GAODENG SHUXUE LIANXICE

高等数学练习册（下册）

南昌航空大学高等数学教研组　编

- 多元函数微分法及其应用
- 重积分
- 曲线积分与曲面积分
- 无穷级数
- 微分方程

$\mathrm{d}\theta\int_0^1 f(r\cos\theta,\ r\sin\theta,\ z)\mathrm{d}z$

$\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant z} r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta\int_{r^2}^1 f(r\cos\theta,\ r\sin\theta,\ z)\mathrm{d}z$

$\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant 1} r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta\int_0^1 f(r\cos\theta,\ r\sin\theta,\ z)\mathrm{d}z$

$r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta\int_0^1 f(r\cos\theta,\ r\sin\theta,\ z)\mathrm{d}z$

西南交通大学出版社
Http://press.swjtu.edu.cn

高等数学练习册（下）

南昌航空大学高等数学教研组 编

西南交通大学出版社
·成都·

图书在版编目（CIP）数据

高等数学练习册 / 南昌航空大学高等数学教研组编.
—成都：西南交通大学出版社，2011.1
ISBN 978-7-5643-0966-4

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①南… Ⅲ. ①高等数学－高等学校－习题 Ⅳ. ①013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 238111 号

高等数学练习册

（上、下册）

南昌航空大学高等数学教研组 编

责任编辑	黄淑文
封面设计	墨创文化
出版发行	成都西南交大出版社有限公司 （简称 西南交通大学出版社）
发行部电话	028-87600564 87600533
地　　址	成都二环路北一段 111 号
邮政编码	610031
网　　址	http: //press.swjtu.edu.cn
印　　刷	成都蜀通印务有限责任公司
成品尺寸	185 mm×260 mm
总 印 张	13
总 字 数	327 千字
版　　次	2011 年 1 月第 1 版
印　　次	2011 年 1 月第 1 次
书　　号	ISBN 978-7-5643-0966-4
套　　价	20.00 元（本册：10.00 元）

图书如有印装质量问题 本社负责退换

1．函数 $z=\dfrac{\sqrt{2x-y^2}}{\ln(1-x^2-y^2)}$ 的定义域是__________.

2．设 $f\left(x+y,\ \dfrac{y}{x}\right)=x^2-y^2$，则 $f(x,y)=$ __________.

3．极限 $\lim\limits_{(x,\ y)\to(0,\ 1)}(1+xy)^{\frac{1}{x}}=($　　$)$.

A．1　　B．2　　C．e　　D．不存在

4．设函数 $f(x,\ y)=\begin{cases}\dfrac{xy\sin(xy)}{\sqrt{x^2y^2+1}-1}, & (x,\ y)\neq(0,\ 0)\\ a, & (x,\ y)=(0,\ 0)\end{cases}$ 连续，则 $a=($　　$)$.

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

5．求极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(+\infty,+\infty)}\left(\dfrac{xy}{x^2+y^2}\right)^{x^2}$.

6．求极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{1-\cos(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)e^{x^2y^2}}$.

7．证明：极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{x^2y^4}{x^4+y^8}$ 不存在．

1．设 $f(x,\ y)=x^2+(y-2)\arcsin\sqrt{\dfrac{x}{y}}$，则 $f_x(1,\ 2)=$__________，$f_y(1,\ 2)=$__________.

2．曲线 $\begin{cases} z=\dfrac{1}{4}(x^2+y^2) \\ y=6 \end{cases}$ 在点（2，6，10）处的切线对于 x 轴的倾角是______________.

3．设 $f(x,y)=\begin{cases} 0\ , & xy=0 \\ 1\ , & xy\neq 0 \end{cases}$，则 $f(x,y)$ 在点（0，0）处（　　）.

A．连续，且偏导数存在　　B．不连续，但偏导数存在

C．连续，但偏导数不存在　　D．可微

4．设 $z=\dfrac{xy}{x^2-y^2}$，则 $\mathrm{d}z\big|_{(2,1)}=$（　　）.

A．$\dfrac{5}{9}\mathrm{d}x+\dfrac{10}{9}\mathrm{d}y$　　B．$-\dfrac{5}{9}\mathrm{d}x+\dfrac{10}{9}\mathrm{d}y$　　C．$\dfrac{5}{9}\mathrm{d}x-\dfrac{10}{9}\mathrm{d}y$　　D．$-\dfrac{5}{9}\mathrm{d}x-\dfrac{10}{9}\mathrm{d}y$

5．求函数 $z = e^{xy} + x\ln y$ 的偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial z}{\partial y}$．

6．设 $z = y^x$，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$．

7．设 $u = \sin(xy) + \cos(yz)$，求 $\mathrm{d}u$．

1．设 $z=\mathrm{e}^{x+y^2}$，$x=\sin t$，$y=t^2$，则 $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=$__________.

2．设 $z=x^{\ln y}$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$__________，$\dfrac{\partial z}{\partial y}=$__________.

3．设 $z=(1+xy)^{x+2y}$，则 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{(0,\,1)}=$（　　）.

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

4．设 $z=f(x-y,\,\dfrac{x}{y})$，f 具有二阶连续偏导数，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}=$（　　）.

A．$f''_{11}+\dfrac{1}{y}f''_{12}+\dfrac{1}{y}f''_{21}+\dfrac{1}{y^2}f''_{22}$

B．$-f''_{11}-\dfrac{x}{y^2}f''_{12}-\dfrac{1}{y}f''_{21}-\dfrac{x}{y^3}f''_{22}-\dfrac{1}{y^2}f'_2$

C．$f''_{11}+\dfrac{x}{y^2}f''_{12}+\dfrac{2x}{y^3}f'_2+\dfrac{x}{y^2}f''_{21}+\dfrac{x^2}{y^4}f''_{22}$

D．$f''_{11}+\dfrac{1}{y}f''_{21}$

5．设 $z=u^2+2uv+w^2$， $u=x^2+y^2$， $v=xy$， $w=x^2-y^2$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$．

6．设函数 $z=f(xy,\ \dfrac{y}{x})+g(x^2y)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，g 具有连续的二阶导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$．

7．设 $z=f(u,\ x,\ y)$，且 $u=xe^y$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$．

1．设 $x^2y+3x^4y^3-4=0$，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$＿＿＿＿＿．

2．设 $xyz=x+y+z$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$＿＿＿＿＿，$\dfrac{\partial z}{\partial y}=$＿＿＿＿＿，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$＿＿＿＿＿．

3．设 $z=\mathrm{e}^{2x-3z}+2y$，则 $3\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}=$（　　）．

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

4．设 $z=f(x,y)$ 是由 $x^2+y^2+z^2-xy-2z-1=0$ 所确定的隐函数，则当 $z=2$ 时，$f_x(1,1)=$（　　）．

A．$-\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．0　　D．1

5．设$\begin{cases} x+y+z=0 \\ x^2+y^2+z^2=1 \end{cases}$，求$\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z}$，$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}z}$．

6．设$\mathrm{e}^{-xy}-2z+\mathrm{e}^z=0$，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$．

7．设$\begin{cases} 2ux+yv=0 \\ u-x^3+v^2=0 \end{cases}$，求$\dfrac{\partial u}{\partial y}$，$\dfrac{\partial v}{\partial y}$．

1．设$u=\dfrac{y}{x}, x=\mathrm{e}^t, y=1-\mathrm{e}^{2t}$，则$\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=$__________.

2．设$z=\mathrm{e}^u\cos v$，而$u=xy, v=x+y$，则$\dfrac{\partial z}{\partial x}=$__________，$\dfrac{\partial z}{\partial y}=$__________.

3．考虑二元函数$f(x, y)$的下列 4 条性质：①$f(x, y)$在点（x_0, y_0）处连续；②$f(x, y)$在点（x_0, y_0）处的两个偏导数连续；③$f(x, y)$在点（x_0, y_0）处可微；④$f(x, y)$在点（x_0, y_0）处的两个偏导数存在．若用“$\mathrm{P}\Rightarrow\mathrm{Q}$”表示可由性质 P 推出性质 Q，则有（　　）．

A．②$\Rightarrow$③$\Rightarrow$①　　B．③$\Rightarrow$②$\Rightarrow$①　　C．③$\Rightarrow$④$\Rightarrow$①　　D．③$\Rightarrow$①$\Rightarrow$④

4．由方程$xyz+\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{2}$所确定的函数$z=z(x, y)$在点（1，0，－1）处的全微分$\mathrm{d}z=$（　　）．

A．$\mathrm{d}x-\mathrm{d}y$　　B．$\sqrt{2}\mathrm{d}x+\mathrm{d}y$　　C．$\mathrm{d}x-\sqrt{2}\mathrm{d}y$　　D．$\mathrm{d}x+\sqrt{2}\mathrm{d}y$

5．求极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{xy^2}{x^2+y^2+y^4}$.

6．设 $xy+yz+zx=1$，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

7．设 $f(x, y, z)=e^x yz^2$，其中 $z=z(x, y)$ 是由 $x+y+z+xyz=0$ 所确定的隐函数，求 $f_x(0, 1, -1)$.

1．曲线 $x=t^2-1,\ y=t+1,\ z=t^3$ 在点（0，2，1）处的切线方程是______________，法平面方程是____________．

2．曲面 $x^3y^2+xz+z=3$ 在（1，1，1）点处的切平面方程为______________，法线方程为____________．

3．由曲线 $\begin{cases}3x^2+2y^2=12\\ z=0\end{cases}$ 绕 y 轴旋转一周得到的旋转曲面在点 $(0,\ \sqrt{3},\ \sqrt{2})$ 处的指向外侧的单位法向量为（　　）．

A．$\frac{1}{\sqrt{5}}\left\{0,\ \sqrt{2},\ \sqrt{3}\right\}$　　B．$\frac{1}{\sqrt{5}}\left\{\sqrt{2},\ 0,\ \sqrt{3}\right\}$　　C．$\frac{1}{\sqrt{5}}\left\{\sqrt{3},\ 0,\ 1\right\}$　　D．$\frac{1}{\sqrt{5}}\left\{1,\ 0,\ \sqrt{2}\right\}$

4．旋转抛物面 $3x^2+y^2+z^2=16$ 上点（−1，−2，3）处的切平面与 xOy 面的夹角的余弦为（　　）．

A．$\frac{1}{\sqrt{22}}$　　B．$\frac{3}{\sqrt{22}}$　　C．$-\frac{3}{\sqrt{22}}$　　D．$-\frac{1}{\sqrt{22}}$

5．求球面 $x^2+y^2+z^2=6$ 与抛物面 $z=x^2+y^2$ 的交线在点（1，1，2）处的切线和法平面的方程．

6．求椭球面 $x^2+2y^2+z^2=1$ 上平行于平面 $x-y+2z=0$ 的切平面方程．

7．在曲面 $z=x^2+y^2$ 上求一点，使曲面在该点处的法线垂直于平面 $x+2y+3z=1$，并写出此法线方程．

第八章　第七次作业　班级__________　姓名__________　学号__________

1．函数 $u = xy^2z^3$ 在点 $A(5,\ 1,\ 2)$ 处沿该点到点 $B(9,\ 4,\ 14)$ 的方向的方向导数为________.

2．函数 $u = \ln(x^2 + y^2 - z^2)$ 在点 $M(1，-1，1)$处的梯度 $\mathrm{grad}u\big|_M =$__________.

3．对二元函数 $z = f(x，y)$而言（　　）.

A．若 f_x，f_y 存在且连续，则 $f(x，y)$沿任一方向的方向导数存在

B．若 $f(x，y)$的偏导数都存在，则 $f(x，y)$沿任一方向的方向导数存在

C．若沿任一方向的方向导数存在，则函数 $f(x，y)$必连续

D．以上结论均不对

4．若函数 $u = u(x，y，z)$ 在点 $(x，y，z)$ 处的三个偏导数都存在且不全为 0，则向量 $\left\{\frac{\partial u}{\partial x}，\frac{\partial u}{\partial y}，\frac{\partial u}{\partial z}\right\}$ 的方向是函数 u 在点 $(x，y，z)$ 处的（　　）.

A．变化率最小的方向

B．变化率最大的方向

C．可能是变化率最小的方向，也可能是变化率最大的方向

D．既不是变化率最小的方向，也不是变化率最大的方向

5．求由方程 $e^z - xyz = e$ 所确定的隐函数 $z = z(x, y)$ 在点（0，1）处沿 $\vec{l} = (3, -4)$ 方向的方向导数．

6．求函数 $u = x^2 + y^2 + z^2$ 在曲线 $x = t, y = t^2, z = t^3$ 上点（1，1，－1）处沿曲线在该点的切线正方向（对应于 t 增大的方向）的方向导数．

7．求函数 $z = 1 - \left(\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2}\right)$ 在点 $\left(\dfrac{a}{\sqrt{2}}, \dfrac{b}{\sqrt{2}}\right)$ 处沿曲线 $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ 在这点的内法线方向的方向导数．