

® 提分攻略系列
最新版

常考题型强化训练

CHANGKAOTIXINGQIANGHUAAXUNLIAN



高中数学

导数与复数

丛书主编：福 生 本册主编：李长伟



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS

广西师范大学出版社

 提分攻略系列
最新版

CHANGKAO TIXING QIANGHUA XUNLIAN

常考题型强化训练

高中数学 导数与复数

GAOZHONG SHUXUE DAOSHU YU FUSHU

本册主编：李长伟



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS

广西师范大学出版社

• 桂林 •

图书在版编目(CIP)数据

常考题型强化训练. 高中数学. 导数与复数 / 李长伟
主编. —桂林: 广西师范大学出版社, 2013.5

(提分攻略系列 / 福生主编)

ISBN 978-7-5495-3726-6

I. ①常… II. ①李… III. ①中学数学课—高中—
习题集 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 090134 号

广西师范大学出版社出版发行

(广西桂林市中华路 22 号 邮政编码: 541001)
网址: <http://www.bbtpress.com>

出版人: 何林夏

全国新华书店经销

北京海纳百川印刷有限公司印刷

(北京市大兴区黄村镇李村村委会西 800 米 邮政编码: 102600)

开本: 889 mm × 1 194 mm 1/16

印张: 5.5 字数: 171 千字

2013 年 5 月第 1 版 2013 年 5 月第 1 次印刷

印数: 00 001~15 000 册 定价: 13.80 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与印刷厂联系调换。



PREFACE 序言

帮助同学们提高分数，是每一位家长、教师的愿望。做怎样的图书才能够最大可能地帮助同学们提分？我们组织了一批教育专家、一线教师研究了考试中学生丢分的问题：一是知识不扎实，疑难未解，规律不清，导致题目不会做；二是常考题训练不足，考试时答题慢，且容易出错。

“提分攻略”系列图书正是为解决这两个问题而精心策划出版的。该系列包括“疑难与规律详解”和“常考题型强化训练”两个子系列，涵盖数、理、化三个学科。其中，“疑难与规律详解”子系列侧重深入分析讲解，针对学习中的重、难、疑点进行透彻解读，并配有典型例题讲解。“常考题型强化训练”子系列侧重加强常考题训练，避免偏题怪题。二者搭配使用，可以全方位解决学生学习中遇到的问题。

“常考题型强化训练”系列图书由多位优秀的一线骨干教师结合新课标和考试大纲的要求精心编写，分学科、分专题编排成册。

该系列图书主要特点：

紧扣课标，提升解题能力

本系列图书追踪新课改，整合各版本教材内容，覆盖全部核心考点，知识结构体系完整，便于及时查漏补缺，同时保证每道题目的高质量，提升图书的训练功能。

科学分册，构建知识体系

本系列图书以学科知识体系为主线，以知识专题划分编排成册，引导学生对各专题相关知识由浅入深逐步训练，既方便跟进学习进度，也便于复习使用。

选题精细，层级设计合理

本系列图书以常见、常考题型的训练为主，同时层级设计合理，按照先易后难的顺序编排试题，实现循序渐进的高效学习，符合学习的认知规律。

详解详析，实现以练促学

本系列图书设置“答案与解析”板块，对书中收录的每道题目均给予完整的答案，并进行细致的讲解和分析，学生可以通过阅读这一部分内容实现对相关知识的再回顾，达到“以练促学”的目的。

本系列图书从策划、编写到出版都经过精心设计和细致实施，但囿于水平，疏漏之处在所难免，敬请广大读者不吝批评指正。

编者
2013年5月



「CONTENTS」目录

第一章	1	本章综合训练	24
导数及其应用		第二章 31	
第1节	导数	复数	
(考点)	① 平均变化率	第1节	复数的概念
	② 导数的定义	(考点)	① 复数的基本概念
	③ 导数的几何意义		② 复数的相等
第2节	导数的运算		③ 复数的几何意义
(考点)	① 常用函数的导数公式	第2节	复数的运算
	② 导数的四则运算法则	(考点)	① 复数的加减运算
	③ 复合函数的导数		② 复数的乘除运算
第3节	导数的应用	本章综合训练	
(考点)	① 利用导数判断函数的单调性	第三章 40	
	② 利用导数判断函数的极值	极限 (选做)	
	③ 极值与最值的区别与联系	(考点)	① 数列的极限
	④ 导数的实际应用		② 函数的极限
第4节	定积分与微积分基本定理	本章综合训练	
(考点)	① 定积分的概念及其运算	答案与解析	
	② 定积分和微积分基本定理的应用		

导数及其应用

第1节 导数

考点 ① 平均变化率

1 已知函数 $f(x) = x^2 + 1$, 则在 $x = 2, \Delta x = 0.1$ 时, Δy 的值为 ()

- A. 0.40 B. 0.41
C. 0.43 D. 0.44

2 将半径为 R 的铁球加热, 若铁球的半径增加 ΔR , 则铁球的表面积增加 ()

- A. $8\pi R \cdot \Delta R$
B. $8\pi R \cdot \Delta R + 4\pi(\Delta R)^2$
C. $4\pi R \cdot \Delta R + 4\pi(\Delta R)^2$
D. $4\pi(\Delta R)^2$

3 已知函数 $f(x) = 2x^2 - 4$ 的图象上一点 $(1, -2)$ 及邻近一点 $(1 + \Delta x, -2 + \Delta y)$, 则 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 等于 ()

- A. 4 B. $4x$
C. $4 + 2\Delta x$ D. $4 + 2(\Delta x)^2$

4 一质点的运动方程是 $s = 5 - 3t^2$, 则在时间 $[1, 1 + \Delta t]$ 内相应的平均速度为 ()

- A. $3\Delta t + 6$ B. $-3\Delta t + 6$
C. $3\Delta t - 6$ D. $-3\Delta t - 6$

5 已知曲线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 和这条曲线上的一点 $P(1, \frac{1}{4})$, Q 是曲线上点 P 附近的一点, 则点 Q 的坐标为 ()

- A. $(1 + \Delta x, \frac{1}{4}(\Delta x)^2)$
B. $(\Delta x, \frac{1}{4}(\Delta x)^2)$
C. $(1 + \Delta x, \frac{1}{4}(1 + \Delta x)^2)$
D. $(\Delta x, \frac{1}{4}(1 + \Delta x)^2)$

6 如图 1-1-1 所示是物体甲、乙在时间 0 到 t_1 范围

内路程的变化情况, 下列说法正确的是 ()

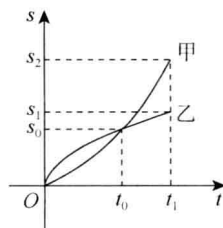


图 1-1-1

- A. 在 0 到 t_0 范围内甲的平均速度大于乙的平均速度
B. 在 0 到 t_0 范围内甲的平均速度小于乙的平均速度
C. 在 t_0 到 t_1 范围内甲的平均速度大于乙的平均速度
D. 在 t_0 到 t_1 范围内甲的平均速度小于乙的平均速度

7 已知函数 $y = 2x^2 - 1$ 的图象上一点 $(1, 1)$ 及其邻近一点 $(1 + \Delta x, 1 + \Delta y)$, 则 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 等于 _____.

8 某质点的运动方程为 $s = -2t^2 + 1$, 则该质点从 $t = 1$ 变到 $t = 2$ 时的平均速度为 _____.

9 分别求函数 $f(x) = x^2$ 在 $x = 1, 2, 3$ 附近的平均变化率. 取 $\Delta x = \frac{1}{3}$, 判断函数在哪一点附近的平均变化率最大.

1 已知曲线 $y=x^2+1$ 在点 M 处的瞬时变化率为 -4 , 则点 M 的坐标为 ()

- A. $(1,3)$ B. $(-4,33)$
C. $(-2,5)$ D. 不确定

2 如果函数 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的导数为 1 , 那么

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x)-f(1)}{x}$ 等于 ()

- A. 2 B. 1
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

3 一质点运动的方程为 $s=5-3t^2$, 若该质点在时间段 $[1, 1+\Delta t]$ 内相应的平均速度为 $-3\Delta t-6$, 则该质点在 $t=1$ 时的瞬时速度是 ()

- A. -3 B. 3
C. 6 D. -6

4 已知函数 $y=x^2+1$ 的图象上一点 $(1,2)$ 及附近一点 $(1+\Delta x, 2+\Delta y)$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 的值为 ()

- A. 2 B. $2x$
C. $2+\Delta x$ D. $2+(\Delta x)^2$

5 如果某物体的运动方程为 $s=2(1-t^2)$ (s 的单位为 m , t 的单位为 s), 那么其在 $t=1.2$ 时的瞬时速度为 ()

- A. -0.88 m/s B. 0.88 m/s
C. -4.8 m/s D. 4.8 m/s

6 函数 $f(x)=x^2$ 在 $x=1$ 处的导数为 ()

- A. $2x$ B. $2+\Delta x$
C. 2 D. 1

7 设函数 $f(x)$ 可导, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{3\Delta x}$ 等于 ()

- A. $f'(1)$ B. $3f'(1)$
C. $\frac{1}{3}f'(1)$ D. $f'(3)$

8 设函数 $f(x)$ 可导, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+3\Delta x)-f(1)}{\Delta x}$ 等于

- ()
A. $f'(1)$ B. $3f'(1)$

C. $\frac{1}{3}f'(1)$

D. $f'(3)$

9 有一机器人运动的位移 s (单位: m) 与时间 t (单位: s) 之间的函数关系为 $s(t)=t^2+\frac{3}{t}$, 则该机器人在 $t=2$ 时的瞬时速度为 ()

- A. $\frac{19}{4} \text{ m/s}$ B. $\frac{17}{4} \text{ m/s}$
C. $\frac{15}{4} \text{ m/s}$ D. $\frac{13}{4} \text{ m/s}$

10 函数 $y=f(x)=\sqrt{x+3}$ 在 $x=6$ 处的导数 $f'(6)=$ _____.

11 (1) 求函数 $y=\sqrt{x+4}$ 在 $x=1$ 处的导数;

(2) 求函数 $y=\frac{1}{x^2}+2$ 在 $x=2$ 处的导数.

- 1 已知函数 $y=f(x)$ 的图象如图 1-1-2, 则 $f'(x_A)$ 与 $f'(x_B)$ 的大小关系是 ()

A. $f'(x_A) > f'(x_B)$
 B. $f'(x_A) < f'(x_B)$
 C. $f'(x_A) = f'(x_B)$
 D. 不能确定

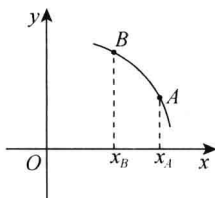


图 1-1-2

- 2 若曲线 $y=x^2$ 上的点 P 处的切线与直线 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 垂直, 则过点 P 的切线方程为 ()

A. $2x-y-1=0$ B. $2x-y-2=0$
 C. $x+2y+2=0$ D. $2x-y+1=0$

- 3 已知函数 $f(x)=ax^2+3x-2$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线斜率为 7, 则实数 a 的值为 ()

A. -1 B. 1
 C. ± 1 D. -2

- 4 已知直线 $y=x+1$ 与曲线 $y=\ln(x+a)$ 相切, 则 a 的值为 ()

A. 1 B. 2
 C. -1 D. -2

- 5 已知函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上满足 $f(x)=2f(2-x)-x^2+8x-8$, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程是 ()

A. $y=2x-1$ B. $y=x$
 C. $y=3x-2$ D. $y=-2x+3$

- 6 若存在过点 $(1, 0)$ 的直线与曲线 $y=x^3$ 和 $y=ax^2+\frac{15}{4}x-9$ 都相切, 则 a 等于 ()

A. -1 或 $-\frac{25}{64}$ B. -1 或 $\frac{21}{4}$
 C. $-\frac{7}{4}$ 或 $-\frac{25}{64}$ D. $-\frac{7}{4}$ 或 7

- 7 若直线 $y=kx+b$ 与曲线 $y=x^3+ax+1$ 相切于点 $(2, 3)$, 则 b 的值为 ()

A. -3 B. 9
 C. -15 D. 7

- 8 定义在区间 $[0, a]$ 上的函数 $f(x)$ 的图象如图 1-1-3 所示, 记以 $A(0, f(0)), B(a, f(a)), C(x, f(x))$ 为顶点的三角形面积为 $S(x)$, 则函数 $S(x)$ 的导函数 $S'(x)$ 的图象大致是 ()

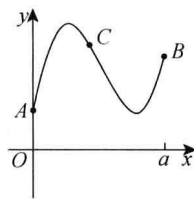
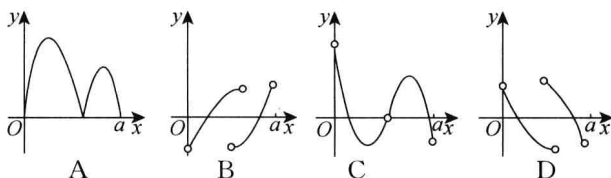


图 1-1-3



- 9 设 P 点是曲线 $f(x)=x^3-\sqrt{3}x+\frac{2}{3}$ 上的任意一点, 若 P 点处切线的倾斜角为 α , 则角 α 的取值范围是 ()

A. $[0, \frac{\pi}{2}) \cup [\frac{2\pi}{3}, \pi)$ B. $[0, \frac{\pi}{2}) \cup [\frac{5\pi}{6}, \pi)$
 C. $[\frac{2\pi}{3}, \pi)$ D. $(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6})$

- 10 已知点 P 在曲线 $y=\frac{4}{e^x+1}$ 上, α 为曲线在点 P 处的切线的倾斜角, 则 α 的取值范围是_____.

- 11 曲线 $y=\frac{x}{2x-1}$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程为_____.

- 12 (2013·云南玉溪一中月考) 已知函数 $f(x)=x^2+(m+1)x+2m$ 是偶函数, 且 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $(n-2)x-y-3=0$, 则常数 m, n 的积等于_____.

- 13 已知直线 $y=ex$ 与函数 $f(x)=e^x$ 的图象相切, 则切点坐标为_____.

- 14 已知曲线 $y=\frac{1}{x}$,

(1) 求曲线在点 $P(1, 1)$ 处的切线方程;

(2)求曲线过点 $Q(1,0)$ 处的切线方程;

(3)求满足斜率为 $-\frac{1}{3}$ 的曲线的切线方程.

15 已知函数 $f(x)=mx^3-3(m+1)x^2+(3m+6)x+1$, 其中 $m<0$. 当 $x\in[-1,1]$ 时, 函数 $y=f(x)$ 的图象上任意一点的切线斜率恒大于 $3m$, 求 m 的取值范围.

第2节 导数的运算

考点 ① 常用函数的导数公式

- 1 函数 $f(x)=0$ 的导数是 ()
 A. 0 B. 1 C. 不存在 D. 不确定
- 2 函数 $y=\sin x$ 的导数为 ()
 A. $\sin x$ B. $\cos x$ C. $-\cos x$ D. $-\sin x$
- 3 函数 $y=\sqrt[3]{x^2}$ 的导数是 ()
 A. $3x^2$ B. $\frac{1}{3}x^2$ C. $-\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$ D. $\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$
- 4 曲线 $y=\cos x$ 在 $x=\frac{\pi}{6}$ 处切线的斜率为 ()
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
- 5 函数 $y=\frac{x^2-1}{x}$ 的导数是 ()
 A. $\frac{x^2-1}{x}$ B. $\frac{x^2+1}{x}$ C. $\frac{x^2+1}{x^2}$ D. $\frac{1-x^2}{x^2}$
- 6 曲线 $y=x^3-3x$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为 ()
 A. $y=-x$ B. $y=-3x$ C. $y=x$ D. $y=3x$
- 7 (2012·云南昆明三中期末)若函数 $f(x)=ax^4+bx^2+c$ 满足 $f'(1)=2$, 则 $f'(-1)$ 等于 ()
- 8 已知曲线 $y=x^3$ 在点 (a,b) 处的切线与直线 $x+3y+1=0$ 垂直, 则 a 的值是 ()
 A. -1 B. ± 1 C. 1 D. ± 3
- 9 函数 $y=\frac{1}{x^3}$ 的导数为 _____.
- 10 求抛物线 $y=x^2$ 上的点到直线 $x-y-2=0$ 的最短距离.

考点 ② 导数的四则运算法则

- 1 函数 $y=(2+x^3)^2$ 的导数是 ()
 A. $6x^5+2x^2$ B. $4+2x^3$ C. $2(2+x^3)^3$ D. $12x^2+6x^5$
- 2 函数 $y=x-(2x-1)^2$ 的导数是 ()
 A. $3-4x$ B. $3+4x$ C. $5+8x$ D. $5-8x$

3 设函数 $f(x) = ax^3 + 3x^2 + 2$, 若 $f'(-1) = 4$, 则 a 的值为 ()

- A. $\frac{19}{3}$ B. $\frac{16}{3}$
C. $\frac{13}{3}$ D. $\frac{10}{3}$

4 下列求导数运算正确的是 ()

- A. $(x + \frac{1}{x})' = 1 + \frac{1}{x^2}$
B. $(\lg x)' = \frac{1}{x \ln 10}$
C. $(3^x)' = 3x \log_3 e$
D. $(x^2 \cos x)' = -2x \sin x$

5 $(\frac{\sin x - 2 \cos x}{x^2})'$ 等于 ()

- A. $\frac{-2x(\sin x - 2 \cos x)}{x^4}$
B. $\frac{x^2(\cos x - 2 \sin x) - 2x(\sin x - 2 \cos x)}{x^2}$
C. $\frac{-2x(\cos x - 2 \sin x)}{x^4}$
D. $\frac{x^2(\cos x + 2 \sin x) - 2x(\sin x - 2 \cos x)}{x^4}$

6 函数 $f(x) = \frac{x^2}{x+3}$ 的导数是 ()

- A. $\frac{x^2 + 6x}{x+3}$ B. $\frac{-2x}{(x+3)^2}$
C. $\frac{x^2 + 6x}{(x+3)^2}$ D. $\frac{3x^2 + 6x}{(x+3)^2}$

7 已知 $y = \frac{x^4}{2+e^x}$, 那么 y' 等于 ()

- A. $\frac{4x^3 - e^x}{(2+e^x)^2}$
B. $\frac{4x^3(2+e^x) + x^4 e^x}{(2+e^x)^2}$
C. $\frac{4x^3(2+e^x) - x^4 e^x}{(2+e^x)^2}$
D. $\frac{4x^3 + e^x}{(2+e^x)^2}$

8 函数 $y = x^5 a^x (a > 0$ 且 $a \neq 1)$ 的导数是 ()

- A. $5x^4 a^x \ln a$
B. $5x^4 a^x + x^5 a^x \ln a$
C. $5x^4 a^x + x^5 a^x$
D. $5x^4 a^x + x^5 a^x \log_a e$

9 设 $y = -2e^x \sin x$, 则 $y' =$ _____.

10 设 $f(x) = (ax+b) \sin x + (cx+d) \cos x$, 若已知 $f'(x) = x \cos x$, 则 $f(x) =$ _____.

11 求下列函数的导数:

- (1) $y = x^3 + \sin x$;
(2) $y = x(x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3})$;
(3) $y = (\sqrt{x} + 1)(\frac{1}{\sqrt{x}} - 1)$;
(4) $f(x) = (x^3 + 1)(2x^2 + 8x - 5)$;
(5) $f(x) = x \tan x - \frac{2}{\cos x}$;
(6) $f(x) = \frac{\ln x + 2^x}{x^2}$.

- 12 已知偶函数 $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ 的图象过点 $P(0, 1)$, 且在 $x = 1$ 处的切线方程为 $y = x - 2$, 求 $y = f(x)$ 的解析式.

考点 ③ 复合函数的导数

- 1 下列函数中, 导数不等于 $\frac{1}{2} \sin 2x$ 的是 ()

- A. $2 - \frac{1}{4} \cos 2x$ B. $2 + \frac{1}{2} \sin^2 x$
C. $\frac{1}{2} \sin^2 x$ D. $x - \frac{1}{2} \cos^2 x$

(4) $y = \cos(1 + x^2)$;

(5) $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.

- 2 函数 $y = (3 + x^2)^2$ 的导数是 ()

- A. $6x^5 + 12x^2$
B. $4 + 2x^3$
C. $2(2 + x^3)^3$
D. $2(3 + x^2) \cdot 2x$

- 3 函数 $y = \frac{1}{(1-3x)^4}$ 的导数是_____.

- 4 函数 $y = \sqrt[5]{\frac{x}{1-x}}$ 的导数是_____.

- 5 求下列函数的导数:

(1) $y = \frac{1}{(2x^2 - 1)^3}$;

(2) $y = \sqrt[4]{\frac{1}{3x+1}}$;

(3) $y = \sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$;

考点 ① 利用导数判断函数的单调性

1 函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$ 的单调递减区间为 ()

- A. $(-1, 1]$ B. $(0, 1]$
C. $[1, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$

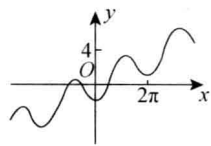
2 函数 $y = x \ln x$ 在 $(0, 5)$ 上是 ()

- A. 单调增函数
B. 单调减函数
C. 在 $(0, \frac{1}{e})$ 上单调递减, 在 $(\frac{1}{e}, 5)$ 上单调递增
D. 在 $(0, \frac{1}{e})$ 上单调递增, 在 $(\frac{1}{e}, 5)$ 上单调递减

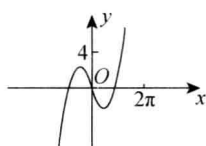
3 (2012 · 福建厦门质检) 函数 $y = (3 - x^2)e^x$ 的单调递增区间是 ()

- A. $(-\infty, 0)$
B. $(-\infty, -3)$ 和 $(1, +\infty)$
C. $(0, +\infty)$
D. $(-3, 1)$

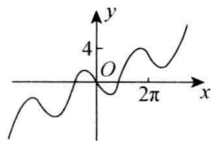
4 函数 $y = \frac{x}{2} - 2\sin x$ 的图象大致是 ()



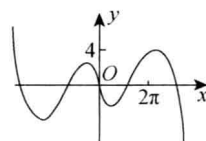
A



B



C



D

5 对于 $\mathbf{R}$ 上可导的任意函数 $f(x)$, 若满足 $(x-1) \cdot f'(x) \geq 0$, 则必有 ()

- A. $f(0) + f(2) < 2f(1)$
B. $f(0) + f(2) \leq 2f(1)$
C. $f(0) + f(2) \geq 2f(1)$
D. $f(0) + f(2) > 2f(1)$

6 函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $f(-1) = 2$, 对任意 $x \in$

$\mathbf{R}$, $f'(x) > 2$, 则 $f(x) > 2x + 4$ 的解集为 ()

- A. $(-1, 1)$ B. $(-1, +\infty)$
C. $(-\infty, -1)$ D. $(-\infty, +\infty)$

7 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - x^2 - \frac{7}{2}x$, 则 $f(-a^2)$ 与 $f(4)$ 的大小关系为 ()

- A. $f(-a^2) \leq f(4)$
B. $f(-a^2) < f(4)$
C. $f(-a^2) \geq f(4)$
D. $f(-a^2)$ 与 $f(4)$ 的大小关系不确定

8 函数 $f(x) = x^3 + ax + b$ 在区间 $(-1, 1)$ 上是减函数, 在 $(1, +\infty)$ 上是增函数, 则 ()

- A. $a = 1, b = 1$ B. $a = 1, b \in \mathbf{R}$
C. $a = -3, b = 3$ D. $a = -3, b \in \mathbf{R}$

9 若函数 $y = a(x^3 - x)$ 的递减区间为 $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 0$ B. $-1 < a < 0$
C. $a > 1$ D. $0 < a < 1$

10 对任意 $x_1, x_2 \in (0, \frac{\pi}{2})$, $x_2 > x_1$, $y_1 = \frac{1 + \sin x_1}{x_1}$, $y_2 = \frac{1 + \sin x_2}{x_2}$, 则 ()

- A. $y_1 = y_2$
B. $y_1 > y_2$
C. $y_1 < y_2$
D. y_1, y_2 的大小关系不能确定

11 已知奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-2, 2)$, 导函数为 $f'(x) = 2 + \cos x$, 且 $f(0) = 0$, 则满足 $f(1+x) + f(x-x^2) > 0$ 的实数 x 的取值范围为 ()

- A. $(-1, 1)$ B. $(-1, 1 + \sqrt{2})$
C. $(1 - \sqrt{2}, 1)$ D. $(1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$

12 已知函数 $f(x) = mx^3 + nx^2$ 的图象在点 $(-1, 2)$ 处的切线恰好与直线 $3x + y = 0$ 平行, 若 $f(x)$ 在区间

$[t, t+1]$ 上单调递减,则实数 t 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -2]$ B. $(-\infty, 1]$
C. $[-2, -1]$ D. $[-2, +\infty)$

13 函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 的单调递增区间为 _____.

14 若函数 $y = -\frac{4}{3}x^3 + ax$ 有三个单调区间,则 a 的取值范围是 _____.

15 已知函数 $f(x) = -x^3 + ax$ 在 $[1, +\infty)$ 上是单调减函数,则 a 的取值范围是 _____.

16 若函数 $f(x) = x^3 + x^2 + mx + 1$ 是 $\mathbf{R}$ 上的单调函数,则 m 的取值范围是 _____.

17 若函数 $y = x^3 - ax^2 + 4$ 在 $(0, 2)$ 内单调递减,则实数 a 的取值范围是 _____.

18 若函数 $f(x) = x^2 - \frac{1}{2}\ln x + 1$ 在其定义域内的一个子区间 $(k-1, k+1)$ 内不是单调函数,则实数 k 的取值范围是 _____.

19 已知函数 $f(x) = x^3 + x$, 对任意的 $m \in [-2, 2]$, $f(mx-2) + f(x) < 0$ 恒成立,则 x 的取值范围是 _____.

20 设函数 $f(x) = x^3 + ax^2 - 9x - 1 (a < 0)$, 且曲线 $y = f(x)$ 斜率最小的切线与直线 $12x + y = 6$ 平行.
求:(1) a 的值;
(2) 函数 $f(x)$ 的单调区间.

21 (2011 · 天津高考) 已知 $a > 0$, 函数 $f(x) = \ln x - ax^2, x > 0$ ($f(x)$ 的图象连续不断).

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $a = \frac{1}{8}$ 时, 证明: 存在 $x_0 \in (2, +\infty)$, 使 $f(x_0) = f\left(\frac{3}{2}\right)$;

(3) 若存在均属于区间 $[1, 3]$ 的 α, β , 且 $\beta - \alpha \geq 1$, 使 $f(\alpha) = f(\beta)$, 证明: $\frac{\ln 3 - \ln 2}{5} \leq a \leq \frac{\ln 2}{3}$.

22 已知函数 $f(x) = x^2 + ax - \ln x, a \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是减函数, 求实数 a 的取值范围.

23 已知函数 $f(x) = a \ln x - \frac{1}{x}, a \in \mathbf{R}$.

- (1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $x + 2y = 0$ 垂直, 求 a 的值;
(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

24 (2011 · 广东高考) 设 $a > 0$, 讨论函数 $f(x) = \ln x + a(1-a)x^2 - 2(1-a)x$ 的单调性.

25 (2013 · 天津一中月考) 已知函数 $f(x) = \ln x - a^2 x^2 + ax (a \in \mathbf{R})$.

- (1) 求 $f(x)$ 的单调区间与极值;
(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上是单调减函数, 求实数 a 的取值范围.

26 设函数 $f(x) = a\left(x - \frac{1}{x}\right) - \ln x$.

- (1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
(2) 若函数 $f(x)$ 在其定义域内为增函数, 求实数 a 的取值范围;
(3) 设函数 $g(x) = \frac{e}{x}$, 若在 $[1, e]$ 上至少存在一点 x_0 使 $f(x_0) \geq g(x_0)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

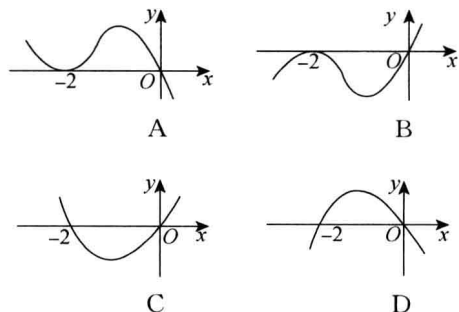
- 1 函数 $f(x)=ax^3+x+1$ 有极值的充要条件是 ()
- A. $a>0$ B. $a\geq 0$
C. $a<0$ D. $a\leq 0$

- 2 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+3x-9$, $f(x)$ 在 $x=-3$ 时取得极值, 则 $a=$ ()
- A. 2 B. 3
C. 4 D. 5

- 3 设 $a\in\mathbf{R}$, 若函数 $y=e^x+ax$, $x\in\mathbf{R}$ 有大于零的极值点, 则 ()
- A. $a<-1$ B. $a>-1$
C. $a>-\frac{1}{e}$ D. $a<-\frac{1}{e}$

- 4 设函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, 且 $f(0)=0$ 为函数的极值, 则有 ()
- A. $c\neq 0$
B. $b=0$
C. 当 $a>0$ 时, $f(0)$ 为极大值
D. 当 $a<0$ 时, $f(0)$ 为极小值

- 5 设函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上可导, 其导函数为 $f'(x)$, 且函数 $f(x)$ 在 $x=-2$ 处取得极小值, 则函数 $y=xf'(x)$ 的图象可能是 ()



- 6 已知函数 $f(x)=x^3+bx^2-3x+1$ ($b\in\mathbf{R}$) 在 $x=x_1$ 和 $x=x_2$ ($x_1>x_2$) 处都取得极值, 且 $x_1-x_2=2$, 则下列说法正确的是 ()
- A. $f(x)$ 在 $x=x_1$ 处取极小值 3, 在 $x=x_2$ 处取极大值 -1
B. $f(x)$ 在 $x=x_1$ 处取极小值 -1, 在 $x=x_2$ 处取极大值 3
C. $f(x)$ 在 $x=x_1$ 处取极大值 3, 在 $x=x_2$ 处取极小值 -1

D. $f(x)$ 在 $x=x_1$ 处取极大值 -1, 在 $x=x_2$ 处取极大值 3

- 7 已知函数 $f(x)=x^3+2bx^2+cx+1$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $x_1\in[-2, -1]$, $x_2\in[1, 2]$, 则 $f(-1)$ 的取值范围是 ()
- A. $[-\frac{3}{2}, 3]$ B. $[\frac{3}{2}, 6]$
C. $[3, 12]$ D. $[-\frac{3}{2}, 12]$

- 8 (2012·陕西高考) 设函数 $f(x)=\frac{2}{x}+\ln x$ 则 ()
- A. $x=\frac{1}{2}$ 为 $f(x)$ 的极大值点
B. $x=\frac{1}{2}$ 为 $f(x)$ 的极小值点
C. $x=2$ 为 $f(x)$ 的极大值点
D. $x=2$ 为 $f(x)$ 的极小值点

- 9 (2012·福建高考) 已知 $f(x)=x^3-6x^2+9x-abc$, $a<b<c$, 且 $f(a)=f(b)=f(c)=0$. 现给出如下结论:

- ① $f(0)f(1)>0$; ② $f(0)f(1)<0$;
③ $f(0)f(3)>0$; ④ $f(0)f(3)<0$.

其中正确结论的序号是 ()

- A. ①③ B. ①④
C. ②③ D. ②④

- 10 设变量 a, b 满足约束条件: $\begin{cases} b\geq a, \\ a+3b\leq 4, \\ a\geq -2. \end{cases}$ 若 $z=a-3b$

的最小值为 m , 则函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{m}{16}x^2-2x+2$ 的极小值等于 ()

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{1}{6}$
C. 2 D. $\frac{19}{6}$

- 11 若函数 $f(x)=(x-2)(x^2+c)$ 在 $x=2$ 处有极值, 则函数 $f(x)$ 的图象在 $x=1$ 处的切线的斜率为 ()

- A. -5 B. -8
C. -10 D. -12

- 12 若 $a > 0, b > 0$, 且函数 $f(x) = 4x^3 - ax^2 - 2bx - 2$ 在 $x = 1$ 处有极值, 则 ab 的最大值为 ()
- A. 2 B. 3
C. 6 D. 9

- 13 (2011 · 广东高考) 函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ 在 $x =$ _____ 处取得极小值.

- 14 函数 $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 3[(a+2)x + 1]$ 既有极大值又有极小值, 则 a 的取值范围是 _____.

- 15 函数 $y = x^3 - 6x + a$ 的极大值为 _____, 极小值为 _____.

- 16 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 11$.

(1) 写出函数 $f(x)$ 的单调递减区间;

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的极大值或极小值, 如有试写出极值.

- 17 设 a 为实数, 函数 $f(x) = e^x - 2x + 2a, x \in \mathbf{R}$, 求 $f(x)$ 的单调区间与极值.

- 18 已知函数 $f(x) = \frac{2ax - a^2 + 1}{x^2 + 1} (x \in \mathbf{R})$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

当 $a \neq 0$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值.

- 19 (2011 · 重庆高考) 设 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 的导数 $f'(x)$ 满足 $f'(1) = 2a, f'(2) = -b$, 其中常数 $a, b \in \mathbf{R}$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 设 $g(x) = f'(x)e^{-x}$, 求函数 $g(x)$ 的极值.