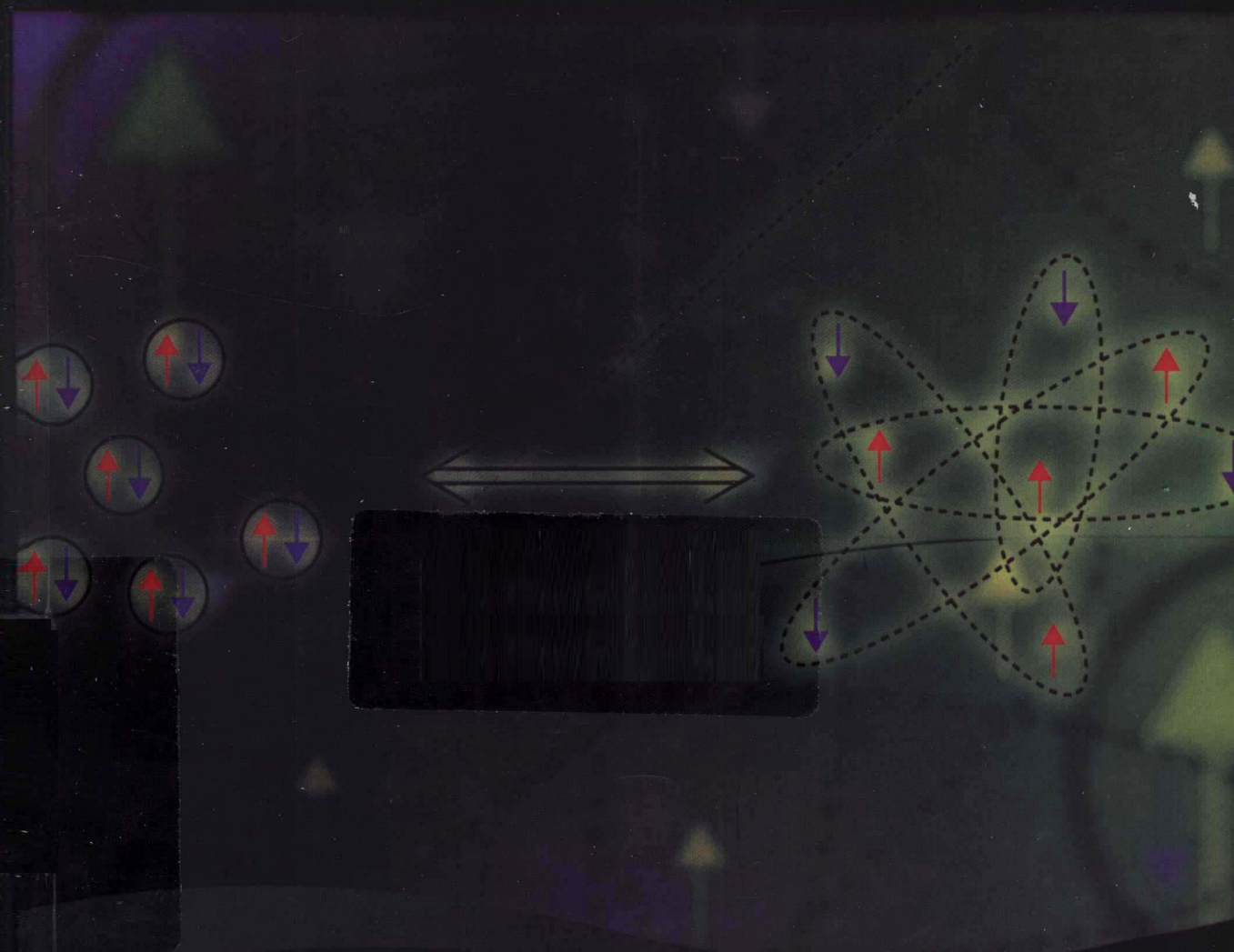


牛津大学研究生教材

量子液体

凝聚态系统中的玻色凝聚和库珀配对

A·J·莱格特 著



世界图书出版公司

www.wpcbj.com.cn

量子液体

凝聚态系统中的玻色凝聚和库珀配对

A·J·莱格特

Macarthur Professor and Professor of Physics
University of Illinois at Urbana-Champaign



图书在版编目 (CIP) 数据

量子液体 = Quantum Liquids: 英文/ (美) 莱格特著. —影印本.

—北京: 世界图书出版公司北京公司, 2012. 3

ISBN 978 - 7 - 5100 - 4415 - 1

I. ①量… II. ①莱… III. ①量子液体—英文 IV. ①O414. 2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 030273 号

Copyright © 2006 by Oxford University Press, Inc.

THIS BOOK IS BASED ON QUANTUM LIQUIDS: BOSE CONDENSATION AND COOPER PAIRING IN CONDENSED - MATTER SYSTEMS. THIS SPECIAL CHINESE VERSION is published by arrangement with Oxford University Press for sale/distribution in The Mainland (part) of the People's Republic of China (excluding the territories of Hong Kong SAR, Macau SAR and Taiwan Province) only and not for export therefrom.

本书得到牛津大学出版社的授权在中国大陆地区 (不包括香港, 澳门和台湾) 重印发行, 不得出口。

书 名: Quantum Liquids: Bose Condensation and Cooper Pairing in Condensed-Matter Systems

作 者: A. J. Leggett

中译名: 量子液体: 凝聚态系统中的玻色凝聚和库珀配对

责任编辑: 高蓉 刘慧

出 版 者: 世界图书出版公司北京公司

印 刷 者: 三河市国英印务有限公司

发 行 者: 世界图书出版公司北京公司 (北京朝内大街 137 号 100010)

联系电话: 010 - 64021602, 010 - 64015659

电子信箱: kjb@wpcbj. com. cn

开 本: 16 开

印 张: 25. 5

版 次: 2013 年 3 月

版权登记: 图字: 01 - 2011 - 6313

书 号: 978 - 7 - 5100 - 4415 - 1/O · 940

定 价: 79.00 元

影印版前言

本书是作为牛津大学出版社研究生教材系列丛书选定的一部凝聚态理论教科书，于2006年出版。作者从凝聚态系统中的玻色凝聚和库珀对这两种量子凝聚现象出发统一地阐述了各类超导与超流的产生机理和基本性质。把它们作为量子液体的特例，利用二次量子化方法以不同于常规的作法，导出标准的结果，提供了超导与超流的简明、合理的理论基础。对于本书的详细介绍，包括内容的取舍及其特色、选材遵循的指导原则、与同类图书的比较以及使用的建议等，作者在序言中都有详细的说明，这里不打算赘述。我们要强调指出的是作者关于没有必要引进所谓的“自发破缺 $U(1)$ 对称性”的坚定信念，认为利用二次量子化方法就足够了。这样做无疑使本书更容易阅读。物理图像更清晰。

本书作者 A. J. 莱格特是具有英、美双重国籍的著名理论物理学家，因为对于极低温下氦 3 (^3He) 超流现象给出了理论解释而获得 2003 年诺贝尔物理学奖（与金茨伯 (V. L. Ginzburg) 和阿布利科索夫 (A. A. Abrikosov) 共享)。莱格特 1938 年生于伦敦，1964 年获牛津大学物理学博士，现为美国伊利诺伊大学教授。他从小酷爱古典文学，按他自己的说法：“从很小的时候到青年时代，最不愿意想的事就是物理。”进入牛津大学读的是古典文学专业，对于哲学也有极大的兴趣。因此他的第一个学士学位是古典文学。前苏联于 1957 年发射了第一颗人造卫星突然激起了他对物理学的极大兴趣，从而“念头一转”改学了物理。在谈到他之所以能对氦 3 超流现象的理论解释作出独创性的贡献，从而获得了诺贝尔奖的原因时，他认为是曾经主修的哲学使他对待物理学具有一种批判态度，敢于挑战传统观念。他认为，尽管 30 年来，他一直在从事量子力学基础和应用的研究，分析各种现象，力求证明量子力学的强大能力。但他始终认为今后的实验不会永远站在量子力学一边。总有一天，量子力学也会像经典力学一样被推翻。

本书内容非常充实、说理透彻，作者注重清晰的物理图像和简单的数学形式，对于初学者学习起来相对比较容易。对于攻读凝聚态各相关专业的高年级研究生和超导、超流相关领域的研究人员，特别是实验工作者，本书都是值得一读的和非常有用的一部参考书。

中国科学院大学 丁亦兵

前言

当低温物理学之父，Heike Kamerlingh Onnes，因为氦的液化而获得 1913 年诺贝尔奖时，他在其获奖演说的结尾处表示，希望低温物理学的进展将“有助于揭开蒙在正常温度下热运动遍布于原子和电子内部世界的面纱”。这番话是在 Bohr 发表他的原子模型只有几个月之后，也就是在现代量子力学出现很久以前讲的，Onnes 没能猜到他的预言会如何证明。对于因追求低温而揭示的所有新奇现象，迄今为止最引人注目的是量子力学对多粒子系统的应用时产生的——简而言之，量子统计现象。反之，到目前为止，这些现象中最惊人的，是与发生在简并玻色子系统中所谓的玻色 - 爱因斯坦凝聚，或发生在简并费米子系统中所谓的库珀对的一般现象相联系而发生的那些。在这种现象（为简便起见，在这个前言中我把它称作为“量子凝聚”）中，宏观数量的单粒子或粒子对（整体作为单位的一个小的部分）的行为被限制得完全相同，它们就像是训练有素的一队士兵（见 1995 年 12 月 22 日那期 Science 杂志封面）。量子凝聚最有名的结果是超流（在一个像氦 4 那样的中性系统中）或超导体（在一个诸如金属中的电子那类的带电系统中），这其实只是具有许多其他引人入胜表现的、更为普遍的行为模式中的一个特殊情况。

有很多关于特定量子凝聚体（液态氦 4，碱金属玻色气体，超导体，液态氦 3 等）的好书，我选择了一些列在了下面。本书决不打算作为这些专著的一个替代品，恰恰相反，利用我所希望的那种相对简单而又可以理解的术语，本书概述了在我们的地球上凝聚态物质的整个范围及其特有的行为，我的目标是把各个系统穿插于行文之中，激励读者对它们做进一步研究。

本书出自一种理念：不借助高级形式技术，同时也不强求读者相信什么，它应该能够阐明玻色 - 爱因斯坦凝聚和库珀配对的关键问题及其主要结果。因此，我所引入的最先进的技术是二次量子化语言，对于那些尚未接受这方面训练的读者，二次量子化方法在附录 2A 里给出了自成体系的综述。然而，第 1 章至第 4 章的大部分内容实际上甚至不需要熟练的二次量子化语言就可以读懂。虽然该策略的缺点是妨碍我介绍超流费米系统的 Bogoliubov - de Gennes 方程（对于任何打算对这类系统做认真理论研究的读者来讲，一种最终肯定必须学习的技术。），但我希望这意味着，例如，对那些从事理论工作的低年级研究生或者不准备花费时间和精力去应对更高等的数学形式体系的实验学者，本书是比较容易阅读的。

读者从一开始就会慢慢明白，关于量子凝聚理论我至少有两个相当坚定的信念，它们并不一定会被相关的理论界多数人所认可。第一个是，既无必要也不值得引进“自发破缺的 $U(1)$ 对称性”的观点，也就是说不必考虑（所谓的）含有不同总粒子数的态的量子叠加；我从开始就采用了杨振宁最早明确提出的观点，用非专业术语来讲，即应该仅仅考虑单粒子或粒子对的行为，而对所有其它粒子行为取平均；或者更专业一点来讲，仅仅考虑

单粒子或双粒子的密度矩阵。尽管迷恋这种做法似乎可能要冒一点险，我尝试了利用该图像不仅对于玻色系统而且对于费米系统推导所有的标准结果；上述自发 $U(1)$ 对称破缺的想法只会牵扯进大量的文献¹。我的第二个坚定信念是，现存的众多关于超导和/或超流的专著没有充分强调在一个中性超流体环境中所谓非经典转动惯量（或 Hess - Fairbank 效应）以及在一个带电系统中导致迈斯纳效应的平衡现象与在中性或带电系统中持续电流的亚稳现象之间的区别。我再一次试图把一些重点放在这些内容上，请参看，特别是，第 1 章第 1.5 节。

在关于量子凝聚一般现象的导言性的两章之后，在其余的各章中，我依次阐述了液氦 4（第 3 章），碱金属玻色气体（第 4 章），“经典”（BCS）超导（第五章），超流氦 3（第 6 章），铜氧化物超导体（第 7 章），最后在第 8 章介绍了最近实现的量子凝聚系统。特别地，8.4 节讨论了新近完成的一些实验，它们使猜测了很久的从玻色凝聚到库珀配对的渡越变成了现实。本书各章的风格相当不同，反映出对这些系统我们的理解在历史上和当前的状态上的差别。特别是，在第 3 章至第 6 章中我试图为理解所描述的现象提供一个合理的理论基础，而在第 7 章和第 8 章中的论述则更注重对现象的描述，并且非常谨慎。人们会注意到，在第 5 章中我曾对一个议题基本没说什么，而这恰恰是大多数教科书的一个主要部分，即与正常相相关的那些性质（超声波吸收，隧穿，自旋磁化率等），在超导相是通过怎样的方式被修改的；。这是一个深思熟虑的策略，为了不让读者的注意力从凝聚态的中心议题转移。只要有可能，我就尝试提供不同于常规的方法来推导标准结果。虽然这些替代论证中有一些（例如，5.7 节中对于超导理论的 Ginzburg - Landau 公式所给出的论证），相对于标准推导而言可能不太严格，我希望通过对正在发生的事情提供一个更物理的图像，能够对后者给予一种补充。

本书采用的一般性做法中还有另外的两点是：为了使读者的注意力集中在本书的主线上，我尝试尽可能把大部分冗长的数学推导归入到附录中；并且，在大部分内容中，我没有试图追溯所讨论的各种理论思想的详细历史。（由此而觉得轻视的同事或许要注意，即使是最原始的关于超导理论的 BCS 文章也没有出现在本书的参考文献的中！）一般来说，我只在本书所讨论的内容需要加以补充说明时才给出具体的理论参考文献。

本书最初的交稿时间是 2004 年夏季，但是，一些预料不到的事件迫使本书推迟了 18 个月。非常侥幸，在此期间，第 8 章第 8.3 节和第 8.4 节的内容在实验上取得了突破性的进展，但不利的一面是，早期完成的其他几章，特别是第 4 章，关于最近研究进展的阐述一直是不完备的。

列出所有的现存关于各种量子凝聚系统的好书是毫无意义的。不论价值如何，这里是一些我觉得本书读者可以找来随意地进一步阅读的书籍：

- 关于氦 4：Pines 和 Nozières (1966)。Wilks (1967) 是一本非常有用的一般概述。
- 关于碱金属玻色气体：Pethick 和 Smith (2002) 和 Pitaevskii 和 Stringari (2003)。
- 关于“经典”超导电性：De Gennes (1966) 和 Tinkham (1975, 1996 年修订)。这两本书自出版到现在都是非常有用的。
- 关于超流³He：Vollhardt 和 Wölfle (1990) 是一个很好的概述，但是难以睡前阅读。

¹ 在附录 5C 中作为一种纯形式的方法简化了其他做法所需的冗长代数步骤。

更大众一些的读物是 Tsuneto (1998) 和 Annett (2004), 其中有些章节非常有用。

- 关于铜氧化物超导：参看第 7 章中的评论。

我要感谢伊利诺伊大学和其它地方的许多同事，他们帮助我理解本书所涉及的各种各样的系统。特别感谢 Lance Cooper, Russ Giannetta, Laura Greene, Myron Salamon 和 Charlie Slichter, 他们对本书初稿的第 7 章 7.3 节至 7.7 节提出了意见。感谢 Man - Hong Yung 校对了部分手稿；不用说，任何余留的不足之处的责任完全在我。我也非常感谢 Linda Thorman 和 Adam D. Smith 在紧迫的时间里录入了本书。本书得到了国家自然科学基金的支持，基金号是 DMR - 99 - 86199、DMR - 03 - 50842 和 PHY - 99 - 07949。

最后，我很清楚本书仍有许多不足之处，部分原因是由于出版社的限期，我没能按预先设想的那样花费更多的时间去推敲¹。毫无疑问，本书也还会有写常见的很多小错误和拼写错误等。希望在将来某个时间，本书能有一个修订版，如果读者能够告诉我这些缺陷，我会非常感激。

2006 年 1 月 30 日
于厄巴纳，伊利诺斯

¹ 第 5 章 5.7 节的最后几段和第 7 章 7.5 节以及附录 7B 尤其如此。

List of Symbols (not defined)

$ \uparrow\rangle$	state $\sigma = +1$
$ \downarrow\rangle$	state $\sigma = -1$
c_v	specific heat
e	electron charge
g	gravitational acceleration [also interchannel coupling constant, pp. 159–64]
H	Hamiltonian
h	Planck's constant
$\hbar$	Dirac's constant ($\equiv h/2\pi$)
$\mathbf{J}(\mathbf{r})$	current density
$\mathbf{k}$	wave vector
k_B	Boltzmann's constant
m	particle mass
n	particle density
P	pressure
t	time
T_1	nuclear spin relaxation time
$\delta n(p\sigma)$	deviation of (quasi)particle occupation number from normal-state value
λ	optical wavelength [also dimensionless ratio Na_s/a_{2p} , pp. 127–28: relative channel weight, pp. 163–64]
μ	micron (10^{-6}m)
μ_B	Bohr magneton
μ_o	permeability of free space
σ	conductivity
χ	magnetic susceptibility
ω	angular frequency

目 录

前言

符号列表

第 1 章 量子液体	1
1.1 多体波函数的不可分辨性和对称性	3
1.2 费米狄拉克和玻色 - 爱因斯坦分布：无相互作用气体中的 BEC	8
1.3 库珀配对	13
1.4 实验系统	15
1.5 超导和超流：基本唯象理论	20
附录	26
 第 2 章 BEC：定义、起源、发生和结果	 31
2.1 相互作用系统中 BEC 的定义	31
2.2 序参量和超流速度；BEC 的替代定义	34
2.3 为什么 BEC 会发生在相互作用系统中？什么时候会发生（或者不发生）？	40
2.4 费米子系统中的赝 BEC（库珀配对）	46
2.5 BEC 的结果：未来关注问题预览	53
2.6 BEC 碎片	60
附录	63
 第 3 章 液氦 4	 71
3.1 氦 - II 相的反常性质	72
3.2 氦 - II 中 BEC 的直接证据	73
3.3 氦 - II 的二流体模型：静态效应	76
3.4 二流体模型：动力学效应	83
3.5 量子化旋涡，相移和约瑟夫森效应	91
3.6 液氦 - II 的激发谱	98
3.7 氦 - II 的微观理论	102
 第 4 章 玻色碱金属气体	 113
4.1 原子：结构，捕获和识别	113

4.2	S 波散射和有效相互作用	118
4.3	Gross - Pitaevskii 方程: 一些简单应用	123
4.4	Bogoliubov 近似	131
4.5	稀薄碱金属玻色气体的相干性和干涉性	134
4.6	光晶格	145
4.7	BEC 碱金属气体的超流性	150
	附录	157
第 5 章	经典超导电性	165
5.1	正常态	165
5.2	有效电子 - 电子相互作用	170
5.3	库珀不稳定性	175
5.4	零温 BCS 理论	178
5.5	激发态和有限温度 BCS 理论	186
5.6	超导体的两流体模型: 迈斯纳效应	190
5.7	Ginzburg - Landau 理论	198
5.8	BCS 推广: “非配对破缺” 情形	208
5.9	配对破缺效应	216
5.10	约瑟夫森效应	223
	附录	228
第 6 章	超流氦 3	251
6.1	液氦 3 的正常相	251
6.2	各向异性库珀配对	254
6.3	推广的 Ginzburg - Landau 方案: 自旋涨落反馈	260
6.4	自发破缺的自旋 - 轨道对称性和自旋动力学	265
6.5	超流, 结构和缺陷	272
	附录	281
第 7 章	铜氧化物超导	283
7.1	简介	283
7.2	铜氧化物: 组成, 结构和相图	284
7.3	铜氧化物: 主要实验性质	295
7.4	最佳掺杂时的正常状态	296
7.5	“赝能隙” 区	302
7.6	超导态	304
7.7	实验数据的一些初步评注	313
7.8	关于铜氧化物超导电性, 我们到底肯定地知道些什么?	314
7.9	铜氧化物: 问题和想法	326

7.10 铜氧化物中库珀配对后的新奇结果	336
附录	346
第8章 杂项议题	349
8.1 非铜氧化物“奇异”超导体	349
8.2 凝胶中的液氦3	355
8.3 超固体	358
8.4 费米碱金属气体: BEC - BCS 渡越	364
附录	371
参考书目	373
索引	381

List of Symbols*

Symbol	Meaning	Page where defined/ introduced
$[A, B]$	commutator $AB - BA$	64
$\{A, B\}$	anti-commutator $AB + BA$	66
$ 00\rangle$	doubly-unoccupied state of $(\mathbf{k}\uparrow, -\mathbf{k}\downarrow)$	244
$ 11\rangle$	doubly-occupied state of $(\mathbf{k}\uparrow, -\mathbf{k}\downarrow)$	244
${}^4\text{He}^*$	excited state of ${}^4\text{He}$ atom	20
A	hyperfine interaction constant	114
$\mathbf{A}(\mathbf{r})$	electromagnetic vector potential	25
$\hat{a}$	Bose/Fermi annihilation operator	64
$\hat{a}^\dagger$	Bose/Fermi creation operator	64
a_b	bound-state radius	158
a_{bg}	background scattering length	160
a_s	s-wave scattering length	118
a_{zp}	width of single-particle groundstate in harmonic trap	127
B_{1g}	group-theoretic notation for $d_{x^2-y^2}$ symmetry	321
B_{c1}	lower critical field (of superconductor)	197
B_{c2}	upper critical field (of superconductor)	198
B_{hf}	characteristic hyperfine field	7
c_k	coefficient of pair wave function	105, 175, 186
c_s	speed of (hydrodynamic) sound	98
d	constant value of $\mathbf{d}(\hat{\mathbf{n}})$ in ${}^3\text{He-A}$	260
$\hat{\mathbf{d}}(\hat{\mathbf{k}})$ (or $\hat{\mathbf{d}}(\hat{\mathbf{n}})$)	d-vector notation for spin triplet OP	260
$dn/d\varepsilon$	density of states of both spins at Fermi surface of metal	166
$d_{x^2-y^2}$	most popular symmetry of cuprate order parameter	321
E_{BP}	broken-pair energy	186
E_{EP}	excited-pair energy	186

*Symbols that are used only close to their definition are not included in the list below; note that some of these duplicate symbols listed here.

Symbol	Meaning	Page where defined/ introduced
E_{GP}	ground-pair energy	186
E_{J}	Josephson coupling energy	227
E_{k}	BCS excitation energy, $\equiv (\varepsilon_{\text{k}}^2 + \Delta_{\text{k}} ^2)^{1/2}$	181
E_{R}	recoil energy	146
f	filling fraction	149
F	Helmholtz free energy	104
F	Helmholtz free energy density	104
F	total atomic spin	7
$f(\mathbf{pp}'\sigma\sigma')$	Landau interaction function	230
$F(\mathbf{r}\sigma\mathbf{r}'\sigma':t)$	order parameter in Fermi systems	51
$f(r_{ij})$	two-particle ingredient of Jastrow function	109
F_{k}	Fourier transform of Cooper-pair wave function $F(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{R})$ with respect to relative coordinate $\boldsymbol{\rho}$	179
F_{n}	coefficient in expansion of Cooper-pair wave function	217
$f_{\text{n}}(T)$	normal fraction	24
$f_{\text{s}}(T)$	superfluid fraction	23
$F^{\text{s,a}}$	dimensionless Landau parameters	231
$F_{\alpha\beta}(\mathbf{k})$	matrix form of Cooper pair wave function	258
g_{D}	nuclear dipolar coupling constant	266
H_{D}	nuclear dipole energy	265
I_{c}	critical current of Josephson junction	227
I_{cl}	classical moment of inertia	22
K	total dimer/molecule intrinsic angular momentum	7
k_{F}	Fermi wave vector	365
k_{FT}	$\equiv q_{\text{TF}}$	240
K_{mn}	matrix elements of time-reversal operator	220
ℓ	mean free path	215
$\hat{\ell}$	direction of apparent relative angular momentum of pairs in $^3\text{He-A}$	273
$\mathbf{L}$	orbital angular momentum	22
m^*	effective mass	231
m_{F}	projection of total atomic spin on z-axis	115
$\bar{n}$	time reverse of state n	213
$N(0)$	density of states of one spin at Fermi surface ($\equiv \frac{1}{2}(dn/d\varepsilon)$)	176
N_{o}	condensate number	12, 34
p	doping (of cuprates) (= no. of holes per CuO_2 unit)	290
p_{F}	Fermi momentum	229
q_{TF}	Thomas-Fermi wave vector	171
$\mathbf{R}$	center-of-mass coordinate	49

Symbol	Meaning	Page where defined/ introduced
R_N	normal state resistance (of Josephson junction)	228
r_o	range of interatomic potential (= van der Waals length)	118
$S(k)$	static structure factor	98
$S(\mathbf{r}, t)$	entropy density	83
t	tunneling matrix element [also time, throughout]	147
$T^*(p)$	crossover line (in phase diagram of cuprates)	292
T_c	critical temperature	12
T_F	Fermi temperature	11, 166
T_λ	lambda-temperature of liquid ^4He	72
$U(\mathbf{r})$	external potential	25
$u_{\mathbf{k}}$	parameter in BCS wave function	244
U_o	coefficient of δ -function in interparticle potential	41
V	visibility (of interference fringes)	137
$V(\mathbf{r})$	external potential	18
$V(r_i - r_j)$	interparticle potential	47
v_c	Landau critical velocity	101
v_F	Fermi velocity	167
$v_{\mathbf{k}}$	parameter in BCS wave function	244
$V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$	pairing interaction (in BCS problem)	180
V_o	coefficient of BCS contact interaction	174
V_o	height of optical-lattice potential	146
$\mathbf{v}_s(\mathbf{r}t)$	superfluid velocity	35, 191
$\mathbf{v}_s(\mathbf{R}t)$	superfluid velocity (in Fermi systems)	52
$Y(T)$	Yosida function	206
Z	atomic number	170
β	$1/k_B T$	9
γ	coefficient of linear term in specific heat (of normal Fermi system)	296
Γ_K	time-reversal-breaking parameter	219
δ	control parameter for interatomic potential (relative to position of resonance)	120
δ_c	characteristic value of δ	123, 162
Δ	constant value of $\Delta_{\mathbf{k}}$	182
Δ	detuning of laser	116
$\Delta_{\mathbf{k}}$	BCS gap parameter	181
$\Delta_{\mathbf{k},\alpha\beta}$	matrix form of gap in spin space	259
ΔN	number imbalance (relative number)	69, 225
$\Delta\phi$	relative phase	44
$\varepsilon(\omega)$	dielectric constant	301
ε_1	real part of dielectric constant	299
ε_2	imaginary part of dielectric constant	299
ε_c	cutoff energy in BCS model	175

Symbol	Meaning	Page where defined/ introduced
ε_F	Fermi energy	10
ε_k	kinetic energy relative to Fermi energy [also used earlier for absolute value of kinetic energy]	175
ζ	$-(k_F a_S(\delta))^{-1}$ [also diluteness parameter (na^3_S) ^{1/2} in dilute Bose gas, pp. 132–4]	367
ζ	depletion parameter	106
θ_D	Debye temperature	2
κ	circulation of vortex line/ring [also GL parameter, 203; bulk modulus, 238]	91
κ_o	quantum of vorticity h/m [also bulk modulus, 171–5]	95
$\lambda_{ab}(T)$	ab-plane penetration depth (of cuprates)	305
$\lambda_c(T)$	c-axis penetration depth (of cuprates)	307
λ_L	London penetration depth	25
λ_T	thermal de Broglie wavelength	118
μ	chemical potential	9
μ_n	nuclear magnetic moment	15
ξ'	order of magnitude of Cooper pair radius	184
$\xi(T)$	healing length	127, 201
$\xi_{ab}(T)$	in-plane Ginzburg-Landau healing length	324
$\xi_c(T)$	c-axis Ginzburg-Landau healing length	316
ξ_k	absolute value of kinetic energy	372
ξ_o	Cooper pair radius	190
ρ	relative coordinate	49
$\rho(E)$	density of single-particle states per unit energy	10
$\rho(r)$	single-particle density	44
$\rho(\mathbf{R}, \mathbf{R}' : \beta)$	many-body density matrix (in coordinate representation)	110
$\rho_1(\mathbf{r}\mathbf{r}'t)$	single-particle density matrix	32
$\rho_2(\mathbf{r}_1\sigma_1\mathbf{r}_2\sigma_2 : \mathbf{r}'_1\sigma'_1$ $\mathbf{r}'_2\sigma'_2 : t)$	2-particle density matrix	47
$\rho_n(T)$	normal density	78
$\rho_s(T)$	superfluid density	78
σ	spin projection (in units of $\hbar/2$)	47
τ	relaxation time	167, 234, 297
$\phi(r_1r_2\sigma_1\sigma_2)$	“pseudo-molecular” wave function in BCS problem	178
$\phi(\mathbf{r}t)$	phase of condensate wave function (or order parameter)	35

Symbol	Meaning	Page where defined/ introduced
Φ_0	(superconducting) flux quantum, $\equiv h/2e$	196
$\chi_0(\mathbf{r}t)$	condensate eigenfunction/wave function	34, 125
$\chi_o(q\omega)$	bare response function	171
$\hat{\psi}(\mathbf{r}t)$	Bose/Fermi field operator	67
$\psi_\sigma^\dagger(\mathbf{r}t)$	Fermi creation operator	67
$\Psi(\mathbf{R}, t)$ [or $\Psi(\mathbf{r}, t)$]	Ginzburg-Landau order parameter	52
$\Psi(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2 \dots \mathbf{r}_N : t)$	many-body wave function	31
$\Psi(\mathbf{r}t)$	order parameter	34
ω	angular velocity	22
$\omega(\mathbf{r}t)$	vorticity	91
ω_c	quantum unit of angular velocity	22
ω_L	Larmor frequency	266
ω_o	frequency of harmonic trap	19
ω_p	(electron) plasma frequency	167
$\hat{\omega}$	spin-orbit rotation axis (in superfluid ^3He)	268
Ω_p	ionic plasma frequency	238

1

Quantum liquids

A “quantum liquid” is, by definition, a many-particle system in whose behavior not only the effects of quantum *mechanics*, but also those of quantum *statistics*, are important. Let us examine the conditions for this to be the case.

Needless to say, if we wish to describe the actual structure of atoms or molecules, then under just about any conditions known on Earth it is essential to use quantum mechanics; a classical description fails to account for even the qualitative properties. However, if we consider the atoms or molecules as themselves simple entities and ask about their dynamics or thermodynamics, we find that classical mechanics is often quite a good approximation. A qualitative explanation of why this should be so goes as follows: The fundamental novelty introduced by the quantum-mechanical description in the motion of particles is that it is necessary to ascribe to the particle wave-like attributes, resulting in phenomena such as interference and diffraction; the quantitative relation between the “wave” and “particle” aspects is given by the de Broglie relation

$$\lambda = h/p \quad (1.0.1)$$

where p is the momentum of the particle and λ the wavelength of the associated wave. However, we know from classical optics that a wave will behave very much like a stream of particles (“physical optics” becomes “geometrical optics”) if the wavelength λ is small compared to the characteristic dimension d of whatever is obstructing it (“one cannot see around doors”); the condition to see wave-like effects is, crudely speaking

$$\lambda \gtrsim d \quad (1.0.2)$$

In the case of a many-particle system it is perhaps not immediately clear what we should identify as the length d , but for reasonably closely packed systems, at least, it seems reasonable to take it to be of the order of the interparticle distance, i.e. as $n^{-1/3}$ where n is the density (though see below). On the other hand, the typical value of λ is determined, according to Eqn. (1.0.1), by that of the momentum p , which in thermal equilibrium is determined by the mean thermal energy $k_B T$:

$$p \sim (mk_B T)^{1/2} \quad (1.0.3)$$

Combining Eqns. (1.0.1)–(1.0.3), we find that the conditions for quantum mechanical effects to be important in the (center-of-mass) motion of a set of atoms or molecules is roughly

$$k_B T \lesssim n^{2/3} \hbar^2 / m \quad (1.0.4)$$

where m is the mass of the atom or molecule in question.