

DAXUEWULIJIAOCHENG

大学

物理教程

● 主编 张本袁 蒋建军 史可信



南京大学出版社

DAXUEWULIJIAOCHENG

大学

物理教程

○ 主编 张本袁 蒋建军 史可信



南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理教程 / 张本袁, 蒋建军, 史可信主编. —
南京: 南京大学出版社, 2013. 1

ISBN 978-7-305-10905-8

I. ①大… II. ①张… ②蒋… ③史… III. ①物理学
—高等学校—教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 301328 号

出版发行 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093
网 址 <http://www.NjupCo.com>
出 版 人 左 健

书 名 大学物理教程
主 编 张本袁 蒋建军 史可信
责任编辑 惠 雪 沈 洁 编辑热线 025-83686531

照 排 江苏南大印刷厂
印 刷 盐城市华光印刷厂
开 本 787×1092 1/16 印张 26.5 字数 628 千
版 次 2013 年 1 月第 1 版 2013 年 1 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-305-10905-8
定 价 52.00 元

发行热线 025-83594756
电子邮箱 Press@NjupCo.com
Sales@NjupCo.com(市场部)

* 版权所有, 侵权必究
* 凡购买南大版图书, 如有印装质量问题, 请与所购
图书销售部门联系调换

前 言

在《大学物理学》改版之际,受原主编史可信老师及其编委的委托,对原教材作了一些修改。在改编的过程中,基本按原教材的章节顺序,在遵循“教者易教”、“学者易学”的原则的同时,注重内容的前后连贯,符号的习惯表示,表述风格的接近等方面,并以上述理念进行内容的编排。为了便于学生对物理原理的理解和应用,重点改编了例题选择和排序,力求做到由易至难、前后呼应、类型多元、开阔眼界。为了体现物理原理在工程中的应用,尽量选取一些与实际生活、工程应用相关的例题。在解题的思想方法上,尽量做到紧扣物理原理和物理模型,建立数学方程。让读者对教学内容形成一个完整的印象,体会到大学物理是一个先从实践到理论、再由理论到实践的完整的知识体系。读者通过学习,能够缩短这一认识过程,并能尽快提高自身的分析问题、解决问题的能力,克服学习物理的畏难情绪,从而能够喜爱物理,钻研物理,崇敬物理,发扬物理,进而习惯用物理的思想方法解释所遇到的相关问题。

由于各种原因,读者会从自身的特殊情况出发,提出各种不同的需求,加上物理学本身的内在规律性和体系的完整性、严密性,我们尽可能两者兼顾。为此,在该教材的整体上给出了“基本”内容和“深化”内容的区分,其中“深化”内容(包括少量例题)部分用“*”号注明,供教学时选用。若对这部分内容不教不学,也不会影响课程的学习。读者若对基本内容部分的理论学习有疑问,可以回头去看“深化”部分的内容,或许可以破解疑惑;当读者学有余力,想获得更多的物理知识时,“深化”部分内容也许可以满足读者的求知欲望。

随着物理原理在各科学领域的深入应用,我们必须看到,对物理原理的认识和掌握已经成为一个工程技术人员必备的科学素质。但是,对于工科学生来说,《大学物理教程》不能涵盖物理学所有已取得的成就。为了追随物理学原理在高新技术中的应用,我们尝试介绍了少量的“超越”《大学物理教程》内容的章节,如“人为双折射”、“液晶光阀”等。对这些章节,也用“*”号注明,如认为这些内容与读者的人生设计无关时,也可以一概轻轻翻过。

由于时间仓促,水平有限,拙作之效果与作者之本意未必吻合,错误定会存在,恳请业界同仁不吝赐教,多加指正。谢谢!

编 者
2012年10月

目 录

第一篇 力 学

第一章 质点运动学	3
1.1 质点 参照系 运动方程	3
1.2 质点的位移 速度 加速度	5
1.3 直线运动 曲线运动	7
* 1.4 相对运动	15
本章习题	17
第二章 牛顿运动定律	18
2.1 牛顿运动定律	18
2.2 牛顿运动定律的应用	20
* 2.3 非惯性系 惯性力	26
* 2.4 质点系 质心 质心运动定律	27
本章习题	30
第三章 动量定理、动量守恒定理、角动量	32
3.1 动量定理	32
* 3.2 变质量的动量定理及动量守恒问题	37
3.3 角动量 * 质点系的角动量定理	38
本章习题	40
第四章 动能定理、功能原理、机械能守恒定律	42
4.1 功 功率	42
4.2 质点的动能定理	43
* 4.3 质点系的动能	47
4.4 保守力 势能	47
4.5 功能原理 机械能守恒定律	49
* 4.6 能量守恒定律	52
4.7 两物体碰撞问题	52
本章习题	55
第五章 刚体	57
5.1 刚体的定轴转动	57
5.2 转动定律的应用	63
5.3 刚体转动的动能定理	66
5.4 刚体的角动量	69

5.5 碰撞问题	71
本章习题	73

第二篇 电磁学

第六章 静电场	77
6.1 电荷	77
6.2 库仑定理	78
6.3 静电场 电场强度 电场叠加原理	80
6.4 真空中的高斯定理	86
6.5 高斯定理的应用	90
6.6 静电场的环路定理 电势 电势差	94
6.7 电势叠加原理与电势的计算	99
6.8 等势面 * 场强和电势的关系	103
6.9 带电粒子在静电场中的运动	105
本章习题	106
第七章 静电场中的导体与介质	109
7.1 静电场中的导体	109
7.2 电容器 电容	117
7.3 电介质及其极化	122
7.4 电介质中的高斯定理	126
7.5 静电场的能量	132
本章习题	135
第八章 恒定电流	138
8.1 电流 电流密度 电流连续性方程	138
8.2 电动势	141
8.3 欧姆定律	143
8.4 焦耳-楞次定律	147
* 8.5 电桥电路	149
本章习题	150
第九章 真空中的恒定磁场	152
9.1 磁场 磁感应强度	152
9.2 毕奥-萨伐尔定律	153
9.3 稳恒磁场的高斯定理 安培环路定理	159
9.4 带电粒子在磁场中的运动	166
9.5 磁场对载流导线的作用	169
本章习题	174
第十章 磁介质	178
10.1 磁介质	178
10.2 磁化强度 磁化电流	181

10.3 介质中的安培环路定理 磁场强度	182
10.4 铁磁质	185
本章习题	187
第十一章 电磁感应	188
11.1 电磁感应定律	188
11.2 动生电动势	191
11.3 感生电动势	195
11.4 自感 互感	201
11.5 磁场的能量	204
11.6 位移电流 麦克斯韦方程组	206
本章习题	210

第三篇 热 学

第十二章 气体动理论	215
12.1 理想气体状态方程	215
12.2 理想气体的压强公式	219
12.3 能量均分定理 理想气体的内能	221
12.4 麦克斯韦速率分布律	225
12.5 分子碰撞与平均自由程	229
本章习题	231
第十三章 热力学基础	233
13.1 热力学第一定律	233
13.2 热力学第一定律在理想气体等值过程中的应用	235
13.3 绝热过程	240
13.4 循环过程 卡诺循环	243
13.5 热力学第二定律	248
13.6 可逆过程与不可逆过程 卡诺定理	249
13.7 熵 自由膨胀的不可逆性	250
本章习题	255

第四篇 振动与波

第十四章 机械振动	261
14.1 简谐振动	261
14.2 谐振动的能量	266
14.3 阻尼振动 受迫振动	269
14.4 谐振动的合成	271
本章习题	276
第十五章 机械波 电磁波	278
15.1 一维简谐波	278

15.2	波的能量	284
15.3	声波	286
15.4	多普勒效应	288
15.5	惠更斯原理	290
15.6	波的叠加原理 波的干涉	292
15.7	驻波	295
* 15.8	电磁波	298
	本章习题	301

第五篇 波动光学

第十六章	光的干涉	307
16.1	光源相干光	307
16.2	杨氏双缝干涉	308
16.3	光程 光程差	310
* 16.4	多光束干涉	312
16.5	薄膜干涉 等倾干涉	314
16.6	等厚干涉	318
* 16.7	迈克耳孙干涉仪	323
	本章习题	326
第十七章	光的衍射	328
17.1	光的衍射现象 惠更斯-菲涅耳原理	328
17.2	单缝的夫琅禾费衍射 菲涅耳半波带法	329
* 17.3	圆孔衍射 光学仪器的分辨率	332
17.4	光栅衍射	334
* 17.5	X射线衍射	337
	本章习题	338
第十八章	光的偏振	340
18.1	自然光 偏振光	340
18.2	马吕斯定律	342
18.3	反射光和折射光的偏振	344
* 18.4	光的双折射现象	346
* 18.5	偏振光的干涉	349
* 18.6	人为双折射 旋光现象	349
	本章习题	351

第六篇 近代物理引论

* 第十九章	狭义相对论基础	355
19.1	爱因斯坦的基本假设	355
19.2	时间延缓与长度收缩	357

19.3 洛伦兹时空变换	359
19.4 洛伦兹速度变换	362
19.5 相对论质量	363
19.6 相对论能量 质能关系式	365
本章习题	367
第二十章 量子物理学初步	369
20.1 黑体辐射 能量子假设	369
20.2 光电效应 光子理论	373
* 20.3 康普顿效应	377
* 20.4 氢原子的玻尔理论	379
20.5 微观粒子的波动性 德布罗意波	383
20.6 不确定关系	386
20.7 薛定谔方程	389
20.8 一维势垒	391
20.9 一维势阱	392
本章习题	396
参考答案	398
附录1 矢量的表示与矢量的运算	408
附录2 一些基本物理常数	412
参考文献	413

第一篇 力 学

力学是一门古老的、充满活力的学科。力学主要研究宏观物体做机械运动的规律。所谓机械运动,是指物体在空间的位置随时间的变化。机械运动是物质运动形式中最初级的运动形式。因此,力学成为物理学以及自然科学中最为基础的学科。本篇从质点模型的规律出发,研究质点系,以及刚体定轴转动中的一些基本规律。

第一章 质点运动学

质点运动学是描述质点所做的机械运动,这里不考虑引起这种运动的原因。就质点运动学而言,直线运动是最简单的运动形式,后续我们还要讨论圆周运动和抛体运动,而后再过渡到一般运动。必须说明的是,尽管质点的直线运动最简单,但是当描述这种运动时,还是需要运用高等数学的矢量、微积分等知识。

1.1 质点 参照系 运动方程

1. 参照系

我们所处的宇宙是一个变幻莫测的物质世界,因为其中的任何物体都在不断地运动,因此,运动就成为物质存在的基本形式。物质大到天体,小到原子、电子乃至基本粒子等,都是以各自的形式在运动。我们所目睹的一切物质都是处于绝对运动中,然而,我们又常常看到那些一座座耸立的山峰、一座座雄伟的大厦历经多少年,仿佛依然在原地不动,它们常给人一种静止不动的感觉。这又是怎么回事呢?

这是因为描述一个物体的运动状态时都必须选择一个参照物。例如,飞机起飞是以大地为参照物;而当人坐在机舱中看到舱内的座椅却是“静止”的,这时则是以飞机为参照物得出的结论。所以**运动是绝对的,静止是相对的**。若以大地为参照物,飞机上的任何一颗螺丝钉都在运动,更何况其中的座椅呢。

我们平时所讲的“运动”和“静止”都是默认以地球为参照物,因为我们生活在地球上,因此在潜意识中都以大地为参照物。而在平时交流中,并不需要特意交代“是以大地为参照物”,人们也不会产生误解。因此,我们常常忽略交代参照物的必要性。

为了描述物体的运动,必须在选定的参照物上建立坐标系。**建立在参照物上的坐标系,简称为参照系**。坐标系常因具体问题的需要而有不同的选择,如直角坐标系、极坐标系、球坐标系、柱坐标系等。经验表明,选择一个适当的参照系,可以大大简化对运动的叙述。

在不同的坐标系中,描述同一个运动物体的物理参数其形式往往是不同的,所以参照系成为研究物理问题的一个重要的基本出发点;同时,我们也要清楚认识到,同一个物体在不同的参照系中的物理参数虽然不同,但是不会改变所研究物体运动的客观图像和性质。因此,当描述一个物体的运动时,必须首先说明所选择的参照系;否则就无法理解运动的真实情形。由此可见,对任何一个运动物体物理量的描述都是相对的。

2. 质点

自然界中物体的运动十分复杂,呈现在我们面前的运动形式则是多种多样。有些运动

其实可以视为多个简单运动形式的组合。例如,地球既有绕太阳的公转,又有自身绕轴的自转;铁轨上运动的列车既有车厢的直线运动,又有车轮的绕轴转动。这时就要看我们所注意的是哪一部分的运动。由于物体具有形状和大小,因此,在研究运动时,应该分清哪些运动是其主要运动形式,哪些运动是可以忽略的运动形式;哪些运动是要关注的主要目标,而哪些运动是可以视而不见。用简单的模型取代具体的运动物体是研究物体运动的必要手段。**质点就是力学中常用的物理模型之一**。所谓质点,按字面理解就是具有质量的点。采用一个“点”代表运动的物体,可以为运动分析带来极大方便。但是这样简化以后的物体在运动状态中的物理量必须是在允许的误差范围内。若超出允许误差,则只能认为该运动模型不合理,必须重新建立新的模型,或者要对现有的结论进行必要修正。

经验告诉我们:当物体运动的空间远大于运动物体的几何尺寸时,可以把该物体用“质点”表示;一个复杂物体的质心的运动状态可以用质点描述;一个做平面平行运动的物体也可以用质点取代。因此,同一个物体能否被看做质点,完全决定于所研究物体的具体情况。

当研究清楚质点运动的规律后,就可以把一个复杂的运动物体视为一系列质点构成的系统,这样就形成了“质点系”的物体模型,把一个物体抽象成一个质点系是物理中常用的方法。

3. 质点的运动方程

在所确定的参照系中,如何描述一个质点的运动呢?如果选择大地为参照物,并选择常用的三维直角坐标系,某时刻质点的位置可以用直角坐标系中的一个点表示。从原点到质点的位置作一矢量 \boldsymbol{r} ,则 \boldsymbol{r} 就称为该质点的位置矢量。由于质点的位置随时间 t 不停变化,所以位置矢量 \boldsymbol{r} 随时间 t 也在不断变化。当 t 确定后, \boldsymbol{r} 也确定,那么 \boldsymbol{r} 与 t 之间就具有某种确定关系,或者说 \boldsymbol{r} 是时间 t 的函数,用数学函数式表示为 $\boldsymbol{r}(t)$ 。 t 是自变量,则位置矢量 $\boldsymbol{r}(t)$ 就称为质点的运动方程。运动学的任务就是确定质点的运动方程。

用矢量的解析式表示质点的运动方程为

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \quad (1-1)$$

式中, \boldsymbol{i} 、 \boldsymbol{j} 、 \boldsymbol{k} 分别表示 x 、 y 、 z 方向的单位矢量。

由运动方程可知,质点在任意时刻 t 的坐标分别为 $x(t)$ 、 $y(t)$ 、 $z(t)$,这样质点在任意时刻 t 的位置是确定的,如图 1-1 所示。

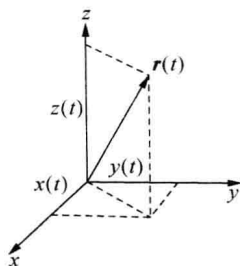


图 1-1 质点运动方程

1.2 质点的位移 速度 加速度

1. 位移与路程

已知一个质点在参照系中的运动方程 $\mathbf{r}(t)$, 在确定的时刻 t , $\mathbf{r}(t)$ 就表示 t 时刻的质点的位置矢量。当时间处于 $t + \Delta t$ 时刻, 运动方程 $\mathbf{r}(t + \Delta t)$ 就表示 $(t + \Delta t)$ 时刻质点的位置矢量。在 Δt 时间内, 质点的位置矢量的改变量 $\Delta \mathbf{r}(t)$ 称为质点在 Δt 时间内的位移。

$$\text{故} \quad \Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t) \quad (1-2)$$

当 $\mathbf{r}(t)$, $\mathbf{r}(t + \Delta t)$ 都用式(1-1)表示时, 则有

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k} \quad (1-3)$$

由图 1-2 可知, $\Delta \mathbf{r}(t)$ 是矢量, 其方向由矢量叠加原理而得到。

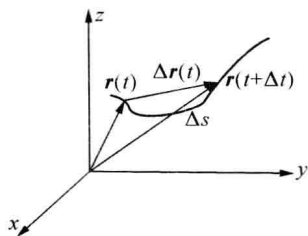


图 1-2 路程 Δs 与位移 $\Delta \mathbf{r}$

一般而言, 运动方程 $\mathbf{r}(t)$ 显示的质点轨迹是曲线。位移 $\Delta \mathbf{r}$ 仅仅表示质点在 Δt 时间内的位置矢量的变化量。路程是指质点在实际运动中轨迹线的长度 Δs , 与质点的具体路径密切相关。路程是标量, 位移是矢量。所以路程与位移是两个不同的概念, 路程不等于位移。

2. 速度与速率

如果质点在 Δt 时间内的位移为 $\Delta \mathbf{r}$, 单位时间内位移的改变量的平均值, 称为质点运动的平均速度。

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$$

平均速度是一个质点运动的粗略描述, 不能反映质点在某一瞬间的速度。要知道质点在 t 时刻的速度, 唯有将时间间隔 Δt 缩小, 使其无限接近于 t , 这样, t 时刻的速度就成为 Δt 无限接近于零的平均速度, 实际上就是质点在 t 时刻的瞬时速度。数学上把质点在 t 时刻瞬时速度表示为

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1-4)$$

式中, $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$ 是一个矢量的微商, 对它的运算只能把矢量 \mathbf{r} 用解析式表示, 才能具体运算。将式(1-1)代入式(1-4), 有

$$\begin{aligned}\mathbf{v} &= \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k} \\ &= v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}\end{aligned}\quad (1-5)$$

式(1-5)表明, 速度 \mathbf{v} 可以用其在 x 轴、 y 轴、 z 轴上的分量 v_x 、 v_y 、 v_z 表示。

由于 \mathbf{r} 是矢量, 而速度是质点运动方程 $\mathbf{r}(t)$ 对时间的变化率, 所以速度是矢量。

质点在轨迹上移动的快慢称为速率, 速率是单位时间内质点所经过的路程。速率也有平均速率和瞬时速率之分, 则可以类似于速度的描述表示为

$$\begin{aligned}v &= \frac{\Delta s}{\Delta t} \\ v &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}\end{aligned}\quad (1-6)$$

式(1-6)表示瞬时速率是路程对时间的变化率, 由于路程是标量, 所以速率也是标量。

一般说来, 位移不是路程, 所以速度不是速率, 但是无限小路程 ds 的曲线可以视为直线, 而且与 $d\mathbf{r}$ 等值, 因此

$$v = |\mathbf{v}|$$

即瞬时速度的大小等于瞬时速率, 这样可以通过式(1-5)计算得

$$v = |\mathbf{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}\quad (1-7)$$

3. 加速度

为了描述质点运动的速度 \mathbf{v} 随时间变化的快慢, 这里引入加速度的概念。如果 t 时刻质点的速度为 $\mathbf{v}(t)$, 在 $(t + \Delta t)$ 时刻的速度为 $\mathbf{v}(t + \Delta t)$, 在 Δt 时间内速度的改变量为 $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}(t + \Delta t) - \mathbf{v}(t)$, 单位时间内的质点的平均加速度

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}$$

其瞬时加速度

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}\quad (1-8)$$

用解析式表示 \mathbf{v} , 由式(1-5)得

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k})$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{dv_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt} \mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt} \mathbf{k} \\
 &= a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}
 \end{aligned} \tag{1-9}$$

a_x, a_y, a_z 表示加速度 \mathbf{a} 在 x, y, z 坐标轴上的分量, 由式(1-5)和式(1-9)可得

$$\begin{aligned}
 a_x &= \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} \\
 a_y &= \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} \\
 a_z &= \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2}
 \end{aligned} \tag{1-10}$$

点加速度的大小

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \tag{1-11}$$

以上对速度、加速度的讨论都是在直角坐标系内进行的。坐标系的选择并不唯一, 例如在固定轨道的曲线运动中, 可以选择自然坐标系。在自然坐标系中则是以曲线的切向和法向表示速度、加速度的方向, 此时的加速度又用切向加速度 a_t 和法向加速度 a_n 表示, 所以在自然坐标系中的总加速度的大小

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \tag{1-12}$$

由于运动方程 $\mathbf{r}(t)$ 的矢量属性, 决定了质点运动的速度和加速度都是矢量, 另外矢量的可叠加性又告诉我们运动方程 $\mathbf{r}(t)$ 是可以分解的。这样, 在讨论质点较复杂的运动时, 可以将其分解到几个确定的方向上, 用其分运动表示。分运动讨论清楚, 就可以将分运动合成为其实际运动, 这就极大地方便了对复杂运动的分析和研究。

1.3 直线运动 曲线运动

1. 直线运动

直线运动是质点诸运动中最基本、最简单的运动, 它是一切复杂运动的基础。在直线运动中, 匀加速运动又是最初等的运动。

质点做直线运动时, 总可以将坐标轴建立在其运动方向上, 此时, 质点运动的物理量的矢量属性就只局限于一个方向, 由于这个方向是默认的, 所以此时对运动参量的运算就可以用一个标量替代。必须强调的是, 当运动参量用标量计算时, 并不是否认该运动参量的矢量属性。

设质点以恒定的加速度 \mathbf{a} 沿 x 轴做直线运动, 当 $t = 0$ 时, 质点的坐标为 x_0 , 速度为 v_0 , 那么 t 时刻的速度由式(1-8)可表示为

$$dv = a dt \quad (1-13)$$

式(1-13)是一个简单的微分方程,解此方程的方法是两边积分,再根据初始条件,可得

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt = a \int_0^t dt$$

其结果为
$$v = v_0 + at \quad (1-14)$$

再由式(1-4)可得,列出微分方程,根据初始条件求解

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t v dt$$

将式(1-14)代入上式,计算得

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (1-15)$$

这一结论是在初等物理中比较熟悉的结果,消去时间 t ,还可以得到一个比较有用的计算公式

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \quad (1-16)$$

必须指出,式(1-16)只适用于匀加速直线运动,而对非匀加速直线运动是不成立的,对一般的运动更不适用,因此,这要引起那些初学《大学物理教程》的读者注意。

当质点做直线运动的加速度不是常数时,计算过程比上述问题要稍复杂。但有了高等数学作基础的读者是不难计算的。

例 1-1 物体沿 x 轴运动,其速度 $v = \alpha \sqrt{x}$, α 为常数,当 $t = 0$ 时,物体处于 x 轴的原点。求:

- (1) 以运动的速度和加速度作为 t 的变量的函数;
- (2) 运行 s 路程后的平均速度。

分析: 当物体运动的位置坐标 x 与时间 t 的函数关系找到后,则不难计算问题(1)。

解: (1) 由已知条件和 $v = \frac{dx}{dt}$ 可得

$$\frac{dx}{dt} = \alpha \sqrt{x} \quad \text{或} \quad \frac{dx}{\sqrt{x}} = \alpha dt$$

根据初始条件两边积分

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int_0^t \alpha dt$$

计算结果为 $2\sqrt{x} = \alpha t$ 或 $x = \frac{\alpha^2}{4} t^2$ 。

(2) 由题意可知,必须确定物体运行 s 后所需的时间。

可以直接将(1)中的结果 x 用 s 取代计算,可得 $t = \frac{2}{\alpha} \sqrt{s}$,