

几何學

高中複習叢書

幾何學

榮方舟編

商務印書館發行

高中複習叢書編輯大意

一、本叢書係根據最近教育部頒佈之高級中學課程標準，及本館高中復興教科書分科編輯而成。

二、本叢書編著綱要，表解與圖解並用，務使讀者對於每一科的基本知識，有具體的了解。

三、本叢書搜集近年來全國各省市高中會考試題，按題作答，分析清楚，更可幫助讀者對升學會考作相當的準備。

四、本叢書除參考各教科書編纂外，更於東西文參考書中搜求新穎的解題方法，故益完備。

五、本叢書爲供讀者需要，匆促出版，內容或有忽略脫漏之處，如蒙讀者來函更正，尤所歡迎。

平 面 之 部

	頁
1. 基本定理彙集.....	5
2. 等線份及等角的證例一.....	17
3. 平行線及垂直線的證例.....	24
4. 共線共點共圓的證例.....	33
5. 等線份及等角的證例二.....	37
6. 不等量的證例.....	45
7. 面積的證例.....	48
8. 比例量及等矩形的證例.....	57
9. 等線份及等角的證例三.....	66
10. 關於一定的證例.....	75
11. 最大最小問題證例.....	85
12. 其他各種雜題證例.....	91
13. 軌跡證例.....	98
14. 基本作圖題彙集.....	114
15. 作圖題解法雜例.....	115

立 體 之 部

1. 基本定理彙集.....	156
----------------	-----

2. 雜題證例159
3. 基本計算公式彙集172
4. 計算題雜例174

幾何學의 各種命題,要不出乎以上數類,而無論何類의證法或解法,都以基本定理做根據.職是之故,本書先將基本定理彙集俾學者首先將基本定理複閱一過,然後循序分類練習各種命題의證法和解法,庶幾可得事半功倍之效.平面部份命題中以等線份等角一類爲最多,故本書關於此一類,共分三節.第一節較易,大多用直線形定理證明.高中學生稍有根柢者,或已習知.第二節多數須引用圓의定理.第三節最難亦爲最要.其證法須引用所有各種定理.蓋本書自面積比例以下의諸題,都須觀察題中性質,隨機應變使假設與終決接近.故本書下半部,對於幾何學較有根柢之高中學生也很有複習의價值.

作圖題解法,注重解析.若但有作法而不先有解析,則不知作法의來源,不知此作法의從何想起,於學者裨益殊鮮.故本書往往有一題數解者,

因本書解題，本不重在個別問題的解決，而重在俾學者熟悉解題的路徑，定理的應用；務使學者能聞一以知十，舉一而反三也。

高中複習叢書

幾何學

引 言

幾何學是算學中最不易著手的東西，是最難應付裕如的東西。因為他各個命題，有各個特殊的證法或解法，沒有一定的規律可以引用來解決一切的。隨便那一位大算學家，大幾何學家，他不能誇口說“我能解決一切的幾何命題，”幾何命題的證法和解法，真是千變萬化，複雜極了。所以幾何學實有複習的必要。可是幾何學的複習也很難著手。各種命題的證法和解法，既沒有一定的規律可以歸納起來，若是漫無統系的隨便選擇些命題，各個的給以證法或解法，不能得舉一反三之效，那又有什麼用處呢？本書有鑒於此，爰將各種命題分為類別，擇要加以詳細證法和解法。茲列舉各類如下：

平 面 之 部

	頁
1. 基本定理彙集.....	5
2. 等線份及等角的證例一.....	17
3. 平行線及垂直線的證例.....	24
4. 共線共點共圓的證例.....	33
5. 等線份及等角的證例二.....	37
6. 不等量的證例.....	45
7. 面積的證例.....	48
8. 比例量及等矩形的證例.....	57
9. 等線份及等角的證例三.....	66
10. 關於一定的證例.....	75
11. 最大最小問題證例.....	85
12. 其他各種雜題證例.....	91
13. 軌跡證例.....	98
14. 基本作圖題彙集.....	114
15. 作圖題解法雜例.....	115

立 體 之 部

1. 基本定理彙集.....	156
----------------	-----

2. 雜題證例159
3. 基本計算公式彙集172
4. 計算題雜例174

幾何學各種命題，要不出乎以上數類，而無論何類的證法或解法，都以基本定理做根據。職是之故，本書先將基本定理彙集俾學者首先將基本定理複閱一過，然後循序分類練習各種命題的證法和解法，庶幾可得事半功倍之效。平面部份命題中以等線份等角一類為最多，故本書關於此一類，共分三節。第一節較易，大多用直線形定理證明。高中學生稍有根柢者，或已習知。第二節多數須引用圓的定理。第三節最難亦為最要。其證法須引用所有各種定理。蓋本書自面積比例以下的諸題，都須觀察題中性質，隨機應變使假設與終決接近。故本書下半部，對於幾何學較有根柢之高中學生也很有複習的價值。

作圖題解法，注重解析。若但有作法而不先有解析，則不知作法的來源，不知此作法的從何想起，於學者裨益殊鮮。故本書往往有一題數解者，

因本書解題，本不重在個別問題的解決，而重在俾學者熟悉解題的路徑，定理的應用；務使學者能聞一以知十，舉一而反三也。

平面之部

1. 基本定理彙集

定理 1. 凡直線角都相等.

系 1. 凡直角都相等.

系 2. 等角的餘角相等.

系 3. 等角的補角相等.

定理 2. 相隣兩角的外邊成一直線,則這兩角的和是二直角.

定理 3. 相鄰兩角的和是二直角,則這兩角的外邊成一直線.

定理 4. 兩直線相交所成的對頂角相等.

定理 5. 兩直線爲一直線所截,若所得一雙內錯角(或同位角)相等,則這兩直線平行.

系. 兩直線爲一直線所截,若所得一雙同旁內角互爲補角,則這兩直線平行.

定理 6. 兩平行線爲一直線所截,則所得的各雙內錯角相等;各雙同位角也相等;各雙同旁內角互爲補角.

定理 7. 兩直線各與其他一直線平行,則這兩直線互相平行.

定理 8. 兩三角形中,第一三角形的兩邊和夾角與第二三角形的兩邊和夾角對對相等,則這兩三角形是全等形.

定理 9. 兩三角形中,第一三角形的兩角及其間的一邊與第二三角形的兩角及其間的一邊對對相等,則這兩三角形是全等形.

定理 10. 二等邊三角形的底角相等.

系. 三角形的三邊相等,則三角相等.

定理 11. 三角形的兩角相等,則這三角形是二等邊三角形.

系. 三角形的三角相等,則三邊相等.

定理 12. 兩三角形中,第一三角形的三邊與第二三角形的三邊對對相等,則這兩三角形是全等形.

定理 13. 三角形的外角等於他的兩個內對角之和.

系 1. 三角形三內角之和等於二直角.

系 2. 三角形的一角是直角,則其他兩角互爲餘角.

系 3. 兩三角形中,有兩雙角對對相等,則他們的第三雙角也相等

系 4. 兩三角形中,有兩雙角對對相等,又有一雙等角的對邊亦相等,則這兩三角形是全等形.

定理 14. 兩個直角三角形的一雙斜邊及一雙直角邊各相等,則這兩個直角三角形是全等形

定理 15. 三角形兩邊不相等,則大邊的對角大於小邊的對角.

定理 16. 三角形兩角不相等,則大角的對邊大於小角的對邊.

定理 17. 兩三角形的兩雙邊對對相等,而其夾角不等,則他們的第三邊也不等;夾角大的對邊大

定理 18. 兩三角形的兩雙邊對對相等,而第三邊不等,則兩雙等邊的夾角也不等;第三邊大的對角大.

定理 19. 從直線外一點至此直線所引諸線份中,垂線是最小.

定理 20. 凸多角形諸內角之和等於二直角的邊數倍數減去四直角.

定理 21. 凸多角形各邊順次延長所得各外角之和等於四直角.

定理 22. 平行四邊形的對邊相等,對角相等,對角線互相等分.

定理 23. 一個四邊形的兩雙對邊各相等,或兩雙對角各相等,或一雙對邊平行且相等,則這四邊形是平行四邊形.

定理 24. 三角形一邊的平行線若過第二邊的中點,則也過第三邊的中點.

定理 25. 三角形兩邊中點所聯線份平行於第三邊且等於第三邊之半.

定理 26. 同圓或等圓的半徑相等;直徑相等.

定理 27. 同圓或等圓中,等中心角,對等弧,對等弦;等弧對等中心角,對等弦 等弦對等中心角,對等弧.

定理 28. 同圓或等圓中,大中心角對大弧,對大弦;大弧對大中心角,對大弦;大弦對大中心角,對大弧.(弧指劣弧而說,角指劣角而說)

定理 29. 圓的中心與弦的中點的聯線垂直於此弦.

定理 30. 與弦垂直的直徑過此弦的中點,並過此弦所張弧的中點.

定理 31. 弦的垂直等分線過圓的中心.

定理 32. 同圓或等圓中,等弦與中心等距.

定理 33. 同圓或等圓中,與中心距離相等的弦相等.

定理 34. 同圓或等圓中,大弦與中心距離近.

定理 35. 同圓或等圓中,與中心距離近的弦較大.

定理 36. 立於同弧上的圓周角等於中心角的半.

定理 37. 同弧或等弧上的圓周角相等.

系. 同弓形角相等.

定理 38. 弓形是半圓,則他的弓形角是直角;弓形大於半圓,則他的弓形角是銳角;弓形小於半圓,則他的弓形角是鈍角.

定理 39. 弓形角是直角,則此弓形是半圓;弓形角是銳角,則此弓形大於半圓;弓形角是鈍角,則此弓形小於半圓.

定理 40. 圓內接四邊形的對角互為補角.

系. 圓內接四邊形的外角等於他的內對角.

定理 41. C, D 在 AB 的同旁,若 $\angle ACB = \angle ADB$, 則 A, B, C, D 共圓.

定理 42. C, D 在 AB 的兩旁,若 $\angle ACB + \angle ADB = 2R\angle$ 則 A, B, C, D 共圓.

系 1. 四邊形的對角互為補角,則這四邊形內接於圓.

系 2. 四邊形的外角等於他的內對角,則這四邊形內接於圓.

定理 43. 從圓周上一點所作過此點的半徑的

垂線是圓的切線.

系 1. 圓中心與切點的聯線垂直於切線.

系 2. 從中心所作切線的垂線必過切點.

系 3. 從切點所作切線的垂線必過中心.

定理 44. 從圓外一點所作圓的兩切線相等.

定理 45. 切線與過切點的弦所夾的角等於此角內所含弧上的圓周角.

定理 46. 相交兩圓的公共弦垂直於中心線,且為中心線所等分.

定理 47. 相切兩圓的中心線必過切點.

定理 48. 相切兩圓的公切線垂直於中心線.

定理 49. 同底上在兩平行線間的平行四邊形等積.

系 1. 等底等高的平行四邊形等積

系 2. 等底平行四邊形的高不等,則他們的面積也不等;高大的面積大. 等高平行四邊形的底不等,則他們的面積也不等;底大的面積大.

系 3. 等積等高的平行四邊形等底.