辛己、亦平行相等。甲丁、乙丙、戊庚、俱平行相等。而甲壬、乙壬、丙壬、丁壬、四俱直角形。壬戊、壬己、壬庚、壬辛、四線、與甲辛、戊乙、丁辛、甲戊、四線各等。夫甲辛、戊乙、丁辛、甲戊、各爲等線之半。卽與之等者、壬戊、壬己、壬庚、壬辛、亦自相等。次作圓、以壬爲心、戊爲界、必過己庚辛。而切甲丁、丁丙、丙乙、乙甲、四邊。^三十六是爲形內切圓。



第九題

直角方形求作形外切圓。

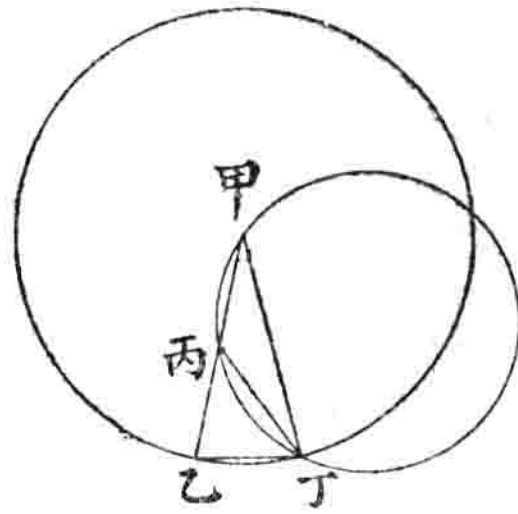


法曰。甲乙丙丁直角方形。求作外切圓。先作對角兩線。爲甲丙、乙丁。而交於戊。其甲乙丁角形之甲乙、甲丁、兩腰等。卽甲乙丁、甲丁乙、兩角亦等。^一而乙甲丁爲直角。卽甲乙丁、甲丁乙俱半直角。^二依顯丙乙、丁丙丁乙、亦俱半直角。而四角俱等。又戊甲丁、戊丁甲、兩角等。卽戊甲、

戊丁、兩邊亦等。六卷 依顯戊甲、戊乙、兩邊亦等。而戊乙、戊丙、戊丁、兩邊各等。次作圓。以戊爲心。甲爲界。必過乙丙丁。而爲形外切圓。

第十題

求作兩邊等三角形。而底上兩角。各倍大於腰間角。



法曰。先任作甲乙線。次分之於丙。其分法。須甲乙偕丙乙、矩內
 直角形。與甲丙上直角方形等。二卷 次以甲爲心。乙爲界。作乙
 丁圓。次作乙丁合圓線。與甲丙等。本篇 末作甲丁線相聯。其甲
 乙、甲丁、等。即甲乙丁爲兩邊等角形。而甲乙丁、甲丁乙、兩角。各
 倍大於甲角。

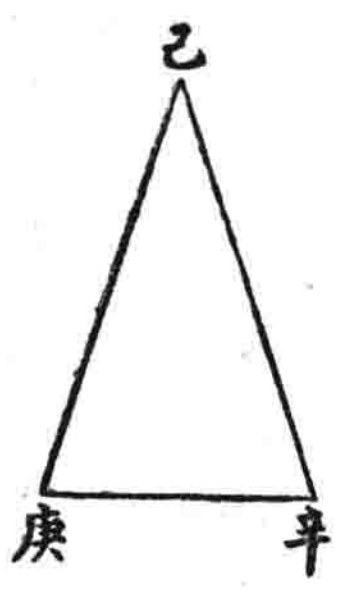
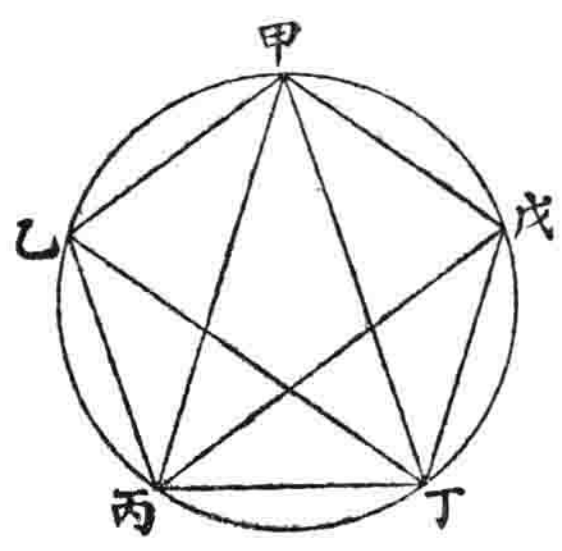
論曰。試作丙丁線。而甲丙丁角形外。作甲丙丁切圓。本篇 其甲

乙、偕丙乙、矩內直角形。與甲丙上直角方形等。即亦與至規外之乙丁上直角方形等。而乙丁線切甲
 丙丁圓於丁。三卷 即乙丁切線。偕丁丙割線。所作乙丁丙角。與負丁甲丙圓分之甲角。交互相等。三卷
 此二率者。每加一丙丁甲角。即甲丁乙全角。與丙甲丁、丙丁甲、兩角并等。夫乙丙丁外角。亦與丙甲丁、
 丙丁甲、相對之兩內角并等。一卷 即乙丙丁角。與甲丁乙全角等。而與相等之甲乙丁、亦等。丙丁、與乙
 丁、兩線亦等。六卷 夫乙丁、元與甲丙等。即丙丁、與甲丙、亦等。丙甲丁、丙丁甲、兩角亦等。而甲角既與乙

丁丙角等。即乙丁丙與丙丁甲兩角亦等。是甲丁乙倍大於丙丁甲。必倍大於相等之甲角也。而相等之甲乙丁亦倍大於甲也。

第十一題

有圓求作圓內五邊切形其形等邊等角。



法曰。甲乙丙丁戊圓求作五邊內切圓形等邊等角。先作己庚辛兩邊等角形。而庚辛兩角各倍大於己角。本篇次於圓內作甲丙丁角形。與己庚辛角形各等角。本篇次以甲丙丁甲丁丙兩角各兩平分。一卷作丙戊丁乙兩線。末作甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線相聯。即甲乙丙丁戊為五邊內切圓形。而五邊五角俱自相等。

論曰。甲丙丁甲丁丙兩角皆倍大於丙甲丁角。而兩角又平分。即甲丁乙乙丁丙丙甲丁丁丙戊戊丙甲五角皆等。而五角所乘之甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線亦等。三卷即甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線亦等。廿九是五邊形之五邊等。又甲乙戊丁兩圓分等。而各加一乙丙丁圓分。即甲乙丙丁

與戊丁丙乙、兩圓分等。乘兩圓分之甲戊丁乙甲戊、兩角亦等。依顯餘三角、與兩角俱等。是五邊形之五角等。

第十二題

有圓。求作圓外五邊切形。其形等邊、等角。



法曰。甲乙丙丁戊圓。求作五邊外切圓形。等邊、等角。先作圓內甲

乙丙丁戊五邊等邊、等角。切形本篇次從己心作己甲己乙己丙、

己丁己戊五線。次從此五線作庚辛辛壬癸子。庚五垂線。

相遇於庚於辛於壬於癸於子。庚戊甲、庚甲戊、兩角。小於兩直角、故甲庚、戊庚、線必相遇。餘四倣此。

五垂線。既切圓。三卷即成外切圓五邊形而等邊、等角。

論曰。試從己心作己庚己辛己壬己癸己子五線。其己甲甲辛上兩直角方形己乙乙辛上兩直角方

形之兩并各與己辛上直角方形等。一卷即兩并自相等。此兩并率者。每減一相等之甲己己乙上直

角方形。即所存甲辛辛乙上兩直角方形等。則甲辛辛乙兩線等也。又甲己辛角形之甲己與乙己辛

角形之乙己兩腰等。己辛同腰。而甲辛辛乙兩底又等。即甲己辛辛己乙兩角等。一卷而甲辛己乙辛

己兩角亦等。四卷則甲己乙角倍大於辛己乙角也。依顯乙己丙角亦倍大於乙己壬角。乙壬丙角亦

倍大於乙壬己角也。又甲己乙乙己丙兩角乘甲乙乙丙相等之兩圓分。見三卷廿八。線等故圓分等。即兩角自相