

数学辅导丛书

初中代数

中国青年出版社



初中代数

中国青年出版社

封面设计:魏 杰

教和学辅导丛书

初中代数

北京师范大学中学教学研究中心 主编

*

中国青年出版社 出版发行

地质出版社印刷厂印刷 新华书店经销

*

787×1092 1/32 5.5印张 115千字

1988年12月北京第1版 1988年12月北京第1次印刷

印数1-39,000册 定价1.65元

前 言

为了更好地贯彻执行中学教学大纲的精神,按照教学大纲的要求进行教学改革,改进教学方法,提高教学质量,帮助广大中学师生努力达到教学大纲所规定的教学目标,使学生扎扎实实地学好学活基础知识,我们在张国栋、高建军等同志最初约请全国一些著名中学有丰富教学经验的教师编写的中学各年级教学用书的基础上,主编了中学“教和学辅导丛书”。

这套丛书紧密配合新编的中学课本,突出重点,注意方法、思路的分析,每本书的内容主要包括基本学习要求、重点知识分析、难点辨析、错例索因、例题和练习,以及课外活动资料等。它的主要特点是抓纲扣本,纲本结合;从教学实际出发,既有利于中学生掌握知识,发展能力,提高学习效果,也有助于中学教师剖析教材,精心备课,提高教学水平。但愿这套丛书能成为中学师生的良师益友。

丛书主编组由阎金铎、陈浩元、庄似旭、陶卫、乔际平同志组成。数学、物理、化学、外语4科的编委会由王绍宗、华跃义、胡炯涛、马明、孟学军、张国栋、高建军同志主持。政治科的编委会由阎金铎、张志建同志主持。

参加本书编写的同志有华东师范大学第一附属中学教师石源泉、吴传发、徐惠芳。

我们恳切地期望使用这套丛书的读者能提出宝贵建议，以便再版时修订完善，使它更好地为我国的中学教学改革服务。

北京师范大学中学教学研究中心

1988年3月1日

目 录

前言	(1)
第一章 有理数	(3)
1.1 有理数的意义	(3)
1.2 有理数的运算	(8)
自我检查题一	(17)
第二章 整式的加减	(19)
2.1 整式	(19)
2.2 整式的加法	(26)
自我检查题二	(30)
第三章 一元一次方程	(33)
3.1 方程的解和同解方程	(33)
3.2 一元一次方程的解法	(33)
3.3 一元一次方程的应用	(35)
自我检查题三	(39)
第四章 一元一次不等式	(41)
4.1 “等式和不等式”的性质	(41)
4.2 不等式的解集和同解不等式	(41)
4.3 一元一次不等式及它的解法	(42)
自我检查题四	(45)
第五章 二元一次方程组	(47)
5.1 二元一次方程组及它的解	(47)
5.2 二元一次方程组的解法	(47)
5.3 一次方程组的应用	(49)

自我检查题五	(52)
第六章 整式的乘除	(55)
6.1 整式的乘法和乘法公式	(55)
6.2 整式的除法	(61)
自我检查题六	(67)
第七章 因式分解	(69)
7.1 因式分解的意义	(69)
7.2 因式分解的方法	(69)
自我检查题七	(74)
第八章 分式	(77)
8.1 分式及分式的运算	(77)
8.2 分式方程及其应用	(84)
自我检查题八	(90)
第九章 数的开方和二次根式	(92)
9.1 平方根和立方根	(92)
9.2 实数	(94)
9.3 二次根式及它的性质	(94)
9.4 二次根式的运算	(97)
自我检查题九	(102)
第十章 一元二次方程	(105)
10.1 一元二次方程	(105)
10.2 与一元二次方程有关的方程、方程组	(112)
自我检查题十	(118)
第十一章 指数和常用对数	(120)
11.1 有理数指数幂及它的运算	(120)
11.2 分数指数与根式	(121)
11.3 对数及它的运算	(122)
11.4 常用对数	(124)
11.5 利用对数进行计算	(125)
自我检查题十一	(127)

第十二章 函数及其图象	(130)
12.1 直角坐标系	(130)
12.2 函数和它的表示法	(131)
12.3 正比例函数与反比例函数	(131)
12.4 一次函数的图象和性质	(132)
12.5 二次函数的图象和性质	(134)
12.6 一元一次不等式组和一元二次不等式	(136)
自我检查题十二	(140)
第十三章 解三角形	(143)
13.1 三角函数	(143)
13.2 解直角三角形	(145)
13.3 解斜三角形	(147)
13.4 证明题*	(150)
自我检查题十三	(152)
第十四章 统计初步	(155)
14.1 总体、样本、平均数	(155)
14.2 方差、样本标准差	(157)
14.3 频率分布	(159)
自我检查题十四	(162)
模拟试题	(163)

前 言

为了更好地贯彻执行中学教学大纲的精神,按照教学大纲的要求进行教学改革,改进教学方法,提高教学质量,帮助广大中学师生努力达到教学大纲所规定的教学目标,使学生扎扎实实地学好学活基础知识,我们在张国栋、高建军等同志最初约请全国一些著名中学有丰富教学经验的教师编写的中学各年级教学用书的基础上,主编了中学“教和学辅导丛书”。

这套丛书紧密配合新编的中学课本,突出重点,注意方法、思路的分析,每本书的内容主要包括基本学习要求、重点知识分析、难点辨析、错例索因、例题和练习,以及课外活动资料等。它的主要特点是抓纲扣本,纲本结合;从教学实际出发,既有利于中学生掌握知识,发展能力,提高学习效果,也有助于中学教师剖析教材,精心备课,提高教学水平。但愿这套丛书能成为中学师生的良师益友。

丛书主编组由阎金铎、陈浩元、庄似旭、陶卫、乔际平同志组成。数学、物理、化学、外语4科的编委会由王绍宗、华跃义、胡炯涛、马明、孟学军、张国栋、高建军同志主持。政治科的编委会由阎金铎、张志建同志主持。

参加本书编写的同志有华东师范大学第一附属中学教师石源泉、吴传发、徐惠芳。

我们恳切地期望使用这套丛书的读者能提出宝贵建议，以便再版时修订完善，使它更好地为我国的中学教学改革服务。

北京师范大学中学教学研究中心

1988年3月1日

第一章 有理数

本章主要内容为有理数的基本概念及其运算. 有理数的基本概念有正数和负数、数轴、相反数、绝对值以及有理数大小的比较. 有理数的运算有加法、减法、乘法、除法、乘方以及有理数的混合运算. 此外, 还有近似数和有效数字.

1.1 有理数的意义

1.1.1 正数和负数

课本写道, “象 $+5$, $+8\frac{1}{2}$, $+5.2$ 等带有正号的数叫做正数, 象 -5 , $-4\frac{1}{2}$, -3.6 等带有负号的数叫做负数. 零既不是正数, 也不是负数.”可见, 正负数的特征是符号和数, 这里的符号是指“ $+$ ”号和“ $-$ ”号, 这里的数是指算术中学过的数(除零以外). 不能说成“带有正号的数叫做正数, 带有负号的数叫负数”.

例 1 (1)如果 -90 米表示向西走 90m (米), 那么 $+50\text{m}$ 表示什么?(2)如果收入为正的, 那么 $+10$ 元和 -20 元各表示什么?(3)用正数或负数表示: 上升 2m 和下降 3m .

解 (1) $+50\text{m}$ 表示向东走 50m .

(2) $+10$ 元表示收入 10 元, -20 元表示支出 20 元.

(3) 如果规定上升为正的, 那么 $+2\text{m}$ 和 -3m 分别表示

上升 $2m$ 和下降 $3m$; 如果规定下降为正的, 那么 $-2m$ 和 $+3m$ 分别表示上升 $2m$ 和下降 $3m$. 但是习惯上规定上升为正的.

例 2 下列各数, 哪些是正数? 哪些是负数?

$$+(-9), -(+9), +(+9), -(-9), +a.$$

解 在“相反数”里曾经学过, 在一个数前面添上一个“+”号, 仍与原数相同; 在一个数前面添上一个“-”号, 就成为原数的相反数. 所以, $+(-9) = -9, -(+9) = -9,$
 $+(+9) = 9, -(-9) = +9.$

如果 a 表示正数, 那么 $+a$ 就表示正数; 如果 a 表示负数, 那么 $+a$ 就表示负数; 如果 a 表示零, 那么 $+a$ 就表示零.

1.1.2 有理数的基本概念及其几何意义

有理数包括正整数、零、负整数、正分数、负分数. 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴. 所有有理数都可以用数轴上的点表示. 于是相反数、绝对值以及有理数大小的比较, 除了代数意义以外, 也有了它们的几何意义. 现列表对照如下(见下页表 1-1).

例 3 (1) $|+5|$ 表示 $+5$ 的点离开原点的距离是 ___ 个单位长度; $|-5|$ 表示 -5 的点离开原点的距离是 ___ 个单位长度; 离开原点的距离是 5 个单位长度的点所表示的数是 ___; 绝对值等于 5 的数是 ___.

$$(2) |+7| = \underline{\quad}; |-7| = \underline{\quad}; \text{由 } |x| = 7, \text{ 得 } x = \underline{\quad}.$$

$$|0| = \underline{\quad}; \text{由 } |x| = 0, \text{ 得 } x = \underline{\quad}.$$

解 (1) $5; 5; \pm 5. \pm 5.$

$$(2) 7; 7; \text{由 } |x| = 7, \text{ 得 } x = \pm 7. |0| = 0; \text{由 } |x| = 0, \text{ 得 } x =$$

0.

如前所说, 正负数的特征是符号和数. 如 -7 , “-”号表示负数, 7 是算术里学过的数, 就是 -7 的绝对值. 因此, 今后

表 1-1

	代数意义	几何意义
有理数	整数和分数的统称.	
相反数	只有符号不同的两个数(零除外).	在数轴上表示分别在原点两旁的两个点,它们离开原点的距离相等.
绝对值	一个正数的绝对值是它的本身;一个负数的绝对值是它的相反数;零的绝对值是零.	一个数的绝对值就是表示这个数的点离开原点的距离.
有理数大小的比较	正数大于零,负数小于零,正数大于负数;两个负数,绝对值大的反而小.	在数轴上表示的两个有理数,右边数总大于左边数.

可以说,正负数包括符号和绝对值两个部分.

由上例还可以知道, $+7$ 和 -7 的符号相反,绝对值相等.因此今后可以说,互为相反数的两个数(零除外),它们的符号相反,绝对值相等.

例 4 在数轴上表示下列各数,并用“ $>$ ”号连接起来.

$-6, -(-3), |-1.5|, -[-(-1)], 0, -3.$

解 $\because -(-3) = 3, |-1.5| = 1.5, -[-(-1)] = -[+1] = -1.$

$\therefore 3 > 1.5 > 0 > -1 > -3 > -6,$ 也就是:

$-(-3) > |-1.5| > 0 > -[-(-1)] > -3 > -6.$

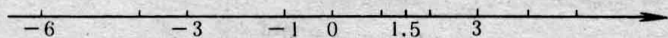


图 1-1

1.1.3 错例索因

例 5 选择题:

(1) 有理数的绝对值是().

(A)正数;(B)零;(C)非负数;(D)自然数.

(2) 对于有理数 a , 下列结论中一定正确的是().

(A)如果 $a > 5$, 那么 $|a| > |5|$; (B)如果 $|a| > |5|$, 那么 $a > 5$; (C)如果 $a < -5$, 那么 $|a| < |-5|$; (D)如果 $|a| = 5$, 那么 $a = 5$.

错解 (1) (A). (2) (C).

分析和订正 (1) 依照绝对值的定义, 有理数的绝对值应该包括正数和零, 即非负数, 应选(C). 答者把“零的绝对值是零”遗漏了.

(2) 依照有理数大小的比较法则, “两个负数, 绝对值大的反而小”. 如果 a 和 -5 都是负数, 且 $a < -5$, 那么必有 $|a| > |-5|$. 另外, 这里如果 a 为负数, 如 $|-7| > |5|$, 但 $-7 \not> 5$. 由于 $|-5| = 5$, 因而(D)也是错的. 所以本题的答案应选(A).

基础训练题一

1. 下列各小题的量具有相反意义吗? 如果有的话, 各举一个与它相反意义的量, 并用数把它们表示出来.

(1) 浪费 5t(吨)水; (2) 比赛排球胜 2 局; (3) 长方体体积 10cm^3 ; (4) 初一(4)班学生共有 45 人.

2. 把下列各数填在相应的大括号里:

$-1, 3, 4.5, -\frac{3}{4}, 0, 5, 3.14, -9.$

自然数集合: { }. 整数集合: { }.

分数集合: { }. 负分数集合: { }.

正数集合: { }. 负数集合: { }.

3. 在数轴上用点表示下列各数, 并用“ $<$ ”号连结: $-5, 3, -2.5, 0, -(-2), -[+(-1)], |-1.5|$.

4. 写出下列各数的相反数: $3, -4, +1.5, 0$ 并在数轴上标出这些数

和它们的相反数.

5. 添加“+”号、“-”号表示下列各数, 并进行化简:

(1) 8 的相反数; (2) -9 的相反数; (3) -5 的相反数; (4) 0 的相反数.

6. 用绝对值符号表示下列各数的绝对值, 并化简:

+8, -7, -0.25, 0.

7. 用语言叙述下列各式并求出下列各式的数值:

$|-6|$, $|0|$, $-(-3)$, $-|-5|$, $+(-8)$, $-(-|-9|)$.

8. 比较下列各组数的大小, 并说明理由:

(1) -10 和 9; (2) 0 和 -7; (3) 0 和 2; (4) -8 和 -9.

9. 绝对值等于 5 的数是什么? 绝对值等于 5 并且表示的点在原点的左边的数是什么?

10. 下列各式对吗? 改正错误并说明理由:

$$-4 < -5; -\frac{2}{5} > -\frac{2}{3}; |-6| > -(-6).$$

能力训练题一

1. 有没有最小或最大的正数? 有没有最小或最大的负整数? 有没有最小或最大的正整数? 有没有绝对值最小或最大的数? 如果有, 各是什么数?

2. 相反数等于本身的数是什么数? 绝对值等于本身的数是什么数? 什么数的倒数是它的本身?

3. 绝对值等于 5 并且比 5 小的数是什么数? 它所表示的点是在原点的左边还是右边?

4. 指出 -5, -0.25, -0.01, -9.32, $-9\frac{1}{3}$, 0 中最大的一个数和最小的一个数.

5. 绝对值等于 2 的正数是____; 绝对值等于 3 的负数是____; 绝对值等于 9 的数是____; 绝对值小于 3 的整数是____.

6. 比较下列各组数的大小:

(1) -8 和 $-(+8)$; (2) $-\pi$ 和 -3.1416; (3) $|a|$ 和 $|b|$ (如果 $a < b < 0$).

7. 填空:

原数	3			-6		1	-1
原数的相反数					$-\frac{2}{3}$		
原数的倒数		-4					
原数的绝对值			2				

8. 分别写出大于-5 而不大于 3 的整数和正整数.

9. 计算:(1) $|-16| + |-24| - |+30|$; (2) $|-5| - |-8|$.

10. 图 1-2 表示有理数 a, b, c 在数轴上的 3 个点, 试用“>”号连接:

(1) $a, b, c, 0$; (2) $|a|, |b|, |c|, |0|$.

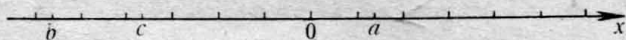


图 1-2

答案或提示

基础一 8. (1) $-10 < 9$, (2) $0 > -7$, (3) $0 < 2$; (4) $-8 > -9$,

9. $\pm 5, -5$. 10. $-4 > -5, -\frac{2}{5} > -\frac{2}{3}, |-6| = -(-6)$.

能力一 2. 0; 非负数; ± 1 . 3. -5; 左边. 4. 0; $-9\frac{1}{3}$. 5. 2;

-3; ± 9 ; $\pm 1, 0, \pm 2$. 6. (1) $-8 = -(+8)$; (2) $-\pi > -3.1416$; (3) $|a| > |b|$. 8. 0, $\pm 1, \pm 2, \pm 3, -4$. 9. (1) 10; (2) -3. 10. (1) $a > 0 > c > b$; (2) $|b| > |c| > |a| > |0|$.

1.2 有理数的运算

1.2.1 加减运算的法则

我们知道, 无论多少个有理数相加减, 都可以归结到两个有理数相加减. 依照有理数加法法则: 两数相加, 同号的取原

来的符号,并把绝对值相加;异号的取绝对值较大的加数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值.这里,“同号的取原来的符号”、“异号的取绝对值较大的加数的符号”是决定和数性质(正或负)的符号法则;“绝对值相加”、“绝对值相减”是决定和数绝对值的法则.所以,两个有理数相加的顺序是先符号,后绝对值.

例 1 计算:(1) $(+2)+(+5)$; (2) $(-2)+(-5)$;
(3) $(-2)+(+5)$; (4) $(+2)+(-5)$.

解 (1) $+2$ 与 $+5$ 是同号,和数的符号取“+”;两数绝对值相加得 7. 故 $(+2)+(+5)=+7$.

(2) -2 与 -5 是同号,和数的符号取“-”;两数绝对值相加得 7. 故 $(-2)+(-5)=-7$.

(3) -2 与 $+5$ 是异号,和数的符号取“+”;绝对值相减得 3. 故 $(-2)+(+5)=+3$.

(4) $+2$ 与 -5 是异号,和数的符号取“-”;绝对值相减得 3. 故 $(+2)+(-5)=-3$.

两个有理数相加,都不会超出以上 4 种情形,而(1)、(3)是小学里学过的.透彻理解(2)、(4)的计算原理,便能掌握有理数的加法法则.

“减去一个数,等于加上这个数的相反数”.根据这个减法法则,我们便把两数相减的问题变成两数相加的问题.

例 2 计算:

$$(1) \frac{1}{3} - \frac{2}{3}; \quad (2) \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{1}{2}\right).$$

解 (1) $\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) = -\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3}$.

$$(2) \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) \\ = -\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = -1.$$