



京虎教育
JH.ORG.CN

全国辅导机构指定用书

MBA
MPA
MPAcc

管理类联考 综合能力数学800题

策划◎京虎图书编委会

夯实基础知识
直击高频考点
凝练提分技巧
精选典型习题

2014



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS



京虎教育
JH.ORG.CN

全国辅导机构指定用书

BA
PA
Pacc

管理类联考 综合能力(数学)800题

主编◎刘博 陈思

策划◎京虎图书编委会

夯实基础知识

直击高频考点

凝练提分技巧

精选典型习题

2014



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书根据管理类联考综合能力最新考试大纲、历年真题和命题思路编写而成。全书分为五大部分:基础篇、提高篇、技巧篇、模拟篇和真题篇。本书的最大特点是重视三项基础,即基本概念,基本题型,基本方法。在此之上,精讲例题,以知识点引出例题,以例题来讲解题方法,每个部分配套的练习题进一步巩固解题方法。在讲解例题中,力求一题多解,融会贯通,有的题目给出了技巧提示,做到深度理解题目。除此之外,对于应试技巧的系统讲解是本书一大亮点,做到解题方法、应试方法的结合。本书适用于所有备考专硕联考的读者使用。

图书在版编目(CIP)数据

2014MBA/MPA/MPAcc 管理类联考综合能力数学 800 题 /
刘博,陈思主编. -- 北京:北京航空航天大学出版社,
2013.8

ISBN 978-7-5124-1199-9

I. ①2… II. ①刘…②陈… III. ①高等数学-研究
生-入学考试-习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 162787 号

版权所有,侵权必究。

2014MBA/MPA/MPAcc 管理类联考综合能力数学 800 题

主 编 刘 博 陈 思

策划编辑 谭 莉

责任编辑 郑 方

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(邮编 100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱:bhpress@263.net 邮购电话:(010)82316936

北京宏伟双华印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本:787×1092 1/16 印张:23.75 字数:608 千字

2013 年 8 月第 1 版 2013 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5124-1199-9 定价:49.00 元

若本书有倒页、脱页、缺页等印装质量问题,请与本社发行部联系调换。联系电话:(010)82317024

前言

我国的管理类联考从 2008 年开始,出现了比较大的变化,去掉了微积分、线性代数部分,只保留了初数部分,主要由算术与代数、几何、排列组合概率组成。虽然知识点难度降了,但其考题类型多样、方法灵活多变,是每年专硕综合部分的一大重要拿分阵地。根据作者多年的一线教学经验,考生的数学分数差别非常大,有能拿 70 分以上的,也有只能拿 10 多分的。所以数学分数对于综合分数的影响非常之大。为了使考生尽快了解联考数学的内容,掌握知识点和应试技巧从而顺利通过联考,作者结合自己丰富的教学经验,写就了本书。

本书的组成以及各个部分说明:

一、基础篇。这部分内容严格按照考试大纲要求编写,对考试大纲的每个考点进行精讲,以例题辅助理解考点,同时每个章节后面都附有练习题和详细答案,帮助读者自学自测,达到“学”和“习”的统一,其对于考生正确把握考试要点是非常有帮助的。编写这部分内容的主要目的是打好基础,熟悉和理解知识点,所以此部分内容的选题难度略低于真题。

二、提高篇。经过基础篇的知识点打底,在提高篇里就要系统地习练解题。学数学一定要做题,不做题好比吃东西不消化,吸收不了知识点的营养。提高篇以题型分类进行编排,针对每一类考试中可能出现的题型,分析例子、点拨重点、总结招数,并且在做题的过程中,对基础进行新一轮的熟化,从而达到对知识点强化的目的。由于提高篇的学习直接决定着应试的熟练度,所以此部分内容的选题难度与真题相当。

三、技巧篇。既然是应试,肯定是有一些技巧的。这部分内容基于作者多年的一线教学经验,站在命题的高度,总结出了考试中常用的技巧以及一些蒙猜的方法,最大限度地提升读者的解题速度。但是,必须说明的一件事情是:技巧是基础的锦上添花,考试绝不能过于依赖技巧,应该以基础为重。无数前辈们的例子都说明:基础不牢,仅靠技巧、蒙猜去考试,结果何其惨烈。就好比那个吃火烧的笑话,吃到第七个火烧饱了,就说前六个白吃了,直接吃第七个好了。没有前六个的垫底,就不会有第七个。这就是技巧和基础的辩证关系。

四、模拟篇。作者在多年的教学笔记中,把好题、经典题、模板题总结出来,紧扣考试大纲,编成了五套模拟题,并配有详细解答,题目总体难度略高于真题,是对读者数学知识综合运用能力的考查。相信经过模拟题训练,读者的解题能力会达到相当高的一个层次。

五、真题篇。这部分内容编排了 2009 年到 2013 年的真题。真题是最好的模拟题,建议把这部分真题在考试前反复练习三到五遍,形成自己的做题习惯和思考方式,从容应对联考。

本书特点:重视三基,即基本概念,基本题型,基本方法。在此之上,精讲例题,以知识点引出例题,以例题来讲解题方法,每部分配套的练习题进一步巩固解题方法。在讲解例题中,力求一题多解,融会贯通,有的题目给出了技巧提示,做到深度理解题目。除此之外,对于应试技巧的系统讲解是本书一大亮点,做到解题方法、应试方法的结合。本书适用于所有备考专硕联考的读者使用。

本书的增值与交流平台

中国 MBA/MPA/MPAcc 等专业硕士培训中心咨询:

电话:010-82331870

手机:13366806363

QQ: 4006666708

微博:<http://weibo.com/jhedu>

网址:<http://www.jh.org.cn>

全国专业学位硕士入学考试命题研究中心

2013 年 8 月于北京

2014 考研英语(二)教材使用规划表

书 名	作 者	使用时间	定 位
《考研英语词汇 5 合 1 老蒋详解》(英语一和英语二均适用)	老蒋	全年(重点 3~7 月)	历时三年沉淀出来的心血之作,本书包括速记宝典+精练宝典+必背宝典+老蒋详解+老蒋视频五大部分,一站式解决背单词难题,绝对不会让读者失望!
《考研英语阅读基本功 长难句老蒋精解》(英语一和英语二均适用)	老蒋	全年(重点 3~7 月)	老蒋视频+语法梳理+难句精讲+演练突破,是提升英语基础夯实阅读基本功的不二之选。
《考研英语(二)阅读理解 精读 80 篇》(基础提高版)	老蒋	6~9 月(或 6~12 月)	听视频,掌握阅读及解题方法;精读书,全方位提升阅读与解题技能。
《考研英语(二)阅读理解 实战 80 篇》(强化决胜版)	老蒋	9~12 月	加大阅读量和阅读难度,强化解题技能,力争以难打易,笑傲考场。
《考研英语(二)高分作文 老蒋笔记》	老蒋	9~12 月	老蒋作文课堂完整呈现,47 篇经典范文涵盖全部写作类型,精读此书,考生可做到以不变应万变。
《考研英语(二)热点作文 40 篇》	老蒋	11~12 月	考前狂背,快速积累热点话题主题词与写作素材,让考生不仅有框架更有丰富灵活的血肉。
《考研英语(二)高分翻译 老蒋笔记》	老蒋	9~12 月	老蒋翻译课堂完整呈现,不仅提升翻译技巧,通过“实战 40 篇”演练更要练就英译汉硬功。
《考研英语(二)历年真题 老蒋详解》	老蒋	全年(重点 9~12 月)	老蒋代表作,含“复习指导”与“真题详解”两部分,前者为考生指明各题型复习方向,后者详解历年真题。注:“复习指导”上半年即可参考学习!
《考研英语(二)考点强化 老蒋 4 套卷》	老蒋	11 月	老蒋课堂千锤百炼的 4 套模拟卷,基本涵盖命题人的所有命题热点,可帮考生快速熟化各题型应对之道。
《考研英语(二)终极预测 老蒋 4 套题》	老蒋	12 月	基于历年真题命制思想,老蒋团队所研发的具有前瞻预测性质的高仿真试题,帮考生考前热身、查漏补缺、熟化节奏,决胜考场。

2014 管理类联考综合能力教材使用规划表

书 名	作 者	使用时间	定 位
《MBA/MPA/MPAcc 管理类联考综合能力真题一本通(数学·逻辑·写作)》	京虎 蒋军虎 鄢玉飞	全年(重点 7 月~考前)	英语、数学、逻辑、写作真题解析四合一,真题解析详尽细致,一般提供多种解法,让不同基础的考生选择适合自己的方法。
《MBA/MPA/MPAcc 管理类联考综合能力数学 800 题》	京虎 刘博 陈思	全年(重点 9 月~考前)	将常考题源分类分级,配合基础、提高、强化、冲刺各阶段练习,帮助考生巩固核心方法,形成解题套路,熟化应试技巧,提高解题速度。
《MBA/MPA/MPAcc 管理类联考与经济类联考逻辑 800 题》	京虎 鄢玉飞	全年(重点 9 月~考前)	将常考题源分类分级,配合基础、提高、强化、冲刺各阶段练习,帮助考生巩固核心方法,形成解题套路,熟化应试技巧,提高解题速度。
《MBA/MPA/MPAcc 管理类联考与经济类联考写作 80 篇》	京虎 鄢玉飞	10 月~考前	论证有效性分析各种错误类型逐一练习,论说文常考主题一网打尽,确保联考作文高分。
《MBA/MPA/MPAcc 管理类联考综合能力考点强化 4 套卷》	京虎 鄢玉飞 陈彦霖	11 月	以题带点,突破瓶颈,覆盖综合科目应试必备考点、方法,帮助考生从全局角度把控三科考点的搭配、格局,找到试卷的答题顺序、节奏,形成稳定强劲的应试战斗力。
《MBA/MPA/MPAcc 管理类联考综合能力终极预测 4 套卷》	京虎 鄢玉飞 陈彦霖	12 月	预测重点,主抓得分,熟化综合科目考场实战技巧,预演实战感觉。
《MBA/MPA/MPAcc 管理类联考综合能力数学复习指南》	京虎 鄢玉飞	全年(重点 3~11 月)	将数学考试大纲具体细化为 36 个核心考点,例题循序渐进、方法分类归纳、练习举一反三,帮助考生精准、系统、全面把握考试内容。
《MBA/MPA/MPAcc 管理类联考与经济类联考逻辑复习指南》	京虎 鄢玉飞	全年(重点 3~11 月)	将逻辑考试大纲具体细化为 15 个核心考点,例题循序渐进、方法分类归纳、练习举一反三,帮助考生精准、系统、全面把握考试内容。
《MBA/MPA/MPAcc 管理类联考与经济类联考写作复习指南》	京虎 陈彦霖	6 月~考前	立足大纲、结合阅卷,从理论和实践角度诠释写作精髓;论证有效性分析谬误归纳、论说文高分精髓总结、5 天速成攻略,课堂精华毫无保留。
《MBA 联考面试必备》			从面试理论和实战方面深入剖析国内名校面试特点,根据不同的学生背景案例讲解不同的面试策略。本书还深度解析了相关学校材料撰写、面试流程、无领导面试策略等,以实际案例帮助考生了解提前批面试的材料写作方法和面试步骤。

北京航空航天大学出版社 读者意见反馈表

尊敬的读者：

您好！

首先，非常感谢您购买我们的图书。您对我们的信赖与支持将激励我们出版更多更好的精品图书。为了解您对本书以及我社其他图书的看法和意见，以便今后为您提供更优秀的图书，请您抽出宝贵时间，填写这份意见反馈表，并寄至：

北京市海淀区学院路37号北京航空航天大学出版社教育培训事业部(收)

邮编：100191

电话：010-82339984

传真：010-82317034

E-mail: sallytanli@163.com

网址: http://www.buaapress.com.cn

博客: http://blog.sina.com.cn/u/1689582545

凡提出有利于提高我社图书质量的意见和建议的读者，均可获得北京航空航天大学出版社价值20元的图书(价格超过20元的图书只需补差价)。期待您的参与，再次感谢！

《2014 MBA/MPA/MPAcc 管理类联考综合能力数学 800 题》

读者个人信息：

姓名：_____ 性别：_____ 年龄：_____

身份：学生 ☐ 社会在职人员 ☐ 其他 ☐

文化程度：大专及以下 ☐ 本科 ☐ 研究生 ☐

电话：_____ 手机：_____ E-mail: _____ QQ: _____

通讯地址：_____ 邮编：_____

您获知本书的来源：

新华书店 ☐ 民营书店 ☐ 辅导班老师推荐 ☐ 网络 ☐

他人推荐 ☐ 媒体宣传(请说明) _____ 其他(请说明) _____

您购买本书的地点：

新华书店 ☐ 民营书店 ☐ 辅导班 ☐ 网上书店 ☐ 其他(请说明) _____

您对本书的评价：

内容质量：很好 ☐	较好 ☐	一般 ☐	较差 ☐	很差 ☐
您的建议：_____				
体例结构：很好 ☐	较好 ☐	一般 ☐	较差 ☐	很差 ☐
您的建议：_____				
封面、装帧设计：很好 ☐	较好 ☐	一般 ☐	较差 ☐	很差 ☐
您的建议：_____				
内文版式：很好 ☐	较好 ☐	一般 ☐	较差 ☐	很差 ☐
您的建议：_____				
印刷质量：很好 ☐	较好 ☐	一般 ☐	较差 ☐	很差 ☐
您的建议：_____				
总体评价：很好 ☐	较好 ☐	一般 ☐	较差 ☐	很差 ☐



影响您是否购书的因素:(可多选)

内容质量☐ 体例结构☐ 封面、装帧设计☐ 内文版式☐ 印刷质量☐
封面文字☐ 封底文字☐ 内容简介☐ 前言☐ 目录☐
作者☐ 出版社☐ 价格☐ 广告宣传☐ 其他(请说明)_____

您是否知道北京航空航天大学出版社:知道☐ 不知道☐

您是否买过北京航空航天大学出版社的图书:

买过(书名:_____)☐ 没买过☐

您对本书的具体意见和建议:

您还希望购买哪方面的图书:

您对北京航空航天大学出版社的具体意见和建议:

其他意见和建议:

北航出版社,为您点亮人生之路!

目 录

基础篇

第一章 实数的运算和性质	3
第二章 整式和分式	17
第三章 函数、方程和不等式	26
第四章 等差数列、等比数列	44
第五章 应用题专题	54
第六章 平面图形及空间几何体	70
第七章 平面解析几何	95
第八章 数据分析	115

提高篇

第一章 算术与代数	139
第二章 函数、方程和不等式	150
第三章 数 列	167
第四章 应用题	179
第五章 几 何	198
第六章 数据分析	237

技巧篇

概 述	259
数学实战技巧	260
条件充分性判断题的解题方法与技巧	269
技巧实战演练	274

模拟篇

全真模拟题一	285
全真模拟题二	288
全真模拟题三	291

全真模拟题四	295
全真模拟题五	298
全真模拟题答案及解析	302

真题篇

2013 年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力试题之数学部分	323
2012 年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力试题之数学部分	326
2011 年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力试题之数学部分	330
2010 年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力试题之数学部分	334
2009 年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力试题之数学部分	338
2013 年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力试题之数学部分 参考答案	342
2012 年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力试题之数学部分 参考答案	347
2011 年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力试题之数学部分 参考答案	351
2010 年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力试题之数学部分 参考答案	359
2009 年全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力试题之数学部分 参考答案	364



基础篇

2014MBA/MPA/MPAcc管理类联考综合能力数学800题

- ▶ 第一章 实数的运算和性质
- ▶ 第二章 整式和分式
- ▶ 第三章 函数、方程和不等式
- ▶ 第四章 等差数列、等比数列
- ▶ 第五章 应用题专题
- ▶ 第六章 平面图形及空间几何体
- ▶ 第七章 平面解析几何
- ▶ 第八章 数据分析



注:以下题目答案中,绿色字母为正确选项.

第一章

实数的运算和性质

考试大纲要求

1. 整数

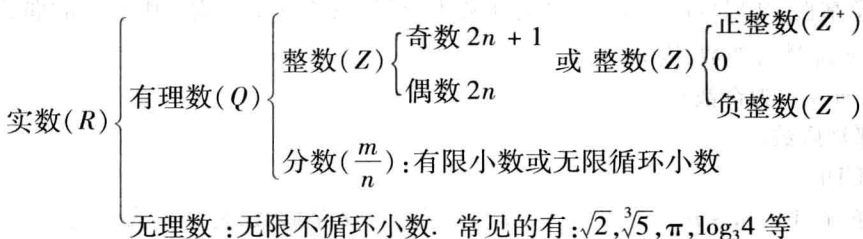
(1) 整数及其运算(2) 整除、公倍数、公约数(3) 奇数、偶数(4) 质数、合数

2. 分数、小数、百分数

3. 比与比例

4. 数轴与绝对值

考点精编



考点① 奇偶数的运算性质

奇数 $\pm$ 奇数 = 偶数

奇数 $\cdot$ 奇数 = 奇数

偶数 $\pm$ 偶数 = 偶数

偶数 $\cdot$ 偶数 = 偶数

偶数 $\pm$ 奇数 = 奇数

偶数 $\cdot$ 奇数 = 偶数

技巧提示: ①两个数的和、差一定同奇偶; ②两个数的和、差为奇数, 则两个数必然一奇一偶; 反之亦成立; 两个数的和、差为偶数, 则两个数必然同奇(或同偶); 反之亦成立; ③在一个加(减)算式中, 其结果的奇偶性取决于奇数的个数(奇数个结果为奇, 偶数个为偶).

例1 已知 n 是偶数, m 是奇数, 方程组 $\begin{cases} x - 1988y = n \\ 11x + 27y = m \end{cases}$ 的解 $\begin{cases} x = p \\ y = q \end{cases}$ (p, q 为整数), 那么

()

A. p, q 都是偶数

B. p, q 都是奇数

C. p 是偶数, q 是奇数

D. p 是奇数, q 是偶数

E. 以上都不对

【答案】ABCDE

【解析】 由于 $1988y$ 是偶数, 由第一方程知 $p = x = n + 1988y$, 所以 p 是偶数, 将其代入第二方程中, 于是 $11x$ 也为偶数, 从而 $27y = m - 11x$ 为奇数, 所以是 $y = q$ 奇数.

【点拨】 奇偶数的运算性质. 注意熟练考点下给出的技巧提示, 在考场上会让大家事半



功倍.

考点2 质数和合数

1. 质数: 只有1和它本身两个约数(因数)的正整数叫质数(或素数).

最小的质数为2(唯一的偶质数), 最小的合数为4;

30以内质数有10个: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29;

2. 合数: 除了1和本身外还有其他约数(因数)的正整数, 最小的合数是4.

注意: 1既不是质数也不是合数.

技巧提示: ①考试时, 用20以内的质数稍微试一下; ②当题目中涉及2个以上质数, 就可以设最小的是2, 试试看可不可以. ③任一个大于1的合数可以表示成质数的乘积.

例2 如果 a, b, c 是3个连续的奇数, 并且 $10 < a < b < c < 20$, b 和 c 为质数, 那么 $a + b$ 等于()

A. 24

B. 28

C. 30

D. 32

E. 38

【答案】ABCDE

【解析】由于 a, b, c 是3个连续的奇数, 并且 $10 < a < b < c < 20$, 又11, 13, 15, 17, 19是10到20之间的奇数, 满足条件的只有15, 17, 19, 故 $a + b = 32$.

【点拨】注意掌握20以内的质数, 考试时质数不会很大; 特别2是质数中唯一的偶数.

例3 设 m, n 都是自然数, 则 $m = 2$.

(1) $n \neq 2, m + n$ 为奇数;

(2) m, n 都是质数.

【答案】ABCDE

【解析】由条件(1), $m + n$ 为奇数, 所以 m 与 n 必有一个是偶数, 另一个为奇数, n 不是偶质数, 推不出结论.

而条件(2)中, m, n 可以取任意质数, 也不充分; 两条件联合, 则 m 必为偶质数, 所以 $m = 2$.

【点拨】本题综合了以上两个考点, 涉及奇偶和质数, 注意前面技巧提示中的结论.

考点3 整除、公倍数、公约数

1. 能被2整除的数: 个位为0, 2, 4, 6, 8.

能被5整除的数: 个位为0或5.

能被3整除的数: 各数位数字之和必能被3整除.

能被9整除的数: 各数位数字之和必能被9整除.

2. 公倍数: 若整数 d 能够同时被两个整数 a, b 整除, 则 d 称为 a, b 的公倍数, 所有公倍数中最小的称为最小公倍数, 如: 4和6的公倍数有12, 24, 36..., 最小公倍数是12.

3. 公约数: 若整数 d 能够同时整除两个整数 a, b , 则 d 称为 a, b 的公约数, 所有公约数中最大的称为最大公约数, 记 $(a, b) = d$. 若 $(a, b) = 1$, 称为 a, b 互质或互素. 如: 12和20的公约数有1, 2, 4, 最大公约数是4, 即 $(12, 20) = 4$; $(3, 5) = 1$, 即3和5互质.

4. 带余除法(商数和余数的表示)

设正整数 n 被正整数 m 除, 得商为 s , 余数为 r , 则可以表示为 $n = ms + r$ (s, r 均为自然



数, $0 \leq r < m$); 特别当余数 $r = 0$ 时, 称 n 能被 m 整除.

如: 16 除以 3, 商是 5, 余数是 1, 则有 $16 = 3 \times 5 + 1$.

技巧提示: ① 找某几个整数的最小公倍数或最大公约数有两种方法: 短除法或作质因数分解; ② 对于两个正整数, 两数之积等于其最小公倍数乘以最大公约数.

注: 怎样用短除法和质因数分解求正整数的最大公约数与最小公倍数:

短除法 $\begin{array}{r|rr} 5 & 15 & 20 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$ 3 和 4 互质, 所以 15 和 20 的最大公约数是 5;

最小公倍数是 $5 \times 3 \times 4 = 60$.

质因数分解法 任一大于等于 2 的正整数都可以写成若干个质数的乘积. 如:

$15 = 3 \times 5$, $20 = 2 \times 2 \times 5$, 所以 15 和 20 的最大公约数是 5;

最小公倍数是 $5 \times 3 \times 2 \times 2 = 60$. (公约数 5 只算一次)

例 4 若 x 和 y 是整数, 则 $xy + 1$ 能被 3 整除.

(1) 当 x 被 3 除时, 其余数为 1;

(2) 当 y 被 9 除时, 其余数为 8.

【答案】ABCDE

【解析】(1), (2) 显然单独不充分. 由 (1) 设 $x = 3m + 1$, 由 (2) 设 $y = 9n + 8$, $m, n \in \mathbf{Z}$, 则 $xy + 1 = (3m + 1)(9n + 8) + 1 = 27mn + 24m + 9n + 9 = 3(9mn + 8m + 3n + 3)$ 能被 3 整除.

【点拨】 本题考查数的带余除法.

【技巧解析】 此题可用“C 方法”, 即条件 (1)、(2) 分别提供部分要素的信息, 如 (1) 提供 x 这一要素, (2) 提供 y 这一要素, 结果一般选 C.

例 5 两个正整数的最大公约数是 6, 最小公倍数是 90, 满足条件的两个正整数组成的数在前的大数对共有 ()

A. 0 对

B. 1 对

C. 2 对

D. 3 对

E. 以上都不对

【答案】ABCDE

【解析】 设这两数分别为 a, b , 且 $a > b$, 由两数的最大公约数是 6 得 $a = 6m, b = 6n$, m, n 互质且 $m > n$ ($m, n \in \mathbf{Z}^+$); 最小公倍数 $90 = 6 \times m \times n \rightarrow mn = 15$, 所以 m, n 的取法有:

$\begin{cases} m = 15 \\ n = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m = 5 \\ n = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 90 \\ b = 6 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = 30 \\ b = 18 \end{cases}$, 故 a, b 共两对.

【点拨】 本题考查公约数和公倍数的性质与求法运算.

例 6 自然数 n 的各位数字积是 6.

(1) n 是除以 5 余 3 且除以 7 余 2 的最小自然数;

(2) n 是形如 2^{4^m} ($m \in \mathbf{Z}^+$) 的最小正整数.

【答案】ABCDE

【解析】 仅 (1), 设 $n = 5x + 3$ 或 $n = 7y + 2$, 其中, 有 $5x + 3 = 7y + 2$, 即 $7y - 5x = 1$, 观察发现满足等式的一组最小值为 $x = 4, y = 3$, 则最小 $n = 23, 2 \times 3 = 6$ 充分; 仅 (2) $m \in \mathbf{Z}^+, m$ 最小值为 1, $n = 2^4 = 16, 1 \times 6 = 6$ 充分.

【点拨】 本题考查了自然数和正整数的性质和一些运算技巧.

例 7 m 是一个整数.

(1) 若 $m = \frac{p}{q}$, 其中 p 与 q 为非零整数, 且 m^2 是一个整数;



(2) 若 $m = \frac{p}{q}$, 其中 p 与 q 为非零整数, 且 $\frac{2m+4}{3}$ 是一个整数.

【答案】ABCDE

【解析】条件(1), 反推若 m 是有理数但不是整数, m^2 不可能是整数, 显然充分.

由条件(2) 可令 $\frac{2m+4}{3} = k (k \in \mathbb{Z})$, $m = \frac{3k-4}{2} = \frac{3k}{2} - 2 = \begin{cases} \text{整数} & k \text{ 是偶数} \\ \text{非整数} & k \text{ 是奇数} \end{cases}$ 不充分.

【点拨】本题考查整数的运算和性质.

考点4 有理数与无理数的组合运算性质

1. 有理数: 指 $\frac{n}{m} (n \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z}^+)$, 当 n 能被 m 除尽时, $\frac{n}{m}$ 是整数, 否则便是分数; 有理数可分为整数、有限小数、无限循环小数(如: $2, \frac{4}{5} = 0.8, \frac{1}{3} = 0.\bar{3}$).

2. 无理数: 指无限不循环小数, 如 $\pi = 3.14159\cdots, \sqrt{2} = 1.414\cdots$

注意: 有理数一定可写成分数形式, 无理数则不能, 这是二者的本质区别.

3. 有理数与无理数的四则运算

① 有理数 $(+ - \times \div)$ 有理数, 仍为有理数. (注意, 此处要保证除法的分母有意义).

② 无理数 $(+ - \times \div)$ 无理数, 有可能为无理数, 也有可能为有理数.

③ 有理数 $(+ -)$ 无理数 = 无理数, 非零有理数 $(\times \div)$ 无理数 = 无理数.

【例8】设 a 是一个无理数, 且 a, b 满足 $ab + a - b = 1$, 则 $b = (\quad)$

A. 0 B. 1 C. -1 D. ± 1 E. 1 或 0

【答案】ABCDE

【解析】 a, b 满足 $a(b+1) - (b+1) = 0$, 即 $(a-1)(b+1) = 0$ 由于 a 是无理数, $a-1$ 也是无理数, 故只能 $b = -1$.

【点拨】有理数与无理数的组合运算性质.

【例9】已知 a, b, c 为有理数, 有 $a = b = c = 0$.

(1) $a + b\sqrt[3]{2} + c\sqrt[3]{4} = 0$; (2) $a + b\sqrt[3]{8} + c\sqrt[3]{16} = 0$.

【答案】ABCDE

【解析】由条件(1), $a + b\sqrt[3]{2} + c\sqrt[3]{4} = 0$ 中 $\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4}$ 是无理数, 所以只能 $a = b = c = 0$;

由条件(2), $a + b\sqrt[3]{8} + c\sqrt[3]{16} = a + 2b + c\sqrt[3]{16} = 0$, 只能推出 $c = 0$, 所以不充分.

【点拨】有理数与无理数的组合运算性质.

考点5 实数的运算

1. 乘方运算

$$a^n = \overbrace{a \cdot a \cdots a}^{n \uparrow a}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, (ab)^n = a^n \cdot b^n, \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, (a^m)^n = a^{mn},$$

$$\text{当 } a \neq 0 \text{ 时, } a^0 = 1, a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$